HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNE'E MDCCLVI.

A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVIII.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis.

Préſident.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

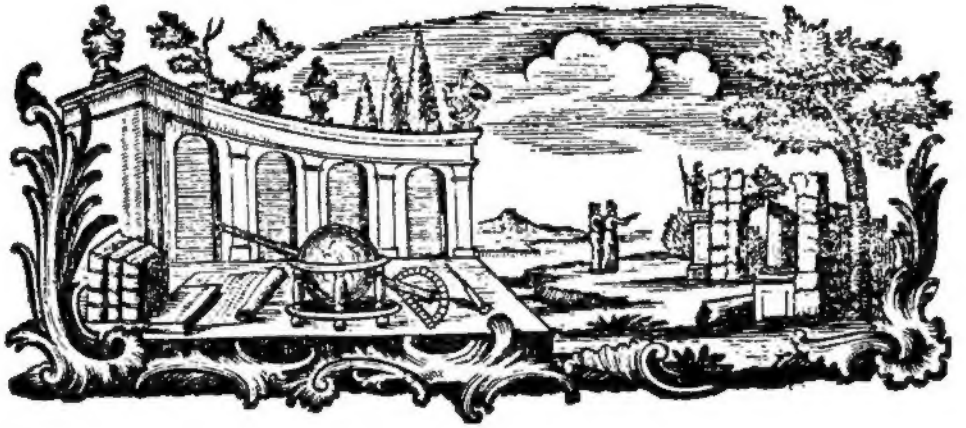
SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



RECHERCHES
SUR LA FORCE DE L'IMAGINATION DES FEMMES ENCEINTES SUR LE FOETUS, À L'OCCASION D'UN CHIEN MONSTRUEUX.

PAR M. ELLER.

Les taches, les difformités, & quelquefois la ſtructure monſtrueuſe des enfans nouvellement nés, ſont des choſes trop connuës pour qu'on en puiſſe douter. Les Phyſiciens, & ſurtout les Medecins de tout temps, ſe ſont fatigués, & chacun ſelon la portée de ſes lumieres ou de ſes préjugés, à développer l'origine, ou les véritables cauſes de ces défauts. *Hippocrate* déjà, (*) tâchant de rendre raiſon de ces difformités,

(*) Libr. *de Genitura*, art. 8. & 9.

mités, nous apprend qu'un enfant, dans la matrice, peut être mutilé par les coups que la Mère reçoit, ou par les chûtes qu'elle fait. Il ajoute dans la ſuite, que l'enfant dans la matrice ſera eſtropié, s'il n'a pas aſſez d'eſpace pour y demeurer à ſon aiſe, à l'exemple d'un végétable, qui trouvant une pierre, ou autre choſe, qui le gêne dans ſon accroiſſement, devient peu à peu tortu & de travers, mince d'un côté & épais de l'autre, &c. Et par rapport aux taches que les enfans montrent quelquefois à la peau extérieure, *Hippocrate* nous en rend pour raiſon ; * que l'envie des Femmes groſſes eſt capable d'imprimer, ſur la peau du tendre enfant, la forme de ce qu'elles ont deſiré.

* Libr. *de Superfatat.*

Il eſt fort probable, que les Phyſiciens dans la ſuite ont pris de ce dernier paſſage d'*Hippocrate*, l'occaſion d'accuſer la force de l'imagination d'une femme enceinte, comme la cauſe unique & ſuffiſante de toutes les taches & difformités avec leſquelles les enfans nouvellement nés viennent ſouvent au monde. Cette opinion a tellement prévalu, ſurtout dans les deux derniers Siecles, que perſonne n'oſoit douter de la réalité de cette ſuppoſition. Même le peuple ſavant de ce tems-là ſe faiſoit un mérite de vouloir rendre raiſon de ces contes & fictions fabuleuſes, fondées, à ce qu'ils ſe perſuadoient, dans la force de cette prétenduë imagination. C'eſt ce que nous prouvent les Ecrits de Medecins d'une réputation diſtinguée, comme ceux de *Hildan*, de *Fienus*, de *Horſtius*, de *Thomas Bartholin*, d'*Ambroiſe Paré*, & d'autres encore. Et ce ne furent pas les Medecins ſeuls, qui adopterent cette hypotheſe de la difformité cauſée par l'imagination aux enfans pendant leur ſéjour dans la matrice ; les Philoſophes du premier ordre encore ne refuſerent pas leur ſuffrage pour l'affermiſſement de la même hypotheſe ; témoin le Père *Malebranche*, (*) ſi célébre d'ailleurs dans les découvertes de la vérité dont l'entendement humain eſt ſuſceptible. Ce grand Philoſophe, pour rendre raiſon de quelques diſlocations des os des bras & des jambes, avec leſquelles un enfant nâquit en France, & dont on attribuoit le prétendu fracas à l'imprudence de la

(*) Voyez ſa *Recherche de la Vérité*, Liv. II. ch. 7.

la Mère, qui avoit vu rompre les os à un Criminel pendant qu'elle étoit groſſe de cet enfant, il s'explique de cette façon : „ Les enfans „ voyent ce que leurs Mères voyent, ils entendent les mêmes cris, „ ils reçoivent les mêmes impreſſions des objets, & ils ſont agités des „ mêmes paſſions . . . Tous les coups qu'on donna à ce miſérable, „ frapperent avec force l'imagination de cette mère, & par une eſpe- „ ce de contrecoup le cerveau tendre & délicat de ſon enfant. Les „ fibres du cerveau de cette femme furent étrangement ébranlées, & „ peut-être rompuës en quelques endroits par le cours violent des „ eſprits produit à la vuë d'une action ſi terrible, mais elles eurent aſ- „ ſez de conſiſtance pour empêcher leur bouleverſement entier. Les „ fibres au contraire du cerveau de l'enfant, ne pouvant réſiſter au tor- „ rent de ces eſprits, furent entierement diſſipées, & le ravage fut „ aſſez grand pour lui faire perdre l'eſprit pour toujours. C'eſt là la „ raiſon pour laquelle il vint au monde privé de ſens. „ Je crois qu'un habile Medecin, ou Chirurgien Anatomiſte, auroient trouvé une toute autre cauſe par rapport à l'origine du mal en queſtion, ſi on les avoit employés à examiner l'affaire à fond. Car, ſi la léſion des os avoit été telle qu'on la ſuppoſe, la forte attache des muſcles, placés aux extrémités de ces os, auroit ſans doute tellement fléchi & tiraillé chaque portion des os fracturés, que leur ſituation droite auroit été forcée à montrer autant de boſſes, ou angles élevés, qu'il y avoit de fractures aux bras & aux jambes ; ce qu'on n'a pourtant pas remarqué dans le récit. Mais la recherche de ce cas, & de bien d'autres encore de la même trempe, où l'on trouve toujours une rélation peu fidele, ou défectueuſe, des témoins ſuſpects, & des juges incompétens, m'écarteroit trop de mon but ; qui eſt ſeulement d'examiner, s'il y a quelque poſſibilité, que dans une femme enceinte, la force de l'imagination, ébranlée par une frayeur extraordinaire, puiſſe eſtropier ou mutiler ſon enfant dans la matrice, changer la figure humaine en quelques endroits de ſon corps, lui faire croitre des pattes, des griffes, des cornes, &c. ou bien que cette femme puiſſe par un deſir exceſſif, auquel elle n'a pu ſatisfaire, lui attacher ſur la peau extérieure des em-

preintes des choſes qu'elle n'a pu obtenir, comme des Ceriſes, des Fraiſes, des grappes de raiſin, des Souris, des Poiſſons, &c.

Or, comme tous ces phénomenes, & d'autres ſemblables, ont été attribués à la force de l'imagination des femmes groſſes, il faut examiner de près, ce que c'eſt qu'imaginer, & de quelle maniere cette opération de notre être penſant exiſte en nous. Pour peu qu'on réfléchiſſe là deſſus, on trouve que l'imagination n'eſt autre choſe, que cette faculté de notre Ame qui repréſente en nous l'image, ou les idées des objets abſens, introduits auparavant par les organes de nos ſens. Mais cette repréſentation des objets abſens, ou cette imagination, doit néceſſairement agir en nous par quelques moyens capables de faire une impreſſion, ou changement, à l'endroit de notre corps où les penſées exiſtent; & ces moyens ſont ſans contredit les nerfs, puiſque la deſtruction de ces émiſſaires du cerveau, détruit en même tems la perception des idées qu'on appelle ſenſuelles, parce qu'elles nous viennent par les ſens. Par conſéquent la léſion du nerf optique nous ôte la perception des idées que nous recevons par la vuë; l'obſtruction du nerf acouſtique, celles que nous ſaiſiſſons par le ſon, & ainſi des autres: de ſorte que les nerfs, ayant fourni les idées ſenſuelles au cerveau, établiſſent enſuite cette opération de l'ame en nous, qu'on appelle imagination.

D'ailleurs, l'expérience nous apprend, qne ces idées ſenſuelles ſont capables d'exciter des paſſions très violentes, ſurtout dans le ſexe, lorſqu'il ſe trouve en grand danger, d'un incendie par exemple, ou à la vuë d'un aſſaſſinat, à l'aſpect d'un animal affreux, au récit d'un grand malheur arrivé à quelques uns de leurs proches, ou quand on ſe trouve ſubitement en danger de la vie, &c. Quelle émotion exceſſive dans toute la maſſe de ſang, & quelle violente conſtriction ſpasmodique de tous les nerfs, ne voyons-nous pas arriver alors, ſurtout dans les femmes enceintes? Auſſi les frayeurs de cette nature, dans ces ſortes des perſonnes, ne laiſſent pas que d'être très nuiſibles aux enfans qu'elles portent; la liaiſon entre la mere & le

fœtus

fœtus eſt trop étroite pour qu'une agitation ſi violente ne ſe communique pas à la matrice, & y cauſe des deſordres aux parties délicates du fœtus, ſurtout dans les premiers mois de ſon accroiſſement. De là viennent quelquefois des bouleverſemens de la matrice, qui ſe montrent par de grandes pertes de ſang, & par des avortemens même ; & lorsque de pareilles commotions extraordinaires du ſang & des eſprits arrivent les premiers jours, ou ſemaines, après la conception, la ſtructure délicate du petit embryon court grand risque d'etre endommagée quant à ſa formation ; c'eſt à dire que la conſtriction ſpasmodique de la matrice peut empêcher, ou mettre un tel obſtacle, ſurtout dans les extrémités du petit embryon, que telle, ou telle branche d'artère ſe trouve embarraſſée, ou bouchée, de ſorte qu'elle perde ſa fonction de pouſſer le ſang pour développer la partie à laquelle ſe rapporte ſa deſtination. Une telle obſtruction arrivant, par exemple, à l'artère brachiale, ou à celle du poignet, le bras ou la main trouveront obſtacle à ſe développer ; & lorsque l'enfant viendra à ſon terme au monde, il lui manquera une portion du bras, ou du poignet, &c. & de cette maniere peuvent ſe former & naitre ce qu'on appelle *les monſtres par défaut.*

En adoptant cette théorie, il ne ſera pas plus difficile de comprendre, comment, & par quel moyen, ſe peuvent former les differentes taches, ou marques imprimées à la peau extérieure de l'enfant; car les veines comprimées dans quelques endroits du corps de l'enfant, ſoit par une poſition forcée dans la matrice, ou par une violence reçuë de dehors, ou par l'entortillement du cordon umbilical autour du cou, ou enfin par l'habillement trop ſerré de la mère, toutes ces cauſes & d'autres ſemblables, dis-je, peuvent ſans doute troubler la circulation égale, qui doit naturellement ſubſiſter entre les artères qui pouſſent le ſang du cœur aux extremités, & les veines qui le ramenent au cœur. Suppoſons donc une petite branche des veines reſſerrée par une cauſe quelconque ; la branche de l'artère à laquelle cette veine répond, pouſſera le ſang qu'elle a reçu par la conſtriction

du

du cœur, également vers les branches de la veine bouchée ; mais la réſiſtance que le ſang y rencontre, forcera le diamètre des petites artères laterales lymphatiques d'admettre, ou de recevoir, au lieu de la lymphe déliée & tranſparente, les petits globules rouges du ſang; & la cauſe de cette dilatation des vaiſſeaux ayant ſubſiſté trop longtems, les artères lymphatiques élargies ſe convertiront en vaiſſeaux ſanguins, leſquels étant placés, comme on ſçait, en très grand nombre en forme d'un tiſſu étroit ſous l'épiderme tranſparent de la peau, ce tiſſu des vaiſſeaux ſanguins y montrera néceſſairement une rougeur plus ou moins forte, & plus ou moins étenduë, ſelon que les cauſes de ſon exiſtence ont été plus ou moins grandes. Auſſi les taches rouges formées de cette façon, & qui ont l'etenduë d'un ou de pluſieurs pouces, ſont appellées en Allemand, *Fuer*, ou *Mutter - Mähler*, *Nævi materni* en Latin. Les autres plus petites taches ſphériques d'un rouge foncé, ou quelquefois d'un rouge pâle, ou bien un amas de ces petites taches rouges confonduës enſemble, ſont des empreintes, que pendant la groſſeſſe d'une femme, un deſir manqué de Ceriſes, de Fraiſes, de grappes de Raiſin &c. doit avoir deſſiné ſur la tendre peau des enfans, ſelon la dévote crédulité des femmelettes. Enſuite les taches un peu larges & élevées, & que les racines des poils dilatées & pouſſées ont rendu veluës, cauſées apparament par un ſang épais & bilieux, dérivé de la mere vers la matrice, ſont attribuées à l'épouvante de l'apparition d'une Souris que la mère s'imagine d'avoir chaſſée une fois de ſes habits pendant ſa groſſeſſe. Mais qui ſeroit aſſez ſtupide pour ne pas découvrir ici des fictions fades, ſoutenues des préjugés vulgaires, que la tradition du ſexe crédule a tâché de perpétuer depuis tant de générations ? Auſſi pour découvrir dans les taches ſusdites, des images de Ceriſes, de Fraiſes, de Souris, &c. il faudroit avoir l'imagination bien plus forte, que ces bonnes Meres ne l'ont eüe, lorsqu'elles ont crû barbouïller ces empreintes ſur la peau de leurs enfans.

Mais, pour mettre enfin des bornes à la prétendüe imagination formatrice des taches, des fruits, & des bêtes même, que les enfans reçoi-

reçoivent quelquefois dans leur premiere demeure, il faut tomber d'accord, que l'épouvante, ou la frayeur, qu'on prend pour la ſource de ces ſortes d'imaginations, ne peut opérer autre choſe, ſi ce n'eſt de produire une altération dans la circulation du ſang de la Mère, c'eſt à dire, de la pouſſer trop, ou de la trop rallentir, & de cauſer ſouvent, en même tems, une conſtriction ſpasmodique dans la matrice; circonſtances, qui dépendent toutes deux d'une commotion violente des eſprits des nerfs du cerveau de la Mère. La ſtructure du corps humain, & les fonctions de ſes parties, établiſſent cette theſe, & prouvent encore, que les nerfs de la Mère n'ont point de liaiſon avec ceux de l'enfant, puisque la connexion entre le corps de la Mère & celui de l'enfant ſubſiſte uniquement par le moyen de l'arrière-faix, qui ne tient point à la matrice par une *continuité*, mais ſeulement par une *contiguité* de vaiſſeaux, qu'on ne déchire pas lorsqu'on dégage l'arrière-faix de la matrice. On voit, que ſes vaiſſeaux innombrables dans leurs plus petites ſubdiviſions, ſont diſtribués par parcelles, & tout à fait mêlés avec ceux de la matrice; dans cet ordre & cet arrangement néanmoins, que les petites veines de l'arrière-faix, à l'imitation des racines des végétaux, peuvent ſucer le ſang qui ſuinte des extrèmités des artères de la matrice, & d'un autre côté, que les petites veines de la matrice peuvent à leur tour réſorber le ſang que les artères du cordon umbilical de l'arrière-faix ramenent de l'enfant vers la matrice; lequel ſang enfin, de retour de ſa fonction nutritive, étant reçu par les veines de la matrice, rentre dans la maſſe du ſang de la Mère.

Il n'y a donc point de *continuité*, ou d'*anaſtomoſe*, entre les vaiſſaux ſanguins de la Mère & ceux du fœtus; & par conſéquent point de circulation de ſang commune à la Mère & à l'enfant: ce qui eſt prouvé encore par la grande différence qu'on remarque entre les battemens des artères de la Mère & de celles du fœtus, quand on a l'opportunité de tâter d'une main le pouls de la Mère, & de l'autre les pulſations des artères du cordon umbilical, qui s'avance quelquefois

hors de la matrice, pendant que l'enfant y reſte encore. D'ailleurs les nerfs de la Mère n'ont pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, & les diſſections anatomiques les plus ſcrupuleuſes n'ont pû jusqu'ici découvrir ſeulement le plus petit filament nerveux qui ſe rendit de la matrice dans l'arrière-faix de l'enfant. Cela prouve que le fœtus eſt un individu diſtinct de celui de ſa Mère, & qui agit par ſes propres nerfs, indépendamment de ceux de la Mère. Les nerfs donc, qui ſont les inſtrumens par leſquels l'imagination de la Mère peut uniquement opérer cet effet, ou produire ce pouvoir de changer quelque choſe au corps de l'enfant, n'étant capables d'y contribuer en rien, cette imagination ne ſauroit avoir lieu, d'autant plus que les nerfs de la Mère, n'ayant pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, ſe trouvent hors de la ſphère de leur activité.

Ce que j'ai avancé jusqu'ici, prouve aſſez clairement, je crois, que les taches & les empreintes de diverſes choſes étrangeres, qui paroiſſent ſur la peau de quelques enfans nouvellement nés, & même les *Monſtres par défaut*, ne peuvent pas proceder d'une prétenduë imagination de la Mère; mais qu'ils ſont plutôt, ſelon la démonſtraſtration précédente, l'effet d'une émotion extraordinaire & très forte des eſprits des nerfs, & de la maſſe d'un mauvais ſang, occaſionnés par des paſſions très violentes, qui arrivent ſouvent aux femmes enceintes.

Mais on rencontre quelquefois certains fœtus preternaturels, qui ſemblent demander une toute autre raiſon de leur exiſtence; & ce ſont principalement ces ſortes d'enfans difformes, qu'on appelle *Monſtres par excès*, qui ſont voir une ou pluſieurs parties eſſentielles de trop à leur corps, ou bien ceux qui montrent un membre, ou partie principale, tout à fait étrangere à leur eſpece; comme, par exemple, la tête d'un animal attachée au tronc d'un enfant, que quelques Auteurs, comme *Hildanus*, *Thomas Bartholin*, &c. prétendent avoir vû. Ajoutons encore pluſieurs autres combinaiſons monſtrueuſes de cette nature, dont le *Dr. Turner*, Medecin Anglois, dans ſon traité *de Morbis*

Morbis cutaneis, a fait une Collection importante : mais cet Auteur, à cauſe de ſa trop grande crédulité, a été bien tourné en ridicule par le Docteur *Jaques Blondel* ſon Compatriote.

Quoiqu'il en ſoit, on a eu la ſatisfaction, il y a quelques mois, de voir naitre ici, à Berlin, non pas un enfant monſtrueux, avec une tête empruntée d'une autre eſpece d'animal, mais un petit Chien mis au monde, dont la tête ne reſſembloit pas mal à celle d'un Coq-d'Inde. Le Bourgeois qui a vu naitre cette petite bête monſtrueuſe, l'a donnée à un Chirurgien de ma connoiſſance, de qui je la tiens; il lui a raconté, que la chienne mère, de la plus petite race, lorsqu'elle étoit pleine, avoit eu la coutume de ſe promener ſouvent dans la baſſe cour, où ce Bourgeois nourriſſoit parmi ſa volaille un Coq-d'Inde, le quel, ne pouvant ſouffrir la chienne, l'avoit toujours chaſſée en la becquetant, & la forçant de ſe retirer dans la maiſon. Ce bon homme a crû au reſte, que la pauvre chienne, effrayée toujours de cette façon, avoit imprimé à ſon petit l'image des armes ſi redoutables de ſon ennemi le Coq. Après avoir examiné avec ſoin ce petit monſtre, expiré d'abord après ſa naiſſance, on a remarqué, que la difformité ſubſiſtoit uniquement à la tête & au col, le reſte du corps & les extrémités ne montrant que la ſtructure ordinaire d'un Chien. Pour ce qui regarde la tête monſtreuſe, elle étoit un peu ovale, depourvue de la gueule & du nez, & par conſéquent les machoires allongées d'un chien y manquoient entierement ; mais à leur place il ſe préſentoit une eſpece de pendeloque ronde, d'une chair rougeâtre, approchante, par rapport à ſa figure & à ſa longueur, du couvre-bec d'un Coq-d'Inde. Le diamètre de cette excreſcence charnue vers ſa baſe, étoit de 8. à 9. lignes, mais elle étoit creuſe en dedans pour recevoir & loger une eſpece de bec, ou plutot un crochet oſſeux, tout à fait ſolide & ſans ouverture, de 4. lignes de diamètre environ, & de 12. de longueur ou d'étenduë. Ce crochet ne ſe trouvoit point attaché à l'os frontal, mais adhérent par une eſpece de future aux os des temples, à l'endroit où ces deux os ſe joignoient vers la baſe du petit crane, dans lequel, au reſte, on ne trouvoit pas la

moindre marque des orbites ; de ſorte que les yeux y manquoient tout à fait. On découvroit enſuite les deux oreilles à la baſe de la tête, où le col commence ; elles étoient entourées d'une eſpece de menton difforme, élevé en bourrelet, & tout parſemé de petits boutons rougeâtres, à l'imitation de ceux d'un Coq-d'Inde ; les petites oreilles de la même couleur étoient chauves, & leurs conduits perçoient les os des temples à la baſe du crane ; lequel enfin étoit ſoutenu de huit petites vertébres, au lieu de ſix qui compoſent à l'ordinaire le cou d'un chien. La premiere, qui porte le crane, étoit une fois plus large & plus épaiſſe que les autres.

Telle étoit la ſtructure de cette petite tête monſtrueuſe, dont je joins ici la figure. Les femmes ne doivent donc pas ſe glorifier de poſſeder ſeules la prérogative de faire des monſtres par la force de leur imagination ; nous ſommes convaincus, par la rélation précédente, que les bêtes en peuvent faire autant. Mais, comme j'ai prouvé auparavant que nous ne pouvons rien imaginer que par le moyen des ſens, & que les ſens demandent toujours une liaiſon étroite entre les nerfs & le cerveau ; vû qu'il n'y a pas la moindre cohéſion entre les nerfs d'un fœtus & le cerveau de ſa mere, par conſéquent l'imagination de la mere, quelque forte qu'elle puiſſe être, ne peut rien opérer ni changer au corps du fœtus, que ce que j'ai avancé auparavant. C'eſt pour cette raiſon, qu'il faut chercher d'autres cauſes d'un changement ſi frappant, qui convertit l'embryon bien formé en un *Monſtre par excès*, pourvû de quelques membres de trop, ou bien, qui attache au corps d'un tel embryon des parties tout à fait étrangeres à la figure de ſon eſpece.

Pour tâcher d'éclaircir des difficultés de cet ordre, il faudroit deſcendre jusqu'à la ſource de la génération ; mais quelle obſcurité ne rencontre-t-on pas dans cet abiſme ? Il eſt bien humiliant, ce me ſemble, pour l'eſprit humain, de ne pouvoir pénétrer, comme il faut, jusqu'à l'origine de ſon exiſtence corporelle ! On a bien inventé ſucceſſivement pluſieurs Syſtèmes qui devoient éclaircir toutes ces obſcuri-

curités ; (*) le plus ancien eſt le plus ſimple, & ne requiert, ſelon *Hippocrate*, que le mêlange des deux liqueurs ſeminales du mâle & de la femelle dans l'acte charnel, la portion la plus forte produiſant les mâles, & la plus foible les femelles. *Ariſtote* (**) au contraire prétend que le ſang menſtruel fournit bien la matiere, mais le ſperme de l'homme la forme du fœtus, & que la faculté génératrice acheve le reſte. *Harvey* enfin, qui par la découverte de la circulation du ſang a rendu ſon nom immortel, fut le premier qui entreprit une recherche exacte dans les matrices des Biches, & de pluſieurs autres animaux tout récemment couverts, pour en former un nouveau Syſtême de génération ; mais les grands deſordres cauſés en Angleterre par les guerres civiles ſous Charles I. en empêcherent apparemment l'exécution. Dans pluſieurs de ſes Diſſertations, (***) il ne reconnoit après la conception que des caroncules allongées dans la matrice, & enſuite un tiſſu formé peu à peu en petite poche, qui contient bientôt après une envelope ſphérique, remplie d'une lymphe tranſparente avec ſon point vivant, (*punctum ſaliens,*) pour le commencement du petit fœtus, &c. Dans un autre endroit (****) il paroit rapporter tout cet appareil à la fabrique des oeufs, exiſtants de cette façon dans le creux de la matrice après la conception.

Mais de nouvelles recherches dans l'Anatomie de ce temps-là avoient déjà découvert à chaque côté de la matrice un corps blanchâtre, parſemé de glandes, ou veſicules tranſparentes, qui contiennent une liqueur ſemblable à du blanc d'oeuf. Cette analogie avec les oiſeaux fit donner à ces deux corps le nom d'ovaire. *Fallope*, fameux Medecin Italien, apercut deux tuyaux, ou trompes inférées dans la matrice, dont les extremités flottantes, & terminées en franges, peuvent embraſſer l'ovaire, recevoir ces veſicules tranſparentes, ou ces

(*) Vid. Hipp. *libr. de Genitura*, pag. 129. Edit. Lugd. Bat.

(**) *De generat. animal.* lib. I. cap. 20. &c.

(***) Vid. *Exercitat. 66.* &c. (****) *Exercitat. 61.* &c.

petits oeufs, & les tranſporter au fond de la matrice. *Regner de Graaf*, habile Anatomiſte Hollandois, établit par des expériences ultérieures (*) ce nouveau ſyſtème, prétendant avec ſes Sectateurs, *Malpighi* & *Valisnieri*, qu'un tel oeuf detaché de l'ovaire contenoit déjà le petit fœtus tout formé, & que le ſperme viril pendant le coït le fécondoit ſeulement par une exhalaiſon, ou eſprit ſpermatique, qu'il nomme *aura ſeminalis*, contenuë dans ce liquide.

Bientôt après, deux fameux Phyſiciens Hollandois, *Hartſoecker & Löwenhœk*, s'aviſerent d'examiner cette liqueur fecondante des mâles par de meilleurs microſcopes, & ils trouverent, à leur grande ſurpriſe, une quantité prodigieuſe de vermiſſeaux vivans, répandus toujours dans cette liqueur. A ce phènomene ſi frappant, on ne balança guères à prendre ces vers pour les ébauches completes des petits animaux, de l'eſpece de laquelle on avoit pris & examiné le ſperme. Auſſi rien n'étoit plus ſimple, que de s'imaginer, que ces petits vers ſi agiles, pouvoient très facilement entrer dans la matrice, s'attacher à ſa ſurface, y trouver leur nourriture, & leur accroiſſement, & ſortir de là à leur terme ſous la forme d'un animal complet. Voilà donc un nouveau Syſtème de génération, mais qui fait décheoir les femelles de la prérogative de former l'embryon, & la rend aux mâles.

Cependant on pourroit demander ici ; d'où vient donc aux enfans leur reſſemblance à la mère, ſi le petit ver ſpermatique contenoit déjà la ſtructure complete du fœtus ? & d'ou viennent la queüe & les oreilles d'ane à la mule, ſi le petit poulain exiſte déjà tout formé dans l'ovaire de la jument ? Apparement qu'on ne ſongeoit pas à ces ſortes d'objections dans ce tems-là ; on s'occupoit plutôt à mettre d'accord les contrariétés apparentes de ces deux Syſtèmes. Les plus ſenſés étoient convaincus, que la Nature ne produiſant rien de ſuperflu, l'Ovaire & les trompes de *Fallope* étoient abſolument inutiles, ſi le ſyſtème des vermiſſeaux ſpermatiques prévaloit ; c'eſt pourquoi ils tâche-

(*) Regner de Graaf, *de Mulier. Organ.* cap. 14. &c.

tâcherent de former un *Syſtème mixte* des deux précédens, en envoyant les vers ſpermatiques à la recherche des Oeufs, ſoit dans l'ovaire, ou détachés de là dans la trompe, ou bien dans la matrice même, pour s'en emparer & pour y trouver leur premiere nourriture.

Ce dernier Syſtème, pour retourner à mon propos, paroit favoriſer la production des Monſtres nommés *par excès*. En ſuppoſant, que deux ou pluſieurs de ces petits vers prolifiques entraſſent à la fois dans la cicatricule, ou petite ouverture de l'oeuf, le plus robuſte s'y maintiendroit ſans doute ; & par rapport aux autres, il pourroit arriver, que quelques unes de leur parties fuſſent détruites, & que d'autres reſtant dans leur entier ſe joigniſſent au premier, lui attachaſſent des membres ſurnumeraires ; ce que nous voyons arriver aux fœtus à deux têtes, ou à deux corps, ou bien à pluſieurs bras ou jambes &c. où l'on apperçoit les reſtes d'un deuxième fœtus anéanti en partie.

Mais, ni ce ſyſtême mixte, que je viens de conſidérer, ni les précédens, ne nous prêtent aſſez de lumiere, pour que nous puiſſions comprendre l'exiſtence, ou la production d'un monſtre, qui préſente des membres, ou des parties tout à fait étrangeres à ſon individu, comme par exemple notre chien monſtreux, dont la tête tient plus de la ſtructure de celle d'un Coq-d'Inde que de celle d'un chien. Je conviens cependant, que ces ſortes des monſtres ſont extrêmement rares parmi les fœtus de la race humaine, & que la plûpart des Auteurs allégués, qui nous en parlent, ont été trompés, ou par de faux rapports, ou par la reſſemblance trop legèrement imaginée de quelques difformités des traits. Suppoſons en attendant qu'il en ait exiſté, la grande difficulté ne paroitra pas non plus levée par un autre nouveau ſyſtème de quelques Phyſiciens modernes, qui s'efforcent de prouver, qu'à l'exemple des Végétaux, tous les fœtus préexiſtens ont déjà renfermé les races paſſées, préſentes, & futures, dans leur corps, & qu'il ne faut qu'un ſimple dévelopement pour la production ſucceſſive de tous les animaux. Cette hypotheſe, comme je l'ai dit, n'éclaircit point le cas en queſtion ; & quand même on

vou-

voudroit attribuer à la toute-puiſſance divine, (ſelon le ſentiment du célèbre Mr. *Winslow*,) la création des fœtus monſtreux entremêlés dans ce développement ſucceſſif, on ne trouveroit pas une raiſon ſuffiſante du deſſein de notre très ſage Créateur.

Toutes ces difficultés, & bien d'autres encore, qui obſcurciſſent ſi fort la veritable origine de notre exiſtence, ont porté le ſavant Mr. *de Buffon*, (*) à publier, il y a quelques années, un ſyſtème tout nouveau ſur la génération & reproduction des animaux en général. *Anaxagore*, Philoſophe Grec de l'Ecole Jonique, lui en a fourni peut-être la premiere idée par ſon prétendu arrangement des plus petites parties corporelles, homogenes ou ſimilaires, qu'il appelle Ὁμοιομερείας, & ſur leſquelles *Plutarque*, *Ciceron* (**) & *Lucrece* (***) nous donnent quelques éclairciſſements. Mais l'idée la plus convaincante paroit lui avoir été fournie par l'illuſtre Auteur de la *Venus phyſique*, qui, à l'occaſion de ſes conjectures ſur la formation du fœtus, réfléchiſſant ſur certains rapports, diſpoſitions, ou forces dans la nature, entre les ſubſtances corporelles homogenes, leſquelles on voit ſe rapprocher, ou ſe joindre enſemble, comme pluſieurs phénomenes dans la Chymie le prouvent, fait à la fin cette demande : „ Si cette force exiſte dans la „ Nature, n'auroit-elle pas lieu dans la formation des corps des ani- „ maux ? Qu'il y ait, pourſuit-il, dans chacune des ſemences des „ deux ſexes des parties deſtinées à former la tête, le cœur, les entrail- „ les, les bras, les jambes, & que ces parties ayent chacune un plus „ grand rapport d'union avec celle qui, pour la formation de l'ani- „ mal, doit être ſa voiſine, qu'avec tout autre, le fœtus ſe formera ; & „ fut-il encore mille fois plus organiſé, il ſe formeroit, &c. „ Il ajoute à cela une obſervation bien convainquante pour faire valoir cette hypotheſe ; ſavoir, que dans les *Monſtres par excès*, où il y a quelques membres de trop, les parties ſuperflues du mêlange ſpermatique des deux ſexes, trouvent néanmoins leur place, & s'uniſſent aux parties

(*) Voy. *Hiſtoire Naturelle* Tom. II.

(**) *Tuſcul. Queſt. 4.* (***) *De Nat. rer.* l. 1. p. m. 330.

ties dont l'union étoit déjà ſuffiſante. Ainſi un doigt de trop ne trouvera d'autre place qu'à la main ou au pied ; un bras ſuperflu s'attachera toujours placé à côté de la premiere ſur les vertébres du col ; ce que notre ſavant Académicien, & trés habile Anatomiſte, Mr. *Meckel*, qui a eu l'occaſion de ſe procurer un tel Monſtre, il y a quelques ſemaines, va montrer à l'Aſſemblée.

Un Philoſophe donc, tel que Mr. *de Buffon*, qui tâche toujours d'approfondir les véritables cauſes phyſiques par des expériences conſtatées, s'eſt attaché à examiner de nouveau cette liqueur prolifique qui doit fournir le commencement corporel à tous les animaux ; ſes expériences réiterées avec les meilleurs Microſcopes, lui ont montré les prétendus vers ſpermatiques, tels que *Leewenhœck* les a vûs, & dépeints : il a été plus loin, & a découvert le premier, avec l'aſſiſtance de ſon amy, le célébre Naturaliſte Mr. *Needham*, des petits corps mouvans, tout à fait ſemblables à ceux des mâles, dans les prétendus oeufs, ou veſicules lymphatiques de l'ovaire de toutes ſortes de femelles, dans le tems de leur chaleur. Ne s'arrêtant pas là, il a trouvé encore à ſa grande ſurpriſe, les mêmes corps agiſſans & mobiles dans les infuſions des ſemences des végétaux, ſurtout dans les amandes. Même les morceaux de viande infuſés, & bien préſervés de toute communication avec l'air extérieur, lui ont fait voir par le Microſcope, nombre de ces molecules en mouvement ; & ayant enfin remarqué que l'agitation de ces petits corps étoit presque toujours uniforme, & point arbitraire, dans tous ces différens liquides ſpermatiques, qui reſtent mobiles à une chaleur bouillante, il n'a pu les prendre davantage pour des vermiſſeaux, mais il les regarde comme les premiers élémens, ou principes corporels de tous les animaux & végétaux en général, & leur a impoſé le nom de *molecules*, ou *parties organiques mouvantes & agiſſantes*, qui ſervent également à la nutrition & à la reproduction de ces Etres. L'illuſtre Auteur paroit entendre ici par l'organiſation, cette méchanique dont ſe ſert la Nature pour modéler les élémens de la matiere, non ſeulement par rapport à leur figure extérieure, mais auſſi pour la

forme intérieure appropriée à chaque eſpece des animaux ; ce qu'il nomme, *paſſer par le moule intérieur*. Il ajoute enfin, que la reproduction, ou la génération des animaux, ſe faiſoit par la réünion réciproque de ces molecules organiques des deux ſexes, renvoyées de chaque partie du corps dans un réſervoir commun, qui ſont les teſticules & les ovaires. Après la conception, ou le mêlange des deux liqueurs ſeminales, continuë Mr. *de Buffon*, l'aſſimilation, ou l'établiſſement local des parties, ſe fait ſelon les loix d'affinité qui ſont entre les différentes parties, & qui déterminent les molecules organiques à ſe placer comme elles l'étoient dans les individus qui les ont fournies ; en ſorte que les molecules qui proviennent de la tête, & qui doivent la former, ne peuvent, en vertu de ces loix, ſe placer ailleurs, & ainſi des autres, &c.

Voilà en racourci le nouveau ſyſtème organique de Mr. *de Buffon* ſur la génération des animaux ; ſyſtème qui détruit les précédens, & montre leur inſuffiſance, mais qui d'un autre côté me paroit propre à expliquer en quelque maniere l'exiſtence des *Monſtres à membres etrangers*. Il faut remarquer préalablement que Mr. *de Buffon*, dans ſes recherches infatigables ſur les élémens organiques, les a découverts même dans le jus de la viande rôtie : par conſéquent ils paroiſſent inaltérables à ce degré de feu ; moins encore peut-il leur arriver une altération deſtructive par la chaleur & par l'action de l'eſtomac, lorsque ces parties organiques, ſpécifiées auparavant dans le ſperme d'un animal, entrent dans le corps d'une autre eſpece d'animaux, & qu'elles ſont portées par la circulation du ſang vers la matrice dans le tems que la conception ſe fait. Elles peuvent donc facilement s'introduire dans le mêlange ſeminal, & coopérer un changement dans quelques parties de l'embryon. C'eſt auſſi ce qui a pû arriver à la chienne mère de notre monſtre, ſoit qu'elle ait léché vers le tems de ſon accouplement de la ſemence répanduë par hazard du Coq-d'Inde, ou qu'elle ait avalé quelque choſe d'un Oeuf caſſé & fecondé auparavant par ce Coq, &c.

D'ail.

D'ailleurs, s'il eſt permis d'ajouter encore une réflexion hazardée, en prenant ces parties organiques de Mr. *de Buffon* dans la ſemence pour les vrais élémens corporels des animaux, ne pourra-t-on pas ſuppoſer, qu'il eſt poſſible, que ces molecules organiques, que la tête, par exemple, ou quelque autre partie fournit, dans la compoſition du ſperme, fuſſent, par une impreſſion violente, modélées à la façon, ou d'après la figure de cet objet effrayant, lorsque l'idée en reſte longtems préſente à l'eſprit, & que ces molecules organiques, moulées de cette façon étrangere, ſe trouvent déjà mêlées avec les autres parties ſeminales dans les réſervoirs ſpermatiques d'une femelle avant l'impregnation ? Ne pourront-elles pas, dis-je, opérer ce changement à la tête, ou à quelque autre partie du fœtus futur, lorsque la conception arrive bientôt après, comme nous le voyons dans notre chien monſtreux ? Et ce ſeroit ſans doute un autre effet de la force de l'imagination d'une mere, non pas ſur le fœtus, mais ſur les molecules organiques que la mère fournit, pour le compoſer pendant la conception. Mais je n'oſerois donner ceci pour des vérités conſtatées, ſachant que, dans les choſes où la certitude ne ſouffre pas une démonſtration achevée, il faut ſe contenter de la vraiſemblance.

CONTINUATION
DES PREUVES FONDE'ES SUR DES EXPE'RIENCES EXACTES, QUI FONT VOIR QU'IL SE TROUVE DE LA TERRE DANS L'EAU DISTILLÉE LA PLUS PURE,

PAR M. MARGGRAF.

I.

Dans le § XII. du Mémoire contenant des recherches ſur l'eau, que j'ai eu l'honneur de préſenter à l'Académie Royale, & qui a été imprimé dans le Tome VII. de ſes Mémoires, j'ai rapporté de quelle maniere, par des diſtillations réitérées, j'avois tiré de l'eau diſtillée la plus pure une terre, dont *Borrichius* a déjà fait mention dans ſon Traité *de Hermetis & Ægyptiorum ſapientia*, ſans rien dire pourtant de poſitif au ſujet de ſes propriétés. Mais, comme d'un côté je n'ai pas eu un médiocre intérêt à me procurer une connoiſſance exactement déterminée de cette terre, & que de l'autre divers Phyſiciens paroiſſent la révoquer en doute, ou bien que *Boerhaave* & d'autres veulent la déduire d'une cauſe toute particuliere ; ce ſujet m'a paru ſi important, que j'ai crû devoir en recommencer l'examen tout à neuf, pour mettre la choſe à l'abri de tout doute. Sans avoir donc deſſein de mettre des bornes aux travaux, ou de preſcrire des régles aux opinions, d'autres grands hommes qui s'occupent des mêmes recherches, je me propoſe ſeulement de rapporter dans le meilleur ordre qu'il me ſera poſſible, & de ſoumettre au jugement de ceux qui peuvent en décider, les Expériences ſur ce ſujet, que j'ai faites & réitérées avec la derniere exactitude.

II. Mais, avant que d'entrer dans ce détail, il me paroit néceſſaire de prévenir d'abord quelques doutes, qui pourroient ſe préſenter,

ter; & pour cet effet d'expoſer avant toutes choſes la maniere que j'ai ſuivie en procédant à la diſtillation de l'eau dont je me ſuis ſervi pour mes Expériences, afin d'en avoir qui fut exactement pure. Dans le Mémoire que j'ai déjà cité, §. 5. je rapporte que j'avois employé pour mes Expériences de l'eau de neige, ou de pluye, la plus pure que l'on puiſſe ramaſſer, après l'avoir ſeulement diſtillée une fois, pour découvrir la terre qui ſe trouvoit renfermée dans cette eau diſtillée. Mais, comme je conçus moi-même quelque ſoupçon, que dans une ſemblable eau, qui n'avoit été diſtillée qu'une fois par la retorte, il pouvoit fort bien s'être élevé par cette diſtillation quelque partie déliée d'une terre qui n'appartint point à l'eau, & à laquelle on dût attribuer celle qui demeuroit de cette eau après la diſtillation; j'ai pris de la même eau de neige ou de pluye, raſſemblée de la maniere la plus pure, & diſtillée une fois, & je l'ai encore diſtillée ſix autres fois, en ajoutant encore la précaution de la diſtiller lentement, en prenant à chaque fois une retorte neuve, bien rincée auparavant avec de l'eau diſtillée, avec un récipient exactement net & bien adapté, toutes les jointures étant bouchées d'une maniere qui ne permettoit l'introduction d'aucune matiere étrangere, pas même de la menuë pouſſiere qui flotte dans l'air. Et afin que dans cette eau diſtillée ſix fois, il ne reſte rien qui puiſſe encore fonder le reproche de quelque terre ſubreptice, j'ai pris un grand alembic de verre contenant environ quatre quartes, avec un chapiteau fondu enſemble, au haut duquel il y avoit un tuyau avec un bouchon de verre poli, fort bien ajuſté au trou du tuyau mentionné, & propre pour pouvoir verſer de tems en tems de cette eau diſtillée; & j'ai encore fait ſix diſtillations au bain-marie, dans un récipient fortement adapté, ayant ſoin toutes les fois que j'avois verſé de la liqueur de refermer exactement le bouchon du tuyau, & prenant auſſi toutes les précautions imaginables pendant que je verſois l'eau, pour empêcher qu'il ne s'y introduiſit aucune pouſſiere de l'air. Mais, comme dans une chaleur auſſi tempérée que l'eſt celle du bain-marie, l'eau ne ſcauroit parvenir juſqu'à bouïllir, il ne pouvoit plus reſter aucun ſoupçon que, dans une diſtillation faite auſſi doucement, il ſe fut encore élevé

quelque eſpece de terre étrangere qui n'appartint pas à l'eau. Cependant j'y ai remarqué que, dans ce degré de chaleur, tout modéré qu'il eſt, il s'attachoit toujours quelque choſe, quoiqu'en très petite quantité, d'une matiere terreſtre, ſurtout aux côtés de l'alembic, où l'eau s'étoit élevée, d'où cela retomboit enſuite en gouttes. Tout cela étant fait, j'ai conſervé dans des vaiſſeaux de verre ſoigneuſement bouchés, de cette eau ainſi purifiée par treize diſtillations, & je l'ai employée dans les Expériences dont je vais rendre compte.

III. *Boerhaave*, & quelques autres, étant dans l'idée que la terre qui reſte après la diſtillation de l'eau, même la plus pure, doit uniquement ſon origine à la pouſſiere qui voltige toujours dans un Laboratoire chymique, ou même à celle qu'on voit flotter en l'air & dans les rayons du Soleil, j'ai déjà écarté cette ſuppoſition dans le §. XII. du Mémoire cité au §. I. de celui-ci, & j'ai montré que la choſe ne pouvoit avoir lieu ; à quoi j'ajoûte encore, que quand une ſemblable pouſſière pourroit s'inſinuer, lorsqu'on ôte le récipient, on la verroit, quelque ſubtile qu'elle pût être, ſurnager au deſſus de l'eau, où elle ſeroit ſenſible, vû ſa couleur noire ou griſe, & en même tems elle ſeroit combuſtible. Que ſi au contraire on lui attribuë de la peſanteur, il faudroit qu'elle ſe poſât au fonds dans l'eau nette, & que par là elle devint ſenſible encore avant la diſtillation. La terre qu'on tire de l'eau, devroit auſſi avoir toutes les fois une apparence différente, ſuivant la nature de la pouſſiere répanduë dans l'air, qui n'eſt, ni ne peut jamais être la même, vû la différence des tems & des lieux où l'opération ſe fait. Mais comme dans le §. ci-deſſus cité j'ai décrit la terre qu'on tire de l'eau, comme une terre blanche, & qui le devient toujours davantage à chaque diſtillation, l'idée que je combats acheve de tomber d'elle-même. Il n'y a perſonne qui ne pût ſe délivrer de ce doute d'une maniere fort ſimple, en poſant ſeulement un plat de verre, dans un endroit où il demeurât tranquille, & en examinant au bout d'un certain tems, avec le ſecours des meilleurs Microſcopes, la pouſſiere qui s'y ſeroit attachée, pour la comparer avec notre

notre terre tirée de l'eau, & enſuite les examiner toutes deux ſoigneuſement. Je ſuis perſuadé que tout obſervateur attentif, impartial, & exact dans ſes Expériences, appercevroit la différence ſans aucune difficulté. Mais, quelque jugement qu'il en portât, je m'aſſure que les Expériences ſuivantes, que j'ai faites avec le plus haut degré d'attention & d'exactitude, frayeront ſuffiſamment la route à une connoiſſance plus approfondie, & à une certitude plus complette ſur ce ſujet.

IV. Je pris une retorte de verre neuve, contenant environ ſix onces, rincée auparavant avec le plus grand ſoin & à pluſieurs repriſes, avec l'eau très pure & ſouvent diſtillée que j'ai décrite. A cette retorte tenoit un récipient de la même matiere, fondu avec elle, & qui avoit un petit tuyau par lequel l'eau pouvoit être verſée. Je ſéchai auparavant ce vaiſſeau le mieux qu'il me fut poſſible, & l'ayant poſé bien exactement, j'y verſai une once de mon eau diſtillée très pure, en la regardant auparavant avec toute l'attention poſſible; & elle étoit nette & claire comme un cryſtal. Je fermai enſuite l'ouverture du tuyau avec un bouchon de verre, & je pris outre cela un ſoin particulier de la préſerver de l'introduction de l'air. Je mis alors mon vaiſſeau dans le ſable, & je diſtillai à une chaleur bouïllante, de façon que l'eau contenuë dans la retorte la debordât jusqu'à environ 1 ou $\frac{1}{2}$ dragme ; après quoi je laiſſai le tout réfroidir peu à peu, & j'obſervai que l'eau demeurée dans la retorte étoit un peu trouble. Je fis enſuite rentrer par inverſion dans la retorte l'eau qui pendant la diſtillation avoit débordé le récipient, je la diſtillai encore une fois de la maniere précédente, & je répétai cela une trentaine de fois tout de ſuite ; pendant quoi j'obſervai qu'à chaque diſtillation, quoiqu'il ne put s'y être introduit aucune ſorte de pouſſiere, mon eau très pure devenoit toujours plus trouble, de façon qu'à la fin elle n'avoit presque plus de transparence ; & la pouſſiere blanche brillante qui ſe trouvoit au fonds, déceloit bien diſtinctement la terre qui s'en étoit ſéparée. J'aurois pouſſé ce travail encore plus loin, s'il ne s'etoit fait au cou de mon vaiſſeau

par

par accident une petite fente, quoiqu'à peu près imperceptible ; ce qui ne me permit pas d'aller plus loin.

V. Là deſſus je verſai par le tuyau ouvert du récipient l'eau qui y étoit encore demeurée ; je ſéparai le plus délicatement qu'il étoit poſſible le fonds de la retorte d'avec la partie ſupérieure, je couvris le tout au mieux, & le fis ſécher à la chaleur du fourneau. Enſuite je peſai tout encore une fois, & je trouvai le poids plutôt augmenté que diminué. Après cela je ſéparai avec beaucoup de précaution la terre attachée au ventre de la retorte, qui étoit viſible, & pouvoit être apperçuë même ſans Microſcope, laquelle je trouvai parfaitement ſemblable à celle qui a été décrite dans le §. 1. du Mémoire ci-deſſus cité. Quant au verre ſur lequel elle s'étoit poſée, je ne le trouvai, ni exfolié, ni rongé, ni inégal ; mais il étoit uni partout, reſſemblant parfaitement à un verre tout neuf & net. Et quoique je miſſe en oeuvre les meilleurs Microſcopes, dont on ne ſçauroit ſouvent ſe paſſer dans des cas douteux, je ne pus rien du tout découvrir qui indiquât l'exfoliation ou l'arroſion du verre ; mais, comment cela auroit-il été poſſible, puiſqu'après chaque diſtillation je laiſſois parfaitement réfroidir le vaiſſeau, avant que d'en verſer l'eau dans la retorte. Car véritablement le caillou qu'on a expoſé au plus grand degré de chaleur, & enſuite jetté tout à coup dans l'eau froide, comme auſſi le verre, & d'autres matieres ſemblables, quand on les traite de cette maniere, ne ſcauroient être allégués ici en preuve, quand même quelcun voudroit en faire uſage. Ainſi il paroit clairement par cette Expérience, que ni la pouſſiere répanduë dans l'air, ni celle qui ſe manifeſte aux rayons du Soleil, & qui eſt la même, non plus que l'exfoliation ou l'arroſion du verre, n'entrent ici pour rien dans cette terre ſéparée de l'eau diſtillée la plus pure. Je ne vois pas d'ailleurs comment quelque choſe d'auſſi innocent que de l'eau bien nette pourroit ronger le verre dans lequel elle bout, d'autant plus que j'ai d'autres verres & retortes de la même fabrique, où ces vaiſſeaux de retorte ont été faits, & préciſément du même verre, dans lesquels je conſerve déjà depuis dix ans de l'Eſprit de ſel, qui eſt autrement ſi nuiſible aux mauvais verres,

comme

comme auſſi d'autres Eſprits acides, tant concentrés que non concentrés, ſans avoir jamais remarqué la moindre exfoliation, arroſion, ou autre deſtruction de mes verres. Comment les pauvres Chymiſtes ſe tireroient-ils d'affaire, & que pourroient-ils employer qui fût à l'abri du ſoupçon, s'ils n'avoient aucuns vaiſſeaux ſolides, qui fuſſent exempts de l'arroſion des corps qu'ils y traitent? Sans contredit les inſtrumens, ou vaiſſeaux, faits de terre, quand même ce ſeroit de la porcelaine, ſont beaucoup plus ſuſpects, comme l'expérience m'en a inſtruit. Et quel eſt celui qui, voulant travailler avec propreté, ira choiſir des vaiſſeaux de métal préférablement aux vaiſſeaux de verre? Ceux qu'on pourroit faire d'or pur, ou de l'argent le plus fin, ſeroient trop rares, & même trop incommodes; & tous les autres pour leſquels on employeroit le reſte des métaux, ne conviendroient point à des ouvrages qui exigent la plus grande netteté, parce que ces métaux s'altérent & ſe détruiſent aiſément.

VI. Avant que d'aller plus loin dans le récit des Expériences que j'ai faites pour parvenir à la certitude, au ſujet de la terre qui exiſte dans l'eau diſtillée la plus pure, & qu'on peut en ſéparer, j'eſtime néceſſaire de rapporter encore une circonſtance particuliere, qu'il eſt d'une extrême importance d'obſerver dans ce travail, ſçavoir quand on veut tirer la terre de l'eau; c'eſt que pendant la diſtillation il faut entretenir continuellement l'eau que la retorte contient, dans une forte coction. On trouvera que par ce moyen il ſe ſépare toutes les fois plus de terre de l'eau, que quand la diſtillation ſe fait lentement & à petit feu. Dans cette vuë, pour obtenir une quantité de cette terre pour mes recherches, j'ai pris ſix quartes de mon eau diſtillée treize fois, & les ayant miſes dans une retorte exactement nettoyée, à laquelle étoit adapté un récipient auſſi des plus nets, & toutes les ouvertures étant auparavant bien bouchées, j'ai fait diſtiller cette eau au moyen d'une coupelle de ſable, par la coction la plus véhémente, juſqu'à ce qu'il en fût reſté environ ſix onces dans la retorte; après quoi j'ai laiſſé bien réfroidir le vaiſſeau, j'y ai verſé de nouveau l'eau qui avoit

diſtillé par deſſus, j'ai bouché au mieux les fentes du récipient adapté, j'ai recommencé la diſtillation de la maniere précédente, & l'ai répétée jusqu'à quarante fois ; mais j'ai trouvé que, plus je continuois ce travail avec une forte coction, plus il ſe ſéparoit de parties de terre de cette eau, laquelle devenoit toujours plus trouble : & de cette maniere j'obtins à la fin autant de cette terre ſéparée de l'eau diſtillée la plus pure, qu'il m'en faloit pour toutes mes recherches, dont je vais parler tout à l'heure. Une choſe qui doit encore être particulierement remarquée ici, c'eſt que cette vapeur qui s'eleve de la retorte, & s'attache au cou du récipient, eſt une terre, qui ne différe abſolument en rien de la terre qui ſe ſépare de l'eau ; & le verre auquel cette vapeur s'attache, n'en devient pas plus inégal : il conſerve toujours ſon poli, tout comme le fonds de la retorte dont il a été parlé dans le §. précédent, de ſorte qu'on ne ſçauroit penſer ici à aucune exfoliation du verre. Outre cela on doit encore remarquer comme quelque choſe de tout à fait particulier, que plus ſouvent une ſemblable eau eſt diſtillée, & plus l'opération devient difficile, ſurtout à la fin, quand une partie de la liqueur a débordé ; car alors le reſte, en comparaiſon de toute autre eau, demande un degré de feu très véhément.

VII. J'ai auſſi eſſayé d'employer la chaleur du Soleil pour ſéparer cette terre de l'eau qui la contient. Pour cet effet j'ai pris ſeize onces de mon eau diſtillée pure, je les ai verſées dans une taſſe de verre net, que j'ai placée dans une autre taſſe plus grande, couvrant le tout d'une cloche de verre ; j'ai bouché les fentes, avec le plus grand ſoin pour empêcher la pouſſiere de s'y inſinuer : & ayant expoſé le tout à la chaleur du Soleil, pendant le cours de l'Eté de cette année, dont la chaleur exceſſive me venoit fort à propos, après que l'eau a été entierement évaporée de la taſſe de verre, j'ai eu la ſatisfaction de trouver ſur cette taſſe la terre ſéparée de l'eau de la maniere la plus diſtincte.

VIII. Enfin j'ai auſſi tenté ſi je ne pourrois point venir à bout de ſéparer cette terre de l'eau la plus pure, ſans employer la chaleur du

du feu, ni le ſecours du Soleil, mais en me bornant à lui donner une agitation continuelle. Dans ce deſſein je pris un verre neuf, net, & bien rincé avec de l'eau ſusdite ; ce vaiſſeau avoit un cou étroit, afin qu'on pût le bien boucher. J'y verſai douze onces de cette eau très pure, je fermai l'ouverture avec un bouchon le mieux qu'il me fut poſſible, je le recouvris d'une veſſie, je trempai le col dans de la poix chaude, j'envelopai le verre d'un papier épais, je le mis dans une petite boëte étroite de bois, que je pouvais viſſer, de façon que le verre n'y pouvoit point du tout vaciller ; je viſſai très exactement la boëte, je la mis encore dans un ſac de toile qui s'y ajuſtoit parfaitement, & j'attachai fortement ce paquet à une grande roue de nos Moulins d'ici, où je le laiſſai tourner pendant huit ſemaines. Mais l'ayant ouvert enſuite, je trouvai l'eau renfermée dans le verre encore nette & claire, ſans le moindre changement ; de ſorte qu'on ne peut ſe promettre de rien effectuer par le moyen de ce mouvement.

IX. Cela ne me rebuta pourtant pas d'employer encore un mouvement d'une eſpece différente ſur notre eau, pour voir s'il n'en réſulteroit rien qui pût convenir à mon but. *Boerhaave* raconte, dans ſes eſſais ſur le vif-argent, que ce corps ſi fluide, après avoir été ſoigneuſement purifié, lorsqu'on l'attache enſuite au pilon d'un moulin à foulon, par le mouvement continuel qu'il y éprouve, dépoſe à la fin une quantité de pouſſiere noire. Tout Chymiſte qui a jamais traité le Mercure, en lui imprimant un mouvement de ſecouſſe, doute auſſi peu de ce fait, que de ce qui arrive au Mercure, lorsqu'en lui faiſant eſſuyer une forte digeſtion il dépoſe une pouſſière rouge. J'ai donc voulu ſoumettre à une ſemblable Expérience mon eau diſtillée. J'en ai verſé deux onces dans un verre haut de dix pouces, & large d'un & demi à deux environ, lequel étoit fermé en haut par un bouchon de verre bien poli qui s'ajuſtoit exactement. Ayant donc poſé ce bouchon, je fis ſecouër continuellement le vaſe par un homme, qui le faiſoit aller ſans ceſſe de haut embas & de bas en haut. Ce mouvement ayant été continué huit jours, je remarquai du changement

dans mon eau, ſçavoir qu'elle n'etoit plus auſſi claire, mais qu'elle étoit devenuë plus trouble; ſurquoi ayant fait encore durer ce mouvement huit autres jours, l'eau devint effectivement encore plus trouble, & je pouvois auſſi, ſurtout quand je la regardois au Soleil, y voir diſtinctement les particules terreſtres ſéparées, déliées, & brillantes, qui flottoient dans l'eau. C'en fut aſſez cette fois-là pour me convaincre que ces particules peuvent auſſi être ſéparées de l'eau, ſans chaleur extérieure ni diſtillation, quoiqu'en beaucoup moindre quantité. Mais quand, comme je l'ai fait enſuite, on employe quelquefois le ſecours d'une chaleur modérée, cette ſéparation s'effectuë encore plutôt; & on peut en même tems remarquer très diſtinctement au verre, où les gouttes excitées par la chaleur ſont montées, & d'où enſuite elles retombent, que c'eſt une terre ſéparée de l'eau qui s'y eſt attachée.

X. A' préſent je vais plus loin, & je paſſe aux Expériences que j'ai faites ſur cette terre ſéparée de l'eau. Je pris donc de la terre recueillie de la maiere ſusdite de notre eau diſtillée premierement ſept fois, & enſuite encore ſix fois au bain-marie; laquelle terre paroiſſoit blanche & brillante, & en même tems d'une extrême legèreté; j'en pris, dis-je, quatre grains, & les mis dans un petit têt; je mis enſuite dans un autre têt ſemblable autant de grains de verre pilés tout fin; je plaçai l'un & l'autre ſous une mouffle ardente dans un fourneau d'épreuve; j'ouvris toutes les portes, je remplis tout de charbon, & je donnai un feu auſſi fort qu'on peut le donner dans un fourneau d'épreuve. Ce feu ayant duré une heure, je trouvai après le réfroidiſſement, que ma terre ſéparée de l'eau ne s'étoit pas fonduë à ce degré de feu; mais qu'au contraire le verre pilé contenu dans l'autre têt s'étoit mis dans une entiere fuſion. La terre ſéparée de l'eau, à cauſe de quelques parties humides qui s'y trouvoient encore, parce qu'une terre auſſi legére ne ſcauroit ſe deſſécher parfaitement à une chaleur douce, cette terre, dis-je, avoit perdu quelque choſe de ſon poids, mais d'ailleurs, quant à la couleur & aux autres apparences, il n'y étoit

ar-

arrivé aucun changement, & elle avoit toujours entierement l'air d'un terre cruë & non calcinée. Au contraire quatre grains de cette terre, dans un creuſet couvert & luté, à un feu de fuſion longtems continué, s'étoient fonduës mais pas comme du verre, mais plutôt comme une maſſe d'un jaune griſâtre, qui s'étoit affaiſſée enſemble, & par conſéquent fonduë en quelque façon ; ce qui arrive ſouvent à un feu très violent, ſurtout dans les terres compoſées : mais cela ne prouve point du tout que cette terre ait été produite du verre.

XI. Outre cela je pris dix grains de cette terre tirée de l'eau blanche & legere ; je verſai deſſus une bonne quantité d'acide nitreux, de façon que ma terre entrât dans une forte effervescence avec cet acide, & qu'une bonne partie fut même miſe en ſolution. Je fis la décantation de ce qui avoit été diſſous, & verſai ſur ce qui reſtoit encore plus d'acide nitreux ; puis je fis digérer ce mixte, afin d'en tirer de cette maniere tout ce qui étoit ſoluble. Là deſſus je filtrai le mixte, & je l'édulcorai le mieux qu'il me fut poſſible avec de l'eau diſtillée la plus pure chaude ; finalement je fis ſécher cette terre au mieux, puis je la peſai, & je trouvai ſon poids diminué de la moitié. Cette terre n'entroit plus en effervescence avec les acides ; mais elle étoit pourtant encore brillante & legère. Je la mis dans un creuſet à fondre bien luté, au feu de fuſion le plus violent, pendant pluſieurs heures ; mais après le réfroidiſſement je ne trouvai aucun changement, bien moins encore aucune fuſion, quoiqu'auparavant, tant que la terre ſoluble dans les acides s'y trouvoit encore, elle ſe fut en quelque façon fonduë à un feu de cette force.

XII. Je diviſai la ſolution filtrée dans le §. précédent en deux parties. J'en mêlai l'une avec de l'acide vitriolique, & j'obtins par là un précipité ſelenitique réel. Je mêlai l'autre moitié avec de la ſolution de ſel de tartre, ce qui donna un précipité blanchâtre, tirant un peu ſur le rougeâtre, qui après l'édulcoration & le deſſéchement ſe legitima pour être à tous égards une vraye terre calcaire. Je pris

auſſi de la terre qui étoit reſtée dans le filtre, & qui n'étoit, ni ſoluble avec les acides, ni fuſible par elle-même au feu ; j'en mêlai deux parties avec une partie du ſel de tartre le plus pur, je mis ce mêlange dans un creuſet, que je couvris d'un autre, en les lutant bien, j'expoſai enſuite le creuſet à un violent feu de fuſion ; après quoi l'ayant laiſſé refroidir & caſſer, je trouvai cette terre changée en un verre clair.

Je me bornerai ici pour cette fois dans l'expoſition de ce qui concerne la terre qu'on peut tirer de l'eau la plus pure. Si avec le tems je parviens à faire de nouvelles découvertes, je ne manquerai pas d'en faire un rapport convenable.

OBSER-

OBSERVATIONS
SUR LES MALADIES DU COEUR,
PAR M. MECKEL. (*)

Traduit du Latin.

SECTION II.
De l'inflammation du cœur & du pericarde.

Il ne faut pas confondre avec cette adhérence du péricarde au cœur, une autre eſpece de maladie, qui ſouvent, dans un très court eſpace de tems, ſe forme par l'obſtruction inflammatoire des plus petits vaiſſeaux, & ſuivant la véhémence du mal, tantôt tuë ſubitement, tantôt donne la mort d'une maniere plus lente.

OBSERVATION IX.

Une jeune homme robuſte, de 22 ans, ſentoit des douleurs aiguës dans la région du cœur, & des angoiſſes, qui ne lui permettoient pas de vaquer à ſes travaux accoûtumés. La fievre ſurvint, qui étoit accompagnée d'un pouls dur & fréquent. Les ſaignées reïtérées, non plus que les remedes réſolvens, ne lui apporterent presque aucun ſoulagement, parce qu'étant d'une baſſe condition il avoit ſouffert ſes douleurs pendant quinze jours, avant que d'entrer à l'Hôpital, qu'il ne demanda que lorsque la violence du mal l'y contraignit. Le mal parut alors ſe relâcher un peu, mais les angoiſſes ne tarderent pas à ſe renouveller, & furent toujours en croiſſant jusqu'à ce que le ſixième jour de ſon entrée à l'Hôpital, & le vintième de la maladie, il mourut en ſe plaignant toujours de douleurs poignantes à la région du cœur.

Dis-

(*) Voyez le commencement Tom. XI. p. 56. & ſuiv.

Diſſection Anatomique.

Ayant entrepris la diſſection de ce cadavre, je ne trouvai aucune léſion dans les viſcères de l'abdomen ; leur ſtructure étoit au contraire dans l'intégrité la plus parfaite. Mais ayant ouvert le thorax, le péricarde enflammé fit voir ſes petits vaiſſeaux tout gonflés de ſang. Quant aux poûmons, ils étoient dans un état aſſez naturel, excepté que leurs vaiſſeaux étoient trop remplis de ſang, ce qui en augmentoit le poids ſpécifique. En ouvrant le péricarde, je trouvai en dedans un pus épais & jaune, qui cauſoit quelque adhérence du péricarde au cœur, qu'on pouvoit néanmoins ſéparer avec aſſez de facilité. Mais tout autour du cœur il y avoit une croute épaiſſe qu'on avoit plus de peine à en détacher que du péricarde. Celui-ci étoit auſſi enflammé en dedans, mais le cœur l'étoit beaucoup davantage ; & quand le pus eut été enlevé, la ſtagnation fit paroitre ſa ſurface inflammatoire, rouge, rongée, & dépouïllée de ſa tunique extérieure, comme eſt la peau lorsque l'imflammation & la ſuppuration l'ont écorchée. Outre ce pus épais il n'y avoit point d'autre fluide ſemblable à la liqueur naturelle du péricarde. Je ſoupçonnois que la ſuppuration avoit endommagé la ſubſtance muſculeuſe du cœur ; de ſorte qu'ayant enlevé avec circonſpection la croute de matiere du cœur, je me préparois à découvrir les fibres muſculaires, mais je les trouvai encore couvertes d'une graiſſe aſſez abondante, ſous laquelle elles étoient cachées : cependant la tunique extérieure du cœur n'étoit pas étenduë ſur cette graiſſe, dont à cauſe de cela la ſurface étoit inégale ; & à la place de cette tunique les vaiſſeaux enflammés, & comme enduits de pus, avoient formé un réſeau rougeâtre. Les oreillettes ſe trouverent auſſi dans le même état. Ayant donc enlevé la graiſſe des fibres du cœur partout, je trouvai qu'elles étoient pâles jusqu'à la cavité intérieure des ventricules, ſans la moindre inflammation, ni aucune trace de pus ; de ſorte que leur ſtructure étoit plutôt lâche que roide & dans un état de contraction.

Expli-

Explication Phyſiologique.

Il y a longtems que j'ai regardé comme ſuſpectes les obſervations de ceux qui prétendent, & ont rapporté dans leurs Ecrits, qu'on trouve une véritable inflammation & ſuppuration du cœur dans toute la ſubſtance muſculeuſe de ſes ventricules. Car cette ſubſtance étant agitée par un mouvement continuel, eſt moins expoſée à des inflammations mortelles, parce que ſon mouvement même facilite un flux & reflux plus libre par ſes propres vaiſſeaux ; & en même tems le ſang eſt preſſé trop fortement par les vaiſſeaux coronaires ſitués dans le voiſinage du cœur, pour qu'une ſtagnation inflammatoire puiſſe avoir aiſément lieu dans le muſcle même. Il eſt plus facile que les fibres du cœur ſe relâchent en un point, quand le ſang tend cet endroit jusqu'à le rompre, ce qui eſt ſuivi de la deſtruction & de la ſuppuration des fibres déchirées; d'où peut naître une conſomption lente du cœur, ou même quelque abſcès, dont on a des exemples prouvés par les obſervations d'Auteurs très dignes de foi. Or la raiſon & l'expérience dictent, que quand le cœur eſt attaqué d'inflammation dans ſa ſubſtance muſculeuſe, il faut que ſon mouvement s'arrête dans un fort court eſpace de tems, puiſqu'on ſçait à n'en pouvoir douter, que d'autres muſcles moins ſenſibles que le cœur, dès que l'inflammation s'y eſt miſe, deviennent inhabiles au mouvement. On peut au contraire ſoutenir plus longtems quelque inflammation à la ſurface du cœur, qui ne réſide que dans les envelopes de ce muſcle. Car les vaiſſeaux extrémement tendres de la membrane extérieure, par quelque cauſe qu'ils ſoyent obſtrués, donnent lieu d'abord à l'inflammation, parce que la liqueur qui ſert à arroſer venant à manquer, la ſurface du cœur ſe deſſéche, & étant continuellement frottée par le péricarde, il eſt de toute néceſſité qu'elle s'enflamme. De là nait dans la membrane ſenſible tenduë une douleur qui ſollicite le cœur à un mouvement irrégulier & trop fort, mais qui ne ſe communique pas ſi aiſément à la ſubſtance muſculeuſe même, parce qu'il y a encore entre deux une ſubſtance celluleuſe graſſe qui la défend. Ainſi les fibres trop irritées par un mouvement exceſſif pâliſſent & ſe relâchent, jusqu'à ce que

l'inflammation ayant pénétré à une trop grande profondeur, le mouvement du cœur ceſſe. Plus donc la quantité de graiſſe eſt grande dans la celluleuſe qui environne le cœur, & plus l'on peut ſoutenir ce mal & les progrès de la ſuppuration, avant que le mouvement du cœur ſoit arrêté ; & pendant ce tems-là il raſſemble inſenſiblement une plus grande abondance de pus dans le péricarde, à cauſe que la celluleuſe remplie de graiſſe, & plus lâche, favoriſe beaucoup ſa ſéparation & l'amas qui en réſulte. C'eſt pourquoi, dans d'autres perſonnes mortes de la même maladie inflammatoire du cœur, le péricarde ſe trouve plus rempli de pus, comme vont nous l'enſeigner les Obſervations ſuivantes.

OBSERVATION X.

En ſoumettant à la diſſection le corps d'un homme vigoureux & réplet, qui étoit mort à l'âge de cinquante ans, comme j'examinois les viſcères du thorax, je trouvai le péricarde couvert extérieurement de quantité de graiſſe, & ſes vaiſſeaux gonflés par une abondance de ſang. Les poûmons, dans un état parfaitement naturel, n'avoient qu'une legère adhérence au péricarde, & n'en avoient nulle part au reſte de la ſurface de la pleure, qui avoit ſa liberté naturelle & entiere.

Le péricarde entre les poûmons, à cauſe de l'expanſion que le pus lui donnoit, (car il contenoit trois livres d'un plus blanc & liquide,) avoit une grandeur double de celle qui lui eſt naturelle. L'ayant ouvert je trouvai toute ſa ſurface intérieure couverte d'une croûte blanche, purulente, tenace, & presque membraneuſe ; laquelle ayant été enlevée, les petits vaiſſeaux de la lame intérieure du péricarde ſe montrerent tout à fait remplis d'un ſang rouge, & ils étoient fermement attachés à la croute purulente. Cette inflammation à la baſe du péricarde, jusqu'à l'endroit où il eſt adhérent au diaphragme, étoit ſi grande qu'on n'appercevoit presque pas un ſeul petit point qui ne fut enflammé.

Après

Après la ſéparation de cette lame intérieure du péricarde, on apperçut des fibres blanches, reſplendiſſantes, fermes, & beaucoup plus dures & plus fortes, que n'ont coûtume de l'être naturellement les fibres extérieures du péricarde ; elles formoient la membrane du péricarde, ou ſa lame extérieure, de l'épaiſſeur d'une demi ligne. Parmi ces fibres ſe trouvoient entrelaſſés des vaiſſeaux gonflés de beaucoup de ſang, qui ſe terminoient en petits rameaux très abondans vers la ſurface intérieure du péricarde, & que leur rougeur rendoit tous auſſi viſibles que s'ils avoient été remplis d'une injection colorée.

La graiſſe qui environnoit extérieurement le péricarde de tous côtés, plus ferme & plus dure que de coûtume, avoit plus de huit lignes d'épaiſſeur ; & par enhaut vers les grands vaiſſeaux, où cette graiſſe étoit attachée à l'aorte & à l'artère pulmonale, elle avoit acquis une dureté presque ſquirreuſe, avec une épaiſſeur de ſix lignes, & elle étoit teinte partout de vaiſſeaux d'une extrême rougeur.

Le cœur même, après l'ouverture du péricarde & l'effuſion du pus liquide, étoit environné partout d'une croûte de pus blanc, épais, ſans aucune mauvaiſe odeur, mais qui avoit bonne apparence, de l'épaiſſeur de quatre lignes. Cette croûte ayant été ſéparée, il ſe manifeſta encore une autre couche de pus plus tenace, fortement adhérent à le ſubſtance même du cœur & aux grands vaiſſeaux. Cette croûte purulente étoit fort épaiſſe vers les grands vaiſſeaux, à la baſe & à la pointe du cœur, ayant quatre lignes, & étant aſſez compacte pour qu'on pût en former de petits dés.

Sous cette croûte purulente, on voyoit en quelques endroits les petits faiſceaux muſculeux du cœur qui ſe préſentoient à mud, & dans ces endroits la ſurface du cœur étoit raboteuſe & inégale, ſa membrane propre extérieure, que la ſuppuration y avoit rongée, y manquant entierement ; de ſorte que dans ces endroits le pus adhérent extérieurement aux fibres muſculeuſes, avoit pénétré au dedans d'elles, & qu'on appercevoit leurs interſtices qui étoient blancs, à cauſe du pus contenu

dans la celluleuſe. Mais à la baſe du cœur, & vers le cours des vaiſſeaux coronaires, auſſi bien qu'autour de la pointe, il y avoit une graiſſe nuë, que des vaiſſeaux enflammés rendoient extrêmement rouge ; & cela n'avoit lieu nulle part avec plus de force qu'à la pointe & au grand bord aigu du cœur. A' la ſortie de l'artère pulmonale hors du ventricule intérieur, cette artère étoit garnie d'une calloſité très dure, avec ſa membrane muſculeuſe qui y étoit adhérente ; cette matiere celluleuſe étoit continuë au pus qui l'environnoit, ayant l'épaiſſeur & la longueur d'un pouce, avec un cercle trés rouge tout autour. Les oreillettes étoient enduites d'une très grande quantité de pus fort épais & les vaiſſeaux enflammés donnoient ſurtout une très grande rougeur à la droite, qui étoit conſidérablement dilatée, au lieu que la gauche étoit flasque & plus pâle. Les troncs des vaiſſeaux coronaires étoient vuides, & il ne diſtilloit des veines que très peu de ſang tout à fait fluide ; mais leurs petits rameaux diſperſés par la graiſſe du cœur étoient entièrement gonflés de ſang.

Les ventricules du cœur ayant été ouverts, le gauche ne parut pas enflammée dans ſa ſubſtance muſculeuſe, mais ſes fibres muſculeuſes étoient aſſez naturelles, quoiqu'un peu trop pâles. La cavité interne étoit pareillement dans un état naturel, ne contenant presque point de ſang, à la reſerve d'une très petite quantité qui formoit dans la partie la plus baſſe une coagulation rouge, entremêlée de points blancs. Les valvules de l'orifice veineux étoient très gonflées au dedans du ventricule, à cauſe d'une coagulation denſe qui rempliſſoit le ſinus pulmonal, & ne s'en écouloit pas.

Le ventricule droit du cœur avec l'oreillette étoit plein d'un ſang polypeux, de ſorte que la coagulation deſcendoit partout entre les bras, & il y avoit autant de rameaux, ou de racines de cette coagulation, qu'il y avoit de foſſes entre les faiſceaux, ou les bras. La même coagulation continuoit depuis le ventricule juſqu'à l'artère pulmonaire, qu'elle avoit remplie au delà des deux tiers de ſa dimenſion naturelle. Une matiere blanche ſe trouvoit répanduë partout parmi ce ſang coagulé ;

gulé ; mais à ſon centre, dans le ventricule antérieur, étoit caché un corps blanc, ſemblable à une portion de celluleuſe condenſée, ou à des fibres muſculeuſes renduës blanches en les lavant. Ce corps qui continuoit jusques dans l'oreillette droite, occupoit le centre de la coagulation très denſe dont nous avons parlé ; mais dans l'artère pulmonale, une ſemblable matiere blanche environnoit la coagulation rouge. De plus, toutes les veines dans le corps, qui ſe terminoient avec celles-ci dans la veine cave, étoient tellement remplies de la plus denſe coagulation noire, qu'on auroit dit que l'art les avoit toutes injectées d'une matiere céreuſe. A' cette coagulation noire étoient mêlées partout des rayes blanches avec des points de même, tout à fait ſemblables à du pus. Mais cette coagulation étoit ſi épaiſſe, qu'en diſſéquant quelque rameau veineux elle y demeuroit arrêtée ſans s'en écouler. Le ſang étoit moins denſe, & en beaucoup moindre quantité, dans les veines pulmonales. De même une ſi grande abondance de ſang coagulé noir, entremêlée non de points, mais de fibres blanches, & tout à fait denſe, tenoit les veines du foye qui ramenent le ſang à la veine cave, dans une telle expanſion, qu'elle repréſentoient diſtinctement ce tronc ſéparé de la veine cave avec tous les rameaux hépatiques. Au contraire, dans les rameaux des veines portes, il y avoit un ſang mince, très fluide, & qui s'écouloit auſſi-tôt tout entier de chaque rameau, dès qu'on l'avoit coupé. La même choſe arrivoit dans la ratte. Cependant, parmi ce ſang qui s'écouloit des veines portes, on voyoit nager en abondance des fibrilles minces, blanches & brunes.

L'aorte avec ſes rameaux étoit vuide ; ſes petits rameaux n'étoient remplis d'aucun ſang coagulé, & il n'y avoit qu'une très petite quantité de ſang, d'une extrême fluidité, qui en dégouttoit en les coupant.

Explication phyſiologique.

Comme il ſe trouve pluſieurs choſes dans cette Obſervation, qui ſervent à faire connoitre, tant la maniere dont l'inflammation du

cœur arrive, que les effets qui en réſultent, & qui peuvent ſervir en même tems à donner une explication phyſiologique de la diverſe nature du ſang dans les différens vaiſſeaux du corps, cela mérite bien que nous entrions ici dans un détail exact.

1. Nous avions vû dans la premiere Obſervation ce qui eſt confirmé par celle-ci, & le ſera encore par les ſuivantes; c'eſt que l'inflammation du cœur prend ſes commencemens dans les plus petits vaiſſeaux de la tunique extérieure, & de la celluleuſe du cœur remplie de graiſſe, & que c'eſt de là qu'elle continuë à s'étendre. En effet il peut naître très aiſément, dans les plus petits vaiſſeaux qui ſe trouvent ici diſperſés, & placés hors de la preſſion muſculaire, une ſtagnation de ſang qui tende à la ſuppuration, lorsque la liqueur arrêtée dans les vaiſſeaux obſtrués refuſe de ſe réſoudre, de ſorte que, par un effet de la force des vaiſſeaux qui preſſent, cette partie corrompuë ſe convertit finalement en pus. De là vient que la membrane extérieure eſt rongée & détruite. Avec cela ce qui augmente conſidérablement la quantité du pus, c'eſt la multitude des vaiſſeaux exhalans, qui étant rongés verſent par leurs ouvertures dilatées la liqueur du péricarde dans une abondance plus grande que naturellement, & en même tems les liquides plus épais, ſe convertiſſant inſenſiblement en pus, s'écoulent auſſi. Comme la liqueur du péricarde eſt d'une nature coagulable, de là ſe forme une croûte inflammatoire, ſemblable à un cuir, que le tems peut rendre calleuſe & de la plus grande tenacité, lorsqu'une forte compreſſion la condenſe davantage. Le pus acre réſorbé par la ſtagnation, paſſe du ſac du péricarde qui en eſt tout rempli, pour entrer dans le ſang; & comme il eſt déjà d'une conſiſtance immuable, il le ſalit partout de fibrilles & de taches blanches, telles que la diſſection en montre de diſperſées, dans tous les canaux qui ſervent à porter le ſang. La celluleuſe graiſſe qui environne le cœur, favoriſe la ſuppuration; c'eſt pourquoi toutes les Obſervations ont enſeigné jusqu'à préſent, que le cœur ne ſouffroit cette ſuppuration, après l'inflammation & la collection du pus dans le ſac, que lorsqu'il étoit fort entouré

de

de graiſſe. Et même cette inflammation & cette ſuppuration ne pénétrent pas dans la ſubſtance muſculeuſe du cœur ; car elles cauſent la mort avant que de pouvoir y parvenir. Mais notre Obſervation montre auſſi que, tandis que la ſubſtance muſculeuſe étoit pâle, & n'avoit preſque point d'inflammation, la celluleuſe & la ſurface du cœur étoient d'une extréme rougeur. Enfin, le cœur trouve dans ſon propre mouvement un remède aux obſtructions inflammatoires, en chaſſant le ſang par les veines, de ſorte qu'à ſon arrivée par les artères il n'éprouve aucune réſiſtance ; & cette force s'augmente par la continuelle irritation du cœur, qui naît de l'inflammation & de l'acreté du pus, ce muſcle ſi ſenſible ſe contractant d'autant plus fortement, que ſes fibres ſont tiraillées par une plus grande irritation. Voilà pourquoi les rameaux diſperſés par les fibres muſculeuſes étoient vuides, tandis que ceux de la celleuſe extérieure ſe trouvoient gonflés de ſang. Cela fait voir que l'inflammation ne s'empare pas des fibres muſculeuſes mêmes du cœur, qui ſeroit inévitablement ſuivie de la roideur & de la ceſſation ſubite du mouvement du cœur ; mais, avant que cela puiſſe arriver, la réſiſtance au mouvemenr s'augmente d'une maniere qui termine la vie. Car une plus forte action du cœur irrité condenſe davantage le ſang, le preſſe avec plus de force dans les vaiſſeaux artériels ; d'où, par une action plus forte que les artères déployent pour ſurmonter la réaction & la réſiſtance, tandis que leurs troncs ſont irrités par l'inflammation, & tous les autres rameaux par la réſorption d'un pus acre, le ſang pouſſé dans les plus petits rameaux ſe condenſe davantage, les parties les plus fluides ſont chaſſées & diſſipées en s'exhalant, & le reſte s'épaiſſit en un ſang rouge & denſe. Cela fait que tout le ſang porté dans les rameaux de l'aorte, entre rapidement dans les veines, où s'étant accumulé il ſe bouche à lui-même le paſſage. De là vient cette quantité ſi grande de ſang épais dans les rameaux de la veine cave, & dans le côté droit du cœur, auſſi bien que l'entiere évacuation de l'aorte avec ſes rameaux. La force de l'artère pulmonale, qui n'eſt pas égale à celle de l'aorte, mais beaucoup plus foible, empêche que le ſang ne puiſſe être délayé, atténué, &

cir-

circuler dans les poûmons. Etant donc chaſſé du ventricule droit dans l'artére, il n'y ſçauroit entrer à cauſe de ſon épaiſſeur ; & la foible contraction de l'artère fait ſeulement paſſer la partie la plus fluide dans les veines & dans le ventricule poſtérieur. Celui-ci plus fortement contracté par l'irritation, évacue par ſa force le liquide reçu dans les artères qui le preſſe ; & les artères en font autant. Mais l'irritabilité étant augmentée par l'inflammation, le ventricule ſe contracte ſpasmodiquement, trop tôt, & avant que l'évacuation entiere du ſinus pulmonal s'y ſoit faite ; d'où il arrive que ce qui reſte dans les veines pulmonales s'y coagule, la partie la plus fluide en étant chaſſée. C'eſt là la raiſon pourquoi le ſinus des veines pulmonales ſe remplit, & les valvules de l'orifice veineux du ventricule gauche ſe gonflent. Néanmoins le ſang dans la veine cave étoit plus fluide que celui-ci, à cauſe de ſon paſſage par les plus petits vaiſſeaux du poûmon, qui avoit été interdit à un ſang plus épais. Ainſi le ſang immobile dans le ventricule droit du cœur, étoit auſſi-tôt devenu plus épais, ſa partie fluide ayant été chaſſée par la contraction, tandis que la partie denſe demeuroit. De là ces anxiétés, & ces ſymptômes d'une reſpiration embarraſſée, dans ceux qui ſont attaqués d'une inflammation du cœur, ce qui rend ce mal fort difficile à diſtinguer de l'inflammation des poûmons ; quoique les Obſervations prouvent que la premiere de ces inflammations n'entraine pas l'autre, & que le cœur peut être dans cet état ſans aucune léſion des poûmons.

Cette Obſervation nous met en même tems très bien au fait de la nature du ſang de la veine porte. En conſidérant les vaiſſeaux, la ſituation & la diſpoſition de la ratte, on voit que ce ſang eſt plus fluide, moins coagulable, & plus réſolu, & que c'eſt en cela que conſiſte l'uſage de la ratte par rapport au foye. Mais nous parvenons à la conviction de la vérité de cette opinion, lorſque le reſte du ſang veineux étant coagulé par tout dans le corps, nous le trouvons entierement fluide dans la ratte & dans la veine porte, de façon qu'il y a des rameaux de la veine cave continus au foye, & que le ſang coagulé étant réſolu, les ra-

meaux

meaux de la veine porte ne ſont remplis que d'un ſang délié. Que le ſang ſe ſoit diſſous en paſſant par la ratte, c'eſt ce que montrent les coagulations noires des fibres, ou des rayes, & la préſence du pus dans le ſang aqueux, auſſi bien que l'entiere diſſolution du ſang dans les vaiſſeaux de la ratte. Cet arrangement a pour but, que ce ſang mêlé à celui qui eſt plus coagulable, & qui vient des inteſtins, prévienne la coagulation, en délayant le ſang épais qui reflue des inteſtins, & dont nous trouvons encore des fibres qui nagent par-ci par là dans le ſang délayé de la veine porte. Enfin cette Obſervation rend tout à fait certaine la réſorption du pus dans le ſang, & ſa nature immuable, puiſque, nonobſtant la circulation, & l'action des vaiſſeaux la plus forte, on l'a vû, dans le cas que nous avons rapporté, mêlé & répandu par tout le ſang ſans aucune altération.

OBSERVATION XI.

Un vieillard de ſoixante quatre ans, aſſez robuſte pour ſon âge, mais qui avoit fait de grands excès de vin pendant ſa vie, ſe plaignit de la même maniere quelques jours avant ſa mort d'angoiſſes, ſans aucun autre ſymptôme. On lui trouva le péricarde rempli de deux livres de pus blanc, & le cœur tout entier avec les oreillettes couvert d'une croûte purulente & tenace, de deux lignes d'épaiſſeur. Sous cette croûte la ſurface du cœur étoit écorchée & enflammée, mais je le trouvai environné partout d'une graiſſe que l'inflammation rendoit rouge. Le cœur même étoit pâle dans ſa ſubſtance muſculeuſe, ayant ſes cavités remplies d'un ſang denſe, à la reſerve du ventricule poſtérieur, qui contenoit une petite quantité de ſang polypeux blanc.

OBSERVATION XII.

En diſſéquant un jeune homme de 26 ans, robuſte, extrêmement gras & réplet, mort ſubitement ſans aucune douleur précédente, & qui peu de jours après ſa mort étoit dans une grande putréfaction, je trouvai le péricarde abondamment rempli de pus blanc, & le cœur

même écorché par la ſuppuration, & entouré de beaucoup de graiſſe molle dans un état d'inflammation. La ſubſtance muſculeuſe des deux ventricules étoit tout à fait relâchée, & dénuée de ſang. Dans les veines le ſang étoit diſſous, mais l'aorte contenoit une coagulation blanche & polypeuſe, ſemblable à un cuir.

Explication phyſiologique.

Ici l'action augmentée du cœur & des vaiſſeaux ſur le ſang, qui dans un jeune homme eſt plus fluide, avoit déjà cauſé par un trop grand frottement une diſſolution putrédineuſe ; & de là vient qu'il n'avoit pas pû ſe coaguler dans les veines. Mais il paroit que le cœur trop irrité empêchoit par ſa conſtriction, plus forte qu'elle ne l'eſt naturellement, l'évacuation aſſez complette du ſang hors du ſinus pulmonal, d'où naiſſoit la réſiſtance au ſang qui circule par les poûmons, & l'impulſion irréguliere dans l'artère pulmonale, qui eſt la cauſe des angoiſſes dont ce mal eſt accompagné. Or toutes les Obſervations enſeignent, que la ſubſtance muſculeuſe du cœnr ne s'enflamme point, lors même que les intégumens qui l'entourent, & que la ſubſtance celluleuſe, viennent à être détruits par l'inflammation & la ſuppuration. Au moins n'ai-je pû encore obſerver aucune véritable ſuppuration, ni univerſelle, ni particuliere, du cœur même dans ſa ſubſtance, quoiqu'on puiſſe bien ſe faire l'idée d'une ſemblable deſtruction lente, qui commenceroit par les parties intérieures.

Mais ce qui paroit incroyable, c'eſt que le tuyau entier du canal artériel, que le cours du ſang lave continuellement, puiſſe s'ulcérer à ſa ſurface intérieure, & devenir une cauſe de mort. C'eſt cependant ce dont l'Obſervation ſuivante mettra la vérité hors de toute conteſtation.

OBSERVATION XIII.

J'ai diſſéqué pendant l'hyver de 1753. le cadavre d'un Vieillard ſexagénaire, robuſte & réplet. Ayant ouvert le péricarde, pour dé-

démontrer la ſituation & la ſtructure du cœur, je trouvai celui-ci garni de beaucoup de graiſſe, naturellement libre dans le péricarde, & vigoureux. De même au dedans, les ventricules, dont les parois étoient dans toute leur intégrité & leur force, avoient leur tunique tout à fait unie qui les envelopoit. Les orifices tant veineux qu'artériels des ventricules n'étoient endommagés par aucune léſion, toutes leurs valvules avoient l'étenduë naturelle ; la membrane intérieure étoit polie comme elle doit l'être, & il ne manquoit abſolument rien à la ſtructure des valvules. Mais ayant ouvert l'aorte, je la trouvai, à un pouce de diſtance de ſes valvules ſemilunaires, dans le reſte de ſon cours jusqu'aux artères iliaques, toute ulcérée, extrêmement inégale & déchirée. Les cavités étoient remplies partout de pus blanc, entre lesquelles étoient des parties non cohérentes de la tunique nerveuſe, qui flottoient librement. En examinant donc plus attentivement l'état de ces choſes, il me parut que la tunique nerveuſe, ou interne, toute entiere, qui eſt naturellement très déliée dans l'aorte, avoit été détruite par voye d'exulcération, n'en étant reſté dans leur entier que quelques petits morceaux çà & là, qui pendoient dans la cavité du canal, & derrière lesquels le pus étoit caché. Ces petits morceaux mêmes, & la tunique nerveuſe plus épaiſſe, adhérente encore en quelques endroits, avoient été rendus tuberculeux ; mais il n'y avoit nulle part dans toute l'étenduë de l'aorte, une matiere endurcie, calculeuſe ou oſſeuſe, comme on a coûtume de l'appeller. En écartant le pus, on vit de petits floccons celluleux, parmi lesquels le pus s'étoit attaché, & les fibres muſculaires de l'aorte à nud. Mais aucune léſion ne s'offrit à la vuë dans ces fibres muſculaires. La plus grande deſtruction de la membrane nerveuſe avoit lieu dans cette ſurface de l'aorte courbée en arc, qui eſt directement oppoſée à l'axe de ſon orifice. Dans toute cette partie du cylindre, la membrane nerveuſe avoit été entièrement ulcérée, & on n'y en voyoit plus aucun veſtige. C'eſt cet endroit là que le torrent du ſang chaſſé du ventricule arroſe continuellement ; c'eſt pourquoi l'on ne doit pas s'étonner que la plus grande deſtruction ſoit arrivée dans cet endroit. De là elle s'eſt étenduë dans cette convexité

ſuprême de l'arc de l'aorte, d'où ſortent les artères ſouclavieres & carotides, dont les embouchures qui s'ouvrent dans l'aorte étoient tellement rongées tout autour par la ſuppuration, qu'un ſinus étoit continuellement contigu à l'autre ; mais dans les artères mêmes, la membrane nerveuſe qui revêt leur canal ſe trouvoit ſans aucune léſion. La ſurface inférieure oppoſée à la convexité de l'arc de l'aorte, avoit la tunique nerveuſe adhérente, quoique plus épaiſſe qu'elle ne doit l'être, & ſoulevée par le pus renfermé dans la celluleuſe. Mais enſuite, là où l'arc de l'aorte ſe fléchit vers le bas, après que la ſouclaviere gauche en eſt ſortie, & où le ſang qui s'étoit porté à la partie antérieure de l'arc, ſe réfléchit, & va frapper de nouveau l'aorte, le cercle de l'aorte ſe trouva de nouveau détruit dans toute ſa ſurface intérieure, & ſa membrane nerveuſe intérieure ulcérée. Cette dilacération s'étendoit la longueur d'un pouce & demi jusqu'à la deſcente de l'aorte. Dans ſa partie deſcendante, on trouvoit çà & là de petits morceaux de la membrane nerveuſe encore attachés ; cependant le pus répandu dans la celluleuſe, l'élevoit partout en puſtules. Mais à la ſurface du cylindre de l'aorte qui eſt en dehors, & que le ſang réfléchi de l'arc preſſe avec plus de force, l'exulcération & la deſtruction de la membrane étoit plus grande qu'à la partie poſtérieure. De là venoit qu'à la diviſion de l'aorte dans les iliaques, l'exulcération & la ſuppuration s'étoient faites avec un peu moins de force, y ayant de petits morceaux entiers qui étoient demeurés attachés de place en place à la membrane nerveuſe, jusqu'à ce que, dans les artères iliaques mêmes, la ſurface de cette membrane nerveuſe ſe montroit de nouveau dans ſon état naturel & polie.

Surpris d'un mal auſſi inouï, j'aurois fort ſouhaité de ſçavoir quels étoient les ſymptômes qui avoient précédé pendant le cours de la vie. Mais le défunt étoit du nombre de ces miſérables, dont la mort efface toute mémoire. Il avoit vêcu tout ſeul dans une extrême pauvreté, & étoit décédé ſans qu'on s'en apperçût. Je ne pus donc découvrir rien autre choſe, ſinon qu'il s'étoit ſouvent plaint d'une forte douleur

au dos & au thorax. Il eſt difficile de concevoir comment cette maladie a pû durer ſi longtems, & s'augmenter à un tel point, ſans ôter les forces néceſſaires à la conſervation de la vie. On auroit du moins une peine infinie à expliquer comment la ſuppuration a pu avoir lieu, vû le mouvement très rapide du ſang chaſſé par les artères ; pourquoi les petites parcelles des endroits détruits de l'artère, entraînées dans le cours du ſang, n'ont, ni cauſé une obſtruction mortelle dans les plus petits vaiſſeaux, ni arrêté dans peu le paſſage libre du ſang ; enfin ce qui a empêché qu'il ne ſe ſoit fait, ni rupture, ni anevrisme, dans une ſi grande deſtruction de l'artère. On n'eſt pas moins embarraſſé à déterminer la cauſe de ce mal. La ſtructure robuſte du cœur fait bien voir, qu'il a chaſſé le ſang avec une grande force dans l'aorte ; mais, à moins que la membrane ſi polie de l'artère n'ait changé auparavant tout à fait de nature par l'obſtruction & l'éroſion des plus petits vaiſſeaux, on ne ſçauroit rendre raiſon de cette deſtruction, ni par la force du ſang, ni par l'acrimonie des fluides. En ſuppoſant au contraire que l'inflammation de la membrane interne de l'aorte & ſa ſuppuration ont précédé, il eſt aſſez manifeſte comment le ſang pouſſé par un mouvement de la plus grande vélocité contre une membrane déjà lâche & endommagée, a achevé de la rompre & de la détruire. Le fort de cette deſtruction a donc dû ſe faire dans l'endroit contre lequel le ſang frappe le plus violement, & par conſéquent dans cette partie de l'arc de l'aorte, qui eſt directement oppoſée à l'orifice artériel du cœur, & enſuite dans celle qui eſt le plus expoſée à l'action du ſang réfléchi : & tout ce qui a été rapporté ci-deſſus confirme pleinement ces idées. C'eſt pourtant toujours une choſe ſurprenante, qu'on n'ait pu trouver dans l'aorte, ni dans les cavités de ſes rameaux, aucun veſtige de la tunique lacérée, de ſorte qu'elle ſemble avoir été réduite en particules dant la diſſolution a été ſi grande, qu'elles ont pû paſſer dans les veines en ſe mêlant intimement au ſang.

OBSERVATION XIV.

Sur une dilatation anévrismatique du cœur.

Un homme d'environ ſoixante ans, attaqué de l'hydropiſie entre cuir & chair, dite *anaſarca*, étant mort, à l'ouverture du thorax, l'aorte parut environnée d'une grande quantité de celluleuſe d'une dureté conſidérable, & fortement attachée aux ſacs de la pleure. Le péricarde étoit auſſi adhérent partout, & avec une extrême force, à la ſurface du cœur, ſans qu'il y eut le moindre intervalle libre, une celluleuſe dure formant un lien continu. L'adhérence de cette celluleuſe dure & calleuſe étoit également continuë aux grands vaiſſeaux du cœur, mais ſurtout à l'arc de l'aorte. Une graiſſe épaiſſe dont les vaiſſeaux étoient environnés, ſuivoit la celluleuſe ſusdite; & quant au cœur même, ſa grandeur ſurpaſſoit de beaucoup l'état naturel.

Dans l'endroit où l'aorte ſe montroit au deſſus de l'artère pulmonale, elle étoit extraordinairement dilatée, & conſervoit la même largeur à la partie ſupérieure du médiaſtin, jusqu'à l'endroit de ſa courbure où elle ſe continuë, après avoir fourni les plus grands vaiſſeaux carotides & ſouclaviers; mais dans la partie qui reçoit le conduit artériel, elle redevenoit quatre fois plus étroite.

Cette partie dilatée de l'arc de l'aorte, étoit anevrismatique, & avoit une dureté à demi-oſſeuſe; en particulier le tubercule, qui eſt au deſſus du ventricule droit du cœur, dans la partie droite & inférieure de l'arc, étoit dur, cartilagineux, & de la groſſeur d'une aveline. La ſubſtance ligamenteuſe épaiſſe du péricarde entouroit ce tubercule. L'ayant diſſéqué depuis ſa ſurface extérieure jusqu'à l'épaiſſeur de trois lignes, il ne parut aucune ſubſtance muſculeuſe, tout étoit presque cartilagineux, & à demi pierreux. Le tubercule même ayant enſuite été ouvert, fut trouvé plein d'un pus épais, ou plutôt d'une matiere blanche polypeuſe, toute rompuë. Il communiquoit à l'aorte par une ouverture de deux lignes, qu'entouroit à la ſurface in-

interne de l'aorte une ſubſtance pierreuſe, ou un cercle compoſé de pluſieurs petits morceaux recourbés en arc.

Le reſte de la partie de l'aorte qui avoit ſouffert la dilatation anevrismarique, étoit environné d'une ſubſtance très épaiſſe. Elle conſiſtoit extérieurement en une celluleuſe très compacte de deux lignes, après laquelle venoient des fibres muſculaires molles, déchirées, & réduites presque en pus, qui environnoient la membrane intérieure, parſemée de petits morceaux pierreux. Cette ſubſtance étoit différemment conſtituée dans la partie concave de l'arc de l'aorte. La celluleuſe extérieure y avoit à peine une demi ligne d'épaiſſeur, & les fibres muſculeuſes étoient plus entieres. Entre celles-ci & la membrane nerveuſe intérieure, il y avoit de petits morceaux, ou lames minces de pierre, dites vulgairement oſſifications, de diverſes grandeurs, & qui excédoient la longueur d'un pouce. Dans le voiſinage de la partie de l'aorte, tant dilatée que retrécie, la ſubſtance celluleuſe extérieure étoit d'une fort grande épaiſſeur, mais intérieurement étoient cachés de même de petits morceaux pierreux ſous la membrane nerveuſe. La paſſage de la partie dilatée de l'aorte à celle qui ſe rétréciſſoit, étoit entouré d'un cercle de fibres compactes, celluleuſes & muſculeuſes, formant une eſpece de ſphincter. Quant au reſte, l'aorte étoit pourvuë de trois valvules ſemilunaires, dont la ſtructure étoit aſſez naturelle. Cependant le ventricule gauche, ou poſtérieur, du cœur étoit plus grand que le ventricule antérieur, ou droit ; & au dedans il étoit garni d'une membrane épaiſſe blanche, qui avoit été formée par l'épaiſſiſſement de ce liquide exhalant qui ſe répand dans la celluleuſe intérieure du cœur, par laquelle ſa ſubſtance eſt liée à la tunique.

De même, dans le cadavre d'un autre homme ſexagénaire, j'ai obſervé l'aorte dilatée dans l'arc, & ſurtout dans la partie de l'arc directement oppoſée à l'arc de l'orifice aortique, mais le tubercule étoit large, & s'élevoit d'une maniere plus égale ; & la partie convexe de l'aorte s'y gonfloit du côté droit, à l'iſſuë de la ſouclaviere droite.

Uſa-

Uſage pathologique.

Ces Obſervations ſont tout à fait propres à faire connoitre quels ſont les commencemens, & quel eſt le lieu propre, de l'anevriſme de l'aorte. En effet, lorsque le ſang eſt chaſſé du ventricule poſtérieur du cœur avec une force extraordinaire, proportionnée à la vigueur de ce ventricule, il va ſurtout frapper la partie de l'aorte, qui ſe dirigeant du côté droit, ſe trouve oppoſée à l'axe de l'orifice du ventricule poſtérieur artériel. S'y jettant donc avec une grande impétuoſité, il eſt en état de dilater inſenſiblement, & de rompre enfin, l'étroite liaiſon des fibres muſculeuſes. Alors la partie droite de l'aorte qui ſe recourbe en arc, céde à la preſſion intérieure, tandis que la celluleuſe s'accroit peu à peu, en rempliſſant les interſtices des fibres ; & s'endurciſſant à ſa ſurface extérieure par la preſſion même, elle réſiſte à la dilacération, & à la rupture mortelle de ce vaiſſeau. Néanmoins la maniere dont ſe fait cette dilatation anevriſmatique de l'aorte varie, ſuivant la différente impétuoſité du ſang, & la diverſe ſtructure de l'artère même. Car lorsqu'un cœur robuſte pouſſe le ſang avec trop de force dans l'arc de l'aorte, il faut néceſſairement que les fibres de cette artére trop foibles cédent, ſurtout ſi le ſang rencontre un paſſage trop difficile de l'artère dans les veines. Par conſéquent, ou bien il en réſulte la rupture des fibres, ſuivie bientôt d'un anevriſme mortel, ou les fibres ſe dilatant peu à peu par la régénération & l'oppoſition de la celluleuſe, acquierent aſſez de force pour réſiſter à la preſſion & à la dilatation, le ſang lui-même bouchant le paſſage par les croûtes colées à la ſurface intérieure de l'artère dilatée, de façon que le liquide vital ne ſçauroit s'échaper. De là vient que les anevriſmes de l'aorte durent quelquefois longtems, avant que de cauſer une rupture funeſte ; il ſuffit pour cet effet que la dilatation ſe faiſant peu à peu permette la génération de la toile celluleuſe, qui augmente la force des tuniques, ou la réſiſtance paſſive de l'artère ; au lieu que les fibres muſculaires qui ont été une fois rompues, n'oppoſent aucune réſiſtance à l'action du ſang qui ſe porte contr'elles. Il n'eſt pas étonnant au reſte que les anevriſmes de l'aor-

l'aorte ſoyent fréquens, & ſurtout dans l'endroit de ſon arc qui eſt directement oppoſé à l'axe de l'orifice artériel du ventricule poſtérieur. Toute la force de ce ventricule, en chaſſant le ſang, agit contre cette partie de l'aorte, d'où s'enſuit qu'elle eſt celle de toutes qui s'affoiblit le plus, & que la dilatation ne peut arriver, ni plus aiſément, ni avec plus d'étenduë, dans aucun autre rameau de l'aorte, à cauſe que c'eſt l'endroit où les forces du fluide ſurpaſſent le plus la réſiſtance & la vigueur des tuniques; ce qui n'arrive pas dans les rameaux plus étroits de l'aorte, où, en prenant la proportion des tuniques, la force de celles-ci eſt plus grande, & l'action du fluide qui s'y trouve contenu eſt moindre. D'ailleurs, tandis que la force entiere du cœur ſe conſume contre cet endroit de l'aorte dilatée qui réſiſte moins, il ne reſte qu'une foible impulſion dans les autres rameaux de l'artère, & la partie de l'aorte dilatée par l'anevrisme, auſſi bien que les parois du thorax du côté droit, ſont preſſées par une ſi grande force, que les côtes mêmes ne ſçauroient aſſez réſiſter à cet effort, mais qu'elles viennent à ſe rompre, ſi l'arc oſſeux d'un côté y eſt expoſé, ou du moins elles ſe ſéparent avec violence, lorſque le ſac dilaté vient à être pouſſé dans leurs intervalles. C'eſt ce que j'ai obſervé dans un jeune Gentilhomme de 26. ans, dans lequel la côte ſeconde du côté droit s'étoit écartée de la troiſième, & le ſac étant venu à la fin à ſe rompre avoit cauſé une mort ſubite.

OBSERVATION XV.

Des trois valvules ſemilunaires à l'orifice de l'aorte, jointes enſemble en un même corps.

La trop grande force du cœur, ou la réſiſtance exceſſive des vaiſſeaux, cauſent aux orifices des ventricules divers accidens, dont la plûpart deviennent bientôt des maladies. Il eſt très difficile de les connoître, & d'en juger d'une maniere certaine avant la mort; & il n'eſt jamais poſſible à la Médecine d'y apporter du ſecours. Souvent les valvules ſemilunaires

res de l'orifice du ventricule ſupérieur ont des duretés pierreuſes, qui viennent de l'épaiſſiſſement du ſuc qui s'exhale dans la celluleuſe, & qui y croupit ; mais il eſt rare que cette matiere reçoive un accroiſſement aſſez conſidérable, pour que l'orifice même devenant par là plus ou moins rétréci, refuſe un libre paſſage au ſang. Le ſçavant & exact Docteur en Médecine, M. *Jean Chriſtian Themeln*, a rapporté en détail une Obſervation rare de cette nature, avec l'hiſtoire de la mort qui s'enſuivit, y joignant les figures néceſſaires pour l'intelligence du fait, dans un Journal rempli d'obſervations peu communes & très utiles, qu'il a publié. Je vais en ajouter une ſemblable, qui concerne la coaleſcence préternaturelle des valvules de l'aorte, cauſée par leur endurciſſement.

Deſcription anatomique.

Je diſſéquai au mois de Fevrier 1755. le cadavre d'un portefaix âgé de ſoixante ſix ans, dont l'épine du dos étoit toute courbée & immobile. Les vertébres du cou, du dos, & des lombes, s'étoient toutes réunies, de façon qu'elles ne ſe prêtoient plus à aucun mouvement naturel. Mais les côtes ſurtout étoient tellement liées aux vertébres, ſoit par leurs têtes, ſoit par les avances transverſales des vertébres, qu'il ne leur reſtoit plus abſolument aucun mouvement, les ligamens transverſaux, tant extérieurs qu'intérieurs des côtes, auſſi bien que le ſommet des têtes, étant devenu tout à fait oſſeux. Ce changement ſi contraire à l'état naturel prouve d'une maniere aſſez évidente, que celui en qui il étoit arrivé a pû reſpirer & vivre longtems ſans aucun mouvement des côtes. Mais ce qu'il y avoit de ſingulier, c'eſt que, bien qu'on n'appercût dans les vaiſſeaux artériels rien de pierreux, ou d'oſſifié, cependant l'orifice de l'aorte qui ſort du ventricule poſtérieur étoit conſidérablement attaqué de ce mal, qui cauſoit en même tems une altération extraordinaire au cœur. En effet les trois valvules ſemilunaires de l'aorte s'avançoient dans l'aorte même par un bord élevé de trois lignes ; & cela avoit ſurtout lieu dans la partie mitoyenne qui eſt ordinairement garnie d'un petit nœud. Leur ſurface inégale étoit merveilleu-

veilleuſement gonflée de monticules pierreux, ſurtout du côté tourné vers l'aorte. Cette intumeſcence étoit cauſée par une matiere calculeuſe placée entre la double membrane de la valvule, & elle s'élevoit en petits grains, étant couverte partout, tant vers le cœur que vers l'artère, de la membrane mince de la valvule. Mais, par l'attouchement continuel dont la tumeur des valvules avoit été cauſe, la valvule poſtérieure n'en formoit plus qu'une avec celle qui eſt à gauche, la droite ſeule étant demeurée libre, mais conſidérablement gonflée de matiere calculeuſe. Il n'étoit donc demeuré qu'une ouverture étroite, elliptoïde, ayant à peine trois lignes dans ſa plus grande largeur, & de la longueur de la valvule droite qui étoit demeurée exemte de coaleſcence, de ſorte que toute l'ouverture avoit à peine la quatrième partie de ſa grandeur naturelle. La conſtitution du cœur, ſurtout du ventricule poſtérieur étoit robuſte, & remarquable par l'épaiſſeur de la ſubſtance muſculaire de ce ventricule. Mais l'état de l'orifice veineux de ce ventricule s'écartoit, auſſi bien que celui de l'orifice artériel, de l'état naturel. En effet à l'extrémité ſupérieure, la ſubſtance de l'anneau valvuleux étoit dure, s'élevant de l'épaiſſeur conſidérable de trois lignes, de ſorte que, par le gonflement & la coaleſcence de cet anneau valvuleux, l'orifice étoit ſolide, & fermé de cinq lignes depuis l'extrémité ſupérieure jusques vers le milieu. Toute ſa longueur depuis une extrémité jusqu'à l'autre étoit ſeulement de ſept lignes, quoique dans l'état naturel, & dans un cœur beaucoup moindre, elle ait coutume d'en avoir dix, allant même dans quelques uns à treize, & au delà. La longueur de l'orifice veineux du ventricule droit du même cœur excédoit quinze lignes, ou un pouce & demi de Paris, ſa largeur conjuguée demeurant alors de neuf lignes & demie ; mais le diamètre de l'artère étoit d'un pouce & deux lignes. De plus une matiere calculeuſe avoit rempli cette valvule gonflée de l'orifice veineux, de façon qu'elle étoit d'une dureté extraordinaire. Le ventricule antérieur étoit d'une fort grande largeur, ayant le double du ventricule poſtérieur : & cette dilatation l'avoit tellement affoibli, que toute l'épaiſſeur de ſa ſubſtance muſculeuſe, dans ſa partie antérieure vers la pointe, ne paſſoit

pas dix lignes, tous les faiſceaux y étant applatis & minces, au lieu que ceux du ventricule poſtérieur étoient forts & cylindriques. Le ſinus des veines pulmonales étoit extraordinairement mince & dilaté, mais l'aorte étoit fort robuſte, polie en dedans, ſans aucune lame pierreuſe qui la gatât, & ayant le même diamétre que l'artère pulmonale. Le cœur étoit garni partout à ſa ſurface extérieure d'une quantité extraordinaire de graiſſe.

OBSERVATION XVI.

Il y avoit dans le cœur d'une vieille femme, morte hydropique, une ſemblable réſiſtance qui s'oppoſoit au cours du ſang lorsqu'il vouloit entrer dans le ventricule gauche & dans l'aorte. En effet, ayant ouvert ce ventricule gauche, ou poſtérieur, au lieu de l'anneau membraneux valvuleux, qui doit environner l'orifice veineux, on voyoit s'avancer de cet orifice dans le ventricule une ſubſtance roide, dure, & charnuë, immédiatement adhérente à la ſubſtance charnuë continuée des muſcles papillaires de ce ventricule. La ſubſtance des valvules qui eſt ordinairement membraneuſe & déliée, avoit acquis partout l'épaiſſeur d'une ligne & demie d'un pouce de Paris ; & elle en avoit même davantage dans quelques endroits. Mais l'orifice étoit ceint partout de cette ſubſtance gonflée & roide des valvules, de ſorte qu'il n'y avoit pas la plus petite ouverture laterale qui aboutit dans le cœur ; mais dans le ventricule poſtérieur, l'ouverture de l'orifice elliptique veineux, reſſerré par cette valvule durcie & gonflée, avoit quatre lignes & $\frac{2}{10}$ de diamètre, & celui de la conjuguée, ou de la diſtance depuis les parties antérieures jusqu'aux poſtérieures, où les bords de la valvule étoient les plus éloignés l'un de l'autre, avoit une ligne & demie. Le diamètre de l'aorte du même ventricule, laquelle étoit fort robuſte, mais d'ailleurs tout à fait naturelle, dans ſa plus grande largeur, & là où la dilatation cauſée par le gonflement au deſſus du cylindre avoit été auſſi loin qu'elle pouvoit aller, montoit à huit lignes ; mais pour le ventricule poſtérieur même, il étoit ceint d'une ſubſtance charnuë aſſez épaiſſe,

ſe, ayant ſa cavité ample de deux pouces, & étant long de deux pouces & ſept lignes depuis ſa partie ſuprême près de l'orifice veineux jusqu'à la pointe. Le même orifice auriculaire, ou veineux elliptoïde du ventricule antérieur, avoit un diamètre de treize lignes, ou d'un pouce & trois dixièmes, c'eſt à dire, trois lignes ; & la conjuguée, ou la diſtance depuis la cloiſon jusqu'à la ſurface du ventricule, avoit ſept lignes. Le diamètre de l'artère pulmonale dans l'état naturel de contraction, étoit de onze lignes, mais on pouvoit très aiſément la dilater jusqu'à quinze lignes, ou un pouce & demi ; & pour la cavité même du ventricule, dans la paroi concave oppoſée à la cloiſon, elle étoit longue de quatre pouces & deux lignes depuis la ſortie de l'artère pulmonale jusqu'à la pointe du cœur, & ſa largeur étoit de quatre pouces & une ligne. Le ſinus des veines pulmonales étoit conſidérablement dilaté, formant une cavité qui alloit à plus du double de celle du ventricule poſtérieur ; c'étoit un quarré creux partout de la même largeur, ayant deux pouces & huit lignes & hauteur, & deux pouces & ſept lignes de largeur, lequel décroiſſoit conſidérablement vers la pointe du ventricule. Les diamètres des veines pulmonales donnoient une ouverture beaucoup plus étroite que celle de l'artère pulmonale : car du côté droit le diametre de l'ouverture de la veine pulmonale ſupérieure formoit un ſinus de cinq lignes ; & celui de la veine du milieu, auſſi bien que de l'inférieure, de quatre lignes : mais au côté gauche, où il y avoit pareillement trois veines, le diamètre de la ſupérieure étoit de trois lignes, celui de la veine du milieu de trois lignes & demie, & celui de la plus baſſe de quatre lignes. Pour avoir toutes les dimenſions de ces veines de maniere à n'être pas induit en erreur par leur affaiſſement, qui donneroit une valeur au deſſous de la véritable, je l'ai meſurée ſur un cone circulaire, fait de liege, & doucement introduit dans la veine, jusqu'à ce qu'elle ait acquis le degré de la dilatation qu'elle peut acquérir ſans ſe déchirer. Ainſi c'eſt plutôt l'ouverture des veines dilatées que celle des veines trop reſſerrées, qu'on obtient en prenant ces diamètres quarrés. La ſomme de ces quarrés, ou de toutes les ouvertures des veines pulmonales, ſera donc = 81.

Or l'ouverture de l'artère pulmonale eſt = 121, dans la contraction naturelle qui ſuit l'évacuation, & dans ſa plus grande dilatation = 225, en ſorte que la différence eſt dans la contraction de 40, & dans la plus grande dilatation de 144. Mais l'ouverture de l'aorte étoit moindre ici que celle des veines pulmonales, ſeulement de 64, & il y avoit par conſéquent une différence = 17. Or, dans l'état naturel du cœur, l'ouverture de l'aorte ſurpaſſe ordinairement celle de l'artère pulmonale dans une proportion, ſuivant laquelle le diamètre de l'aorte eſt à celui de l'artère pulmonale comme 11 à 12, ou 11 à 11$\frac{1}{2}$. Ainſi la différence de l'ouverture dans la premiere différence de diamètre ſera = 23: d'où s'enſuit que l'ouverture de l'aorte dans ce cœur étoit moindre qu'elle n'auroit dû être naturellement, dans la raiſon du nombre 80; & ainſi elle étoit le double plus étroite qu'à l'ordinaire. Mais l'aorte ſurpaſſe naturellement l'ouverture des veines pulmonales, en raiſon du nombre 20, ou au delà, ce qui ſe trouvoit beaucoup au deſſous dans ce cœur. Et cependant la proportion de l'ouverture des veines pulmonales par rapport à celle de l'artère pulmonale étoit beaucoup moindre que dans l'état naturel, cette différence exprimée en nombres ſe réduiſant ordinairement à $\frac{1}{2}$, au lieu que dans celui-ci elle alloit à $\frac{1}{3}$ pour l'artère contractée; & à l'égard de l'artère dilatée, la proportion de l'ouverture des veines pulmonales étoit le double moindre.

Uſage phyſiologique.

Dans la Diſſertation que j'ai déjà donnée, ſur la dilatation préternaturelle du cœur, cauſée par le rétréciſſement de l'aorte, j'ai ajouté la raiſon du changement que nous obſervons dans le ſinus des veines pulmonales, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur, rélativement aux veines pulmonales. Mais ces maladies ſingulieres du cœur pourront encore répandre du jour ſur l'explication des parties ſusdites, auſſi bien que ſur l'uſage & les raiſons de la ſtructure des parties du cœur. En effet, dans l'un & dans l'autre cas, le ſang, en paſſant dans le ventricule poſtérieur du cœur & dans l'artère aorte

a éprou-

a éprouvé une extrême réſiſtance, parce que le paſſage libre à travers l'aorte étoit bouché à cauſe de l'endurciſſement & du gonflement des valvules ; & l'orifice veineux du ventricule poſtérieur ſe trouvant en même tems dans ce cœur beaucoup plus étroit qu'il ne devoit l'être naturellement, n'a pas cauſé un moindre obſtacle. C'eſt pourquoi, dans tous les deux cas, la ſtagnation du ſang devant les orifices du ventricule poſtérieur, a extraordinairement dilaté le ſinus des veines pulmonales, mais non ces veines elles-mêmes, y ayant dans la proportion de leur diamètre à leur ſinus une extrême différence, ce qui ſuffit pour prouver que la raiſon de la dilatation eſt différente. C'eſt pourquoi, dans la derniere Obſervation, le ſang n'a point été capable de dilater les veines pulmonales, dont la ſomme de leurs ouvertures étoit = 81, contre l'ouverture de l'artère pulmonale = 121. De cette façon, quoiqu'il demeurât une exceſſive quantité de ſang dans les poûmons, l'ouverture des veines pulmonales excédoit à peine l'état naturel ; ce que la Nature avoit procuré par l'inſertion de ces veines dans un ample ſac, qui étoit comme une grande citerne dilatable où de petits tuyaux aboutiſſoient, ce qui ſervoit à empêcher que la trop grande dilatation de tous les vaiſſeaux n'interceptât le paſſage de l'air à travers les poûmons : & cela ſeroit infailliblement arrivé, ſi les veines avoient pû ſouffrir, comme l'artère pulmonale, la dilatation de leurs rameaux par un effet du ſang qui étoit demeuré dans le ſinus des veines pulmonales. Ces obſervations réiterées font connoitre clairement la cauſe qui rend les veines pulmonales plus étroites que les autres veines du corps, proportionnellement aux artères qui accompagnent les veines. C'eſt que l'inſertion des veines pulmonales dans le grand ſinus pulmonal faiſant ceſſer la cauſe de cette dilatation, il eſt néceſſaire que l'effet ceſſe auſſi. On peut encore conclurre de la même obſervation l'extrême dilatabilité de l'artère pulmonale, auſſi bien que celle du ventricule antérieur ; car ſon ouverture a été renduë le double plus grande qu'elle ne l'eſt naturellement, ayant égalé le nombre 224, & dans ſa contraction ſeulement le nombre 121. Le ventricule antérieur par la même raiſon s'eſt conſidérablement dilaté

avec

avec une extrême diminution de ſa ſubſtance muſculeuſe. Car naturellement dans le fœtus il n'y a point, entre le ventricule antérieur & le ventricule poſtérieur, cette différence de grandeur & d'épaiſſeur qu'on obſerve dans les adultes. Au contraire on trouve le plus ſouvent dans un fœtus de cinq à ſept mois le ventricule antérieur plus petit que le poſtérieur; & dans l'état naturel, lorsque le fœtus eſt près de ſon terme, ces ventricules ſont égaux, & ce qui eſt ſurprenant, la ſubſtance muſculeuſe de l'un & de l'autre eſt auſſi à peu près d'une épaiſſeur égale. Dans des fœtus de quatre mois l'épaiſſeur du ventricule antérieur étoit d'une demi-ligne, ou $\frac{5}{10}$, & celle du ventricule poſtérieur de $\frac{8}{10}$, au lieu que naturellement dans un adulte la ſubſtance muſculeuſe du ventricule antérieur eſt à celle du ventricule poſtérieur, comme 1 : 4, ou $1\frac{1}{2}$: $4\frac{1}{2}$. On trouve les mêmes proportions en comparant la conſtitution interne des faiſceaux muſculeux dans un fœtus & dans un adulte. Ces petits faiſceaux ne différent presque point dans le premier, ni par leur force, ni par leur forme cylindrique; au lieu que dans l'adulte les faiſceaux du ventricule antérieur ſont plus larges & plus minces, ceux du ventricule poſtérieur étant au contraire cylindriques & plus robuſtes. On voit ſuffiſamment par là que c'eſt la prolongation de la vie qui met ces différences entre les parties du cœur, n'y ayant rien de ſemblable dans les premiers commencemens du fœtus. En effet, telle eſt la nature des parties muſculeuſes du cœur & des vaiſſeaux artériels, qu'abandonnées à elles-mêmes, ſans être trop tenduës, elles acquierent une plus grande force; car elles ont une élaſticité qui l'emporte ſur celle de toutes les autres parties du corps. Le fœtus a une communication parfaitement libre par le trou ovale de la cavité droite du cœur au ventricule poſtérieur, ou plutôt au ſinus pulmonal; & pareillement dans l'aorte du ventricule artérieur par le conduit artériel. De là vient qu'il n'y a aucune cauſe qui ſoit capable de tendre & de dilater le ventricule artérieur: & c'eſt auſſi pourquoi ſa ſubſtance muſculeuſe ne ſauroit être atténuée, mais ſa force s'accroit plutôt en comparaiſon de celle de l'autre ventricule, que le ſang, dont le cours eſt quelquefois empê-

empêché dans l'aorte, ou dans les artères umbilicales, peut plus aiſément dilater. Mais ces propriétés font place à d'autres toutes différentes dans l'homme qui a reſpiré. Les actions de la vie depuis la premiere enfance, les cris de douleur ſouvent pouſſés, la vélocité du cours continué du ſang, l'air retenu trop longtems en parlant ou en chantant, & d'autres cauſes ſemblables, forment des obſtacles au paſſage du ſang par les poûmons. Lors donc que, dans de ſemblables circonſtances, les veines du ventricule antérieur refuſent paſſage au ſang, il s'accumule & commence à dilater les rameaux de l'artère pulmonale. Quand cette artère eſt remplie, le ventricule antérieur ne peut plus s'y évacuer entierement; ainſi le ſang demeure auſſi dans ce ventricule, & empêche l'entrée au ſang véneux de la cavité droite du cœur & des veines caves. Les rameaux de la veine ſe dilatent donc inſenſiblement à un point extraordinaire, le ventricule antérieur s'étend, & en même tems la ſubſtance des fibres muſculaires qui s'écartent trop les unes des autres eſt atténuée; mais comme elle a beaucoup de force, en pouſſant peu à peu le ſang dans l'artère pulmonale, elle la dilate de plus en plus, & ſa conſtitution plus foible que celle de l'aorte favoriſe extrêmement cette dilatation. Cette foibleſſe naturelle de la même artère la met d'autant moins en état de ſurmonter la réſiſtance cauſée par une inſpiration ou exſpiration trop longtems continuée, & de chaſſer la maſſe du ſang juſqu'aux extrémités des veines pulmonales. De là vient donc que l'ouverture de l'artère eſt plus grande que celle des veines pulmonales; ce qui doit être regardé comme une ſuite des viciſſitudes de la vie, qui produiſent de même la dilatation & l'affoibliſſement du ventricule antérieur. Les petits faiſceaux du ventricule intérieur muſculeux deviennent ainſi plus minces, & s'écartant de leur premiere figure cylindrique s'applatiſſent; ce qui les rend ordinairement différens de ceux du ventricule poſtérieur, qui demeurent cylindriques & plus robuſtes. De là l'inſigne différence qu'on a coûtume d'obſerver entre les deux ventricules du cœur; & il en réſulte qu'on auroit tort de la regarder comme parfaitement naturelle. Car nous trouvons que la conſtitution du ventricule poſtérieur ſe change auſſi, & de la même

maniere, ſi à cauſe de quelque réſiſtance à la ſortie du ſang par l'aorte, il vient à être dilaté par le ſang ; cependant cette dilatation ne l'affoiblit que beaucoup plus lentement, ſoit parce que l'artére pulmonale, le ſinus des veines, & le ventricule antérieur, cédent plus facilement au ſang reſtant, & en partagent toute la quantité, ſoit parce que la ſubſtance même de ce ventricule plus robuſte eſt en état de preſſer & de chaſſer le ſang pendant un plus long eſpace de tems. Mais, dans notre premiere obſervation, l'orifice de l'aorte n'étoit pas le ſeul étroit, l'orifice veineux l'étoit auſſi ; & par cette raiſon presqne toute la dilatation agiſſoit contre les parties les plus foibles & les moins réſiſtantes, ſçavoir le ſinus, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur.

Outre l'affoibliſſement des parties cauſé par la réſiſtance du cœur, qui ſe manifeſte par les Obſervations précédentes, on peut auſſi en inférer ſurtout cette propriété naturelle de l'aorte, en vertu de laquelle elle ſe contracte dans un moindre eſpace, lorsque la réſiſtance ceſſe, ou que la quantité du ſang qui s'y porte eſt diminuée. La ſeconde Obſervation préſente en particulier ce changement de la maniere la plus marquée. En effet, la petite quantité de ſang qui entroit dans le ventricule poſtérieur par ſon orifice veineux rétréci, ne ſuffiſoit point à la dilatation du ventricule, ni à celle de l'aorte, dont l'ouverture ſe trouvoit d'un tiers moindre que dans l'état naturel. Ainſi, l'aorte ſouffrant à peu près dans la même raiſon une diminution & une contraction dans ſon diamètre, n'avoit que huit lignes de largeur, quoique ſon diamètre ait naturellement coûtume d'en avoir douze à treize ; & ſon ouverture étoit le double moindre qu'elle ne doit l'être pour transmettre le ſang. Or il eſt croyable que la ſubſtance des valvules de l'orifice pulmonal veineux s'eſt reſſerrée & durcie peu à peu ; & de là eſt venue cette contraction extraordinaire de l'aorte, proportionnellement à la quantité décroiſſante du ſang. Ce changement enſeigne combien la force & la contraction de l'artère, en vertu de ſa nature élaſtique, s'accrôit après la diminution du ſang, & combien s'écartent de la véritable route de la Nature ceux qui prétendent que l'uſage de la ſaignée pro-

produit le relâchement des artéres, qui ſe fortifient au contraire par ce moyen, leur force & leur élaſticité étant ainſi augmentées, & leur fibres auparavant trop écartées venant à ſe réunir. Mais d'un autre côté, cette même force de l'aorte, quand elle vient à ſurpaſſer ſes bornes naturelles, eſt dangereuſe pour la ſanté & la vie; danger d'autant plus grand, qu'il eſt plus difficile de le connoitre, & impoſſible d'y obvier, ce mal n'admettant qu'une cure palliative, deſtinée à ſoulager un peu le malade des ſymptômes cruels qu'il éprouve.

Uſage pathologique.

Les changemens rélatifs aux maladies que ces Obſervations nous préſentent à conſidérer, ſont l'endurciſſement pierreux des valvules de l'aorte, & de l'orifice veineux du ventricule poſtérieur. Je n'ai jamais trouvé les valvules de l'orifice artériel pulmonal, pierreuſes & durcies; au lieu qu'un ſemblable changement préternaturel ſe rencontre fréquemment dans celles de l'aorte. Car la preſſion foible de l'artère pulmonale ſur les valvules ſemilunaires, peut à peine produire une ſtagnation ſuivie de quelque changement; & ce n'eſt pas d'ailleurs le ſeul excés de la force de l'artère qui agit, mais il faut encore la force du ventricule pour que le liquide qui s'exhale dans la cellulaire de la duplicature des valvules ſemilunaires, vienne à s'épaiſſir, & acquière inſenſiblement une dureté pierreuſe. Cette matiere augmentée dans les valvules, en les étendant, peut produire une cohéſion & une coaleſcence très étroite, ſurtout ſi l'âge raſſemblant une plus grande abondance de particules terreſtres, rend cette dépoſition d'autant plus rapide, de ſorte que ces tuniques, où la matiere durcie eſt renfermée, ſe touchent plus étroitement. Ces valvules de l'aorte ainſi réunies forment donc une ſeule maſſe pierreuſe, la troiſième ſeule demeurant libre, quoiqu'elle ſoit gonflée & remplie de la même maniere d'une ſubſtance pierreuſe. Tant que le cœur de ce malade a eu une grande force, il s'eſt peut-être peu apperçu de ſon mal, à moins qu'il n'ait éprouvé les ſymptômes de la pléthore, qui ſont ordinai-

dinairement produits par le gonflement des rameaux des veines caves. En effet, à cauſe du rétréciſſement de l'orifice veineux pulmonal du cœur, le paſſage du ſang dans le ventricule poſtérieur étant empêché, a pû ſurtout étendre les rameaux des veines caves. Mais les ſymptômes ſont beaucoup plus fâcheux lorſqu'ils ſuivent le rétréciſſement de l'orifice veineux, comme dans notre XVI. Obſervation. Ils paroiſſent être venus de l'épaiſſiſſement de la liqueur qui s'exhale dans la celluleuſe de l'anneau valvuleux. Car il n'y avoit aucun endurciſſement pierreux, & ce n'etoit point l'âge qui, en raſſemblant lentement quantité de matiere terreſtre, avoit produit cette maladie ; mais il paroit probable qu'elle s'étoit formée par l'endurciſſement continuel & égal en une carnoſité molle. Et quand nous voudrions ſuppoſer que le cours rapide du ſang a contribué quelque choſe à rendre cet orifice veineux plus étroit, cependent à peine a-t-il pû paſſer la moitié du ſang ; & celui qui eſt demeuré, en s'accumulant dans les rameaux de l'artére pulmonale, dans le ventricule antérieur, & dans la diſtribution des veines caves, a cauſé de cruelles angoiſſes auxquelles de fréquentes ſaignées & une diete rigoureuſe n'ont pu apporter qu'un peu de ſoulagement. Enfin il a falu que l'hydropiſie s'enſuivit, parce que, le reflux par les rameaux de la veine cave étant interdit, les humeurs ont dû ſe répandre dans les cellules & les cavités, d'où elles n'ont pû être évacuées par une réſorption ſuffiſante. La quantité d'humeurs apportée par l'aorte n'a pas été ſuffiſante non plus pour l'exécution complette de toutes les ſécrétions ; & de là le défaut, tant des liqueurs qui ſoutiennent le corps, que de celles qui le ſoulagent par voye d'excrétion. La foibleſſe du corps rend auſſi la deſtruction plus prompte, ſans qu'il y ait moyen d'y apporter du remède, à cauſe de l'impoſſibilité de réſoudre cette liqueur croupiſſante endurcie. Mais l'orifice veineux gauche du cœur ſouffre ſouvent un changement préternaturel, par l'endurciſſement pierreux du liquide exhalant dans la celluleuſe : ce qui pourra être confirmé par deux Obſervations ſur cet anneau pierreux qui environne l'orifice dans ſa ſubſtance charnuë même, dont j'ai donné une ample deſcription dans ma Diſſertation ſur les diverſes expe-

peces de pierres du corps humain. Mais la trop grande réſiſtance du cœur vers l'aorte, & la deſtruction de ſes valvules ſemilunaires, eſt le principe d'une maladie cruelle, que perſonne n'a encore remarquée, & qui eſt abſolument mortelle.

OBSERVATION XVII.

En ſoumettant à la diſſection le cadavre amaigri, mais gonflé, d'un homme d'environ trente ans, après avoir trouvé que toutes ſes parties avoient leur ſtructure naturelle, à l'exception de l'enflure oedemateuſe des parties inférieures, je m'attachai à examiner la ſtructure du cœur & de ſes vaiſſeaux. Le thorax ayant été ouvert, les poûmons ſe montrerent tout à fait libres ſans la moindre adhérence, mais tout remplis de ſang. Le péricarde contenoit le cœur qui étoit très relâché, ſans aucun veſtige de graiſſe, n'y ayant qu'une membrane mince qui couvrit ſa ſubſtance muſculeuſe transparente. Les vaiſſeaux veineux de la veine cave, l'oreillette droite, le côté droit du cœur, l'artère pulmonale, & le ſinus avec le ventricule poſtérieur, étoient gonflés de ſang, la ſeule aorte étant demeurée vuide. Etonné de ce grand relâchement, & de cette foibleſſe tout à fait extraordinaire, je fis un examen attentif de toutes ſes parties. Ce que je trouvai le plus ſingulier, ce fut le rétréciſſement de l'aorte à proportion des autres vaiſſeaux; cette artère étant diſſéquée parut d'une grande force, ſa ſubſtance ayant $\frac{7}{10}$ lignes d'épaiſſeur Y ayant auſſitôt introduit un cone de liege au deſſus de l'endroit où elle ſort du cœur, je trouvai ſon diamètre de ſept lignes & $\frac{2}{10}$ ſeulement, au lieu que celui de l'artère pulmonale, ſans la dilater beaucoup, étoit de douze lignes, la ſubſtance de cette artère étant lâche & mince. L'ayant ouvert, on put apercevoir les valvules minces ſemilunaires, tout à fait relâchées, qui occupoient ſon orifice. Mais rien n'égala ma ſurpriſe, lorsqu' après ouvert l'orifice de l'aorte qui aboutit au ventricule poſtérieur, au lieu de valvules, il ne s'offrit à ma vuë que de petits morceaux déchirés qui entouroient l'orifice. En y regardant

donc de plus près, je trouvai le bord convexe adhérent au cœur ; mais le bord libre continué dans l'aorte, étoit rompu, & découpé en petits morceaux pendans, comme les parties d'un corps détruit par la ſuppuration. La ſubſtance mêmbraneuſe même de ces valvules déchirées & rétrécies étoit ſemblable à une membrane détruite par la chaleur de l'eau bouillante. La conſtitution des faiſceaux du ventricule poſtérieur du cœur n'étoit point du tout comme à l'ordinaire ; au lieu d'être cilindriques, ils étoient minces & plats, & les anneaux papillaires valvuleux du muſcle étoient auſſi déliés & foibles. La ſurface concave de la cloiſon ne montroit presque aucun indice de petits faisceaux muſculeux ; mais on voyoit les fibres muſculaires applaties, étenduës, & privées de la tunique interne qui recouvre le cœur. La ſubſtance muſculeuſe même du ventricule poſtérieur étoit tout à fait relâchée, pâle, & ayant à peine deux lignes & demie d'épaiſſeur. La cavité du ventricule poſtérieur ſurpaſſoit celle de l'antérieur, de ſorte qu'il ne reſtoit aucune partie du cœur qui fut dans un état parfaitement naturel.

OBSERVATION XVIII.

Dans le cœur d'un autre homme, robuſte, réplet, ſexagénaire, je trouvai le ventricule poſtérieur égal à l'antérieur, & même un peu plus grand, & extraordinairement dilaté jusqu'à la pointe. Ses petits faiſceaux, ou trabecules charnuës, étoient fort allongés, & étroitement poſés l'un ſur l'autre ; mais dans la cloiſon ils étoient tout à fait effacés, ſans que la tunique interne manquât nulle part. Mais les valvules ſemilunaires de l'orifice artèriel aortique étoient courtes, retirées ; leur bord libre qui avoit plus d'une ligne d'épaiſſeur, étoit inégal, ayant ſouffert une dilacération à la partie antérieure du côté droit, & les petits morceaux déchirés pendoient irrégulierement. Enfin l'aorte elle-même étoit tout à fait épaiſſe, inégale intérieurement comme ſi elle eut été couverte d'une eſpece de gale ; car de petits tubercules, de l'épaiſſeur d'une ligne & au delà, s'y élevoient partout, étant contigus

les

les uns aux autres dans la partie de l'aorte qui ſe courbe en arc, & plus diſperſés, ou écartés les uns des autres, dans la partie qui deſcend, aprés que l'arc a été formé. Une matiere blanche, épaiſſe, tenace, placée entre la tunique muſculeuſe & la nerveuſe, rempliſſoit ces tubercules élévés ; & elle eſt ſemblable à celle qui acquiert inſenſiblement une dureté pierreuſe ; de petites lames pierreuſes, quoiqu'en très petite quantité, ſe trouvoient d'abord au deſſus des valvules, couvertes de la tunique nerveuſe interne. Cela faiſoit que le diamètre reſtant de l'ouverture de l'aorte alloit à peine à 9. lignes, celui de l'artère pulmonale le ſurpaſſant de 13. La largeur du ventricule ſupérieur à la ſurface concave poſtérieure, égale à ſa longueur, avoit trois pouces & ſix lignes. La ſubſtance muſculeuſe du ventricule à la pointe du cœur étoit ſeulement de $\frac{9}{10}$ de ligne d'épaiſſeur ; celle qui regardoit la ſurface plane du cœur avoit trois lignes & $\frac{3}{10}$, & à la partie ſupérieure 2 $\frac{4}{10}$. Quant à la ſubſtance charnuë même, elle étoit ferme & couverte extérieurement d'une graiſſe aſſez abondante.

Uſage phyſiologico-pathologique.

Ces obſervations font aſſez voir, combien la proportion entre les forces agiſſantes du corps eſt néceſſaire pour une parfaite ſanté. En effet, dans l'un & dans l'autre des cas précédens, une trop grande proportion s'eſt trouvée entre la force réſiſtante de l'aorte, & celle d'impulſion du cœur. Ce n'eſt que lorsque le cœur par ſa contraction peut ſurpaſſer les forces des artères, qu'il eſt en état de pouſſer le ſang dans leur cavité. Mais, quand les forces de l'artère ont trop d'action, l'évacuation du cœur ne ſçauroit ſe faire naturellement ; de là le ſang qui demeure, dilate trop le ventricule, & altére de plus en plus ſes forces, tandis que l'élaſticité des artères augmente continuellement leur trop grande force & leur réſiſtance. L'effet demeurera donc toujours le même, ſoit que la cauſe s'en trouve dans la foibleſſe du cœur, ou qu'il vienne d'une force de l'artère plus grande que la force naturelle. Dans l'Obſervation précédente le défaut du cœur paroit avoir entierement con-

conſiſté dans le relâchement des fibres, & dans le manque de graiſſe. De là, ſuivant la nature élaſtique dont les artères ſont douées, elles ſe contractent d'autant plus qu'elles ſont moins tenduës par la quantité de ſang que le cœur y envoye. Or la force croit avec la contraction ; & réciproquement celle du ventricule diminuë dans une proportion contraire, par la trop grande dilatation que cauſe le ſang qui demeure. Le ſang ainſi repouſſé de l'artère vers le ventricule, ſe jette contre les valvules ſemilunaires, il les repouſſe avec une extrême force à cauſe du défaut de réſiſtance de la part du ventricule, & enfin il vient à bout d'effectuer leur déchirement & leur deſtruction. Car les valvules ſemiluminaires ſuffiſent à ſoutenir la force naturelle de l'aorte, qui, ſuivant les expériences faites pour la connoître, égale ſoixante livres. Mais, lorsque l'aorte devient le double plus étroite, l'accroiſſement de ſon élaſticité lui donne des forces doubles de celle qui lui eſt naturelle, & auxquelles il faut néceſſairement que les valvules cédent.

Les mêmes Obſervations peuvent encore nous inſtruire de la conformation cylindrique qu'ont naturellement les faiſceaux du ventricule poſtérieur du cœur. En effet, le défaut d'une trop grande expanſion augmente la cohéſion des fibres élaſtiques, & conſéquemment celle ſurtout des fibres muſculeuſes, dans le cœur & dans les artères. Or une force naturelle à l'aorte, c'eſt celle de chaſſer puiſſamment les fluides qu'elle contient ; & alors le ventricule poſtérieur, jouïſſant d'une plus grande force, peut s'évacuer plus facilement que le ventricule antérieur, qui eſt plus foible, & auquel réſiſte le ſang qui refuſe de traverſer l'artère pulmonale. Cette réſiſtance le dilate, & ſéparant les fibres muſculaires l'une de l'autre, cauſe le relâchement de toute la ſubſtance muſculeuſe de ce ventricule, & en particulier de ces petits faiſceaux, que nous nommons ordinairement les trabecules du cœur. Cela eſt donc cauſe qu'ils ſont plus minces & moins cylindriques dans le ventricule antérieur, & au contraires plus cylindriques & plus forts dans le ventricule poſtérieur ; d'où vient que pluſieurs ſe ſont perſuadés que c'étoit là l'état parfaitement naturel de ces faiſceaux, ſans qu'au-

qu'aucune force y eut produit du changement. Mais ces Obſervations font aiſément voir le contraire. En effet les petits faiſceaux du ventricule poſtérieur du cœur deviennent minces & foibles tout comme ceux du ventricule antérieur, pourvû que la même raiſon d'expanſion exiſte. Dans l'un & dans l'autre cas, la réſiſtance de l'aorte empêchant l'évacuation du ventricule, devient la cauſe de ſa dilatation préternaturelle ; c'eſt pourquoi nous trouvons que la dilatation & la figure des faiſceaux muſculeux y eſt ſemblable. Mais il arrive plus fréquemment, & il eſt presque inévitable ſous certaines conditions, que la dilatation & l'extenſion des fibres muſculeuſes ſoit plus grande dans le ventricule antérieur, à cauſe de la réſiſtance du ſang qui paſſe par les poûmons ; c'eſt pourquoi l'on n'a pas lieu de s'étonner de trouver dans la plûpart des adultes cette conformation mince & foible des faisceaux applatis du ventricule droit, avec une plus grande dilatation de toute la cavité de ce ventricule.

Que cette dilacération des valvules de l'aorte ſoit une maladie mortelle, c'eſt ce que conclurra facilement quiconque eſt en état de découvrir le mouvement irrégulier & tremblottant du cœur qui doit en réſulter, vû que le cœur n'étant jamais entierement évacué, éprouve une irritation continuelle de la part du ſang ; & ce même cœur déjà affoibli eſt expoſé à la contraction, & à toute la réaction de l'aorte qui ſe déploye contre lui & lui réſiſte ; effort que les valvules ſoutenoient auparavant. Il faut par conſéquent que le mouvement du ſang & les ſécretions ceſſent bientôt avec la vie ; car les rameaux réſiſtent trop à la force du cœur ainſi diminuée, pour qu'il puiſſe paſſer dans les vaiſſeaux ſécrétoires latéraux une quantité d'humeurs ſuffiſante pour les ſécretions néceſſaires à la vie.

NOUVELLES OBSERVATIONS POUR SERVIR DE SUPPLE'MENT A' L'HISTOIRE DE LA NIELLE DES BLEDS,

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

Les Maladies des Plantes peuvent encore être miſes au nombre des choſes, à la recherche desquelles jusqu'à préſent aucun, ou du moins presque aucun des Naturaliſtes, ne s'eſt ſérieuſement appliqué. Ceux qui en ont parlé en général, ou ſeulement en paſſant, paroiſſent n'avoir eu qu'une connoiſſance très ſuperficielle des phénomenes naturels des végétaux, & une moindre encore de ceux qui ne ſont pas conformes au cours de la Nature. On remarque cependant, que, dès les tems les plus anciens, ceux qui s'attachent à l'œconomie de la campagne, Jardiniers & autres, ont tourné leurs vuës de ce côté-là, à cauſe des mauvaiſes ſuites, & parce qu'ils ont ſenti le dommage plus ou moins conſidérable qui y étoit attaché. Malgré cela on ne ſçauroit faire voir, qu'eu égard à a longueur du tems qui s'eſt écoulé, il ſe ſoit fait ſur ce ſujet quelque découverte importante, ou particuliere, qui puiſſe faire parvenir à une connoiſſance exacte des Maladies des Plantes. On en trouve bien des noms & des deſcriptions, qui ſont, pour ainſi dire, des veſtiges & des débris, dans pluſieurs Auteurs Latins, François, & anciens Allemands, qui ont traité de l'agriculture & de l'œconomie champêtre ; mais ces mêmes Auteurs pouvent ſervir tous de preuve, que de leur tems, comme encore le plus ſouvent aujourdhui, on n'a eu que des idées tout à fait confuſes, imparfaites, & fauſſes, des maladies en queſtion.

A' la vérité, s'il ne s'agiſſoit ici que d'interprérations & d'explications arbitraires, plutôt que de vérités dont on peut faire une application utile, je conviens que je craindrois un peu d'avoir affaire aux Critiques, & aux Amateurs de l'Antiquité; qui, avec leurs conjectures & toutes les ſubtilités de leur érudition, ne manqueroient pas de me fatiguer beaucoup. Mais, comme la queſtion ſe réduit ici particuliérement à examiner, ſi ce que les Anciens nous ont laiſſé ſur les maladies des Plantes, eſt ſuffiſant, ou non, pour nous en donner une connoiſſance exacte, & qui puiſſe être utilement appliquée, je n'ai, à proprement parler, rien à démêler avec les Critiques. Par rapport aux Auteurs du moyen âge, & des derniers tems, qui ont traité de l'Agriculture & de l'Oeconomie, ils ne différent des Anciens, qu'en ce qu'ils s'étendent un peu plus ſur les maladies des Plantes, au fait desquelles ils s'imaginoient être parfaitement; mais leurs déciſions ſont le plus ſouvent dénuées de toute juſteſſe. Ils ſe fondent ſur de fauſſes Obſervations, & même ſur des conjectures Aſtrologiques; leurs prétenduës Expériences ne s'accordent point du tout avec la vérité, & ils tombent à la fin dans le ridicule. Ce que j'avance ne demande pas qu'on ſe donne beaucoup de peine pour le prouver; il ſuffit de remarquer que la plûpart d'entre ces Auteurs ont cherché l'origine & les cauſes des maladies ſusdites, dans les choſes les plus extraordinaires, & qui n'ont, ni ne peuvent avoir, la moindre liaiſon avec les Plantes. La Lune & les autres Planetes, mais ſurtout les Conſtellations, & particuliérement le Scorpion, l'Ecreviſſe, & le Capricorne, leurs diverſes conjonctions, auſſi bien que les Eclipſes du Soleil, & de la Lune, ont été pour eux des objets de terreur; pour ne pas parler de ce qu'ils appelloient les empreintes gâtées des ſemences. Tels étoient donc les fondemens ſur leſquels repoſoit toute la doctrine des maladies des Plantes.

Si l'on vouloit aller plus loin encore, & entrer dans la diſcuſſion de tant de remèdes, propoſés & vantés comme infaillibles contre ces maladies, il y en auroit aſſez pour ſe convaincre pleinement que les inventeurs de ces remèdes n'avoient pas ſeulement une connoiſſance

médiocre dans ce genre. Cela ſuffit auſſi pour nous diſpenſer de rechercher avec beaucoup de ſoin, quelle idée ils attachoient aux noms par lesquels ils déſignoient ces maladies, & ce que ſignifient chez eux les mots d'*Uſtilago*, *Exareſcentia*, *Rubigo*, *Cancer*, *Tabes*, *Leucophlegmatia*, *Sterileſcentia*, *Serpigo*, *Scabies*, &c. & pourquoi ils avoient mis ces termes en uſage. Il eſt ſans contredit d'une beaucoup plus grande utilité, de s'appliquer ſoi-même à découvrir, à force de ſoins & d'expériences, quelque choſe de certain, que de perdre le tems à comparer & à concilier une foule de paſſages où régnent de profondes obſcurités & de vrayes contradictions.

On trouvera l'occaſion de traiter ſucceſſivement, dans des Mémoires particuliers, de quelques unes des Maladies des Plantes qui viennent d'être indiquées ; pour le préſent nous nous bornerons à une conſidération ſuccinte de la *Nielle des bleds*, qu'on appelle dans quelques endroits fort expreſſivement leur *mort*, ou mortification, *Necroſis*. C'eſt un des accidens les plus communs & les plus fâcheux dans tout le régne végétal ; & les Expériences exactes que j'ai faites ſur ce ſujet depuis 1747. jusqu'en 1752. me font eſpèrer de pouvoir fournir des moyens aſſurés de parvenir à une connoiſſance plus approfondie de ce redoutable mal. Mais avant toutes choſes, je déclare, par rapport à ce que d'autres ont déjà dit avant moi ſur la Nielle, & aux remèdes contr'elle, qui de tems en tems ont été annoncés dans les Nouvelles publiques comme infaillibles, que je m'en tiens aux réfléxions que je viens de faire ſur la plûpart d'entr'eux ; & que d'ailleurs je ne marche exactement ſur les traces d'aucun des Savans qui m'ont précedé dans cette carrière, quoiqu'il y en ait pluſieurs dont les travaux pénibles & bien dirigés fourniſſent des preuves évidentes de leur capacité & de leur expérience, qui méritent la reconnoiſſance du Public. Indiquer toutes les idées & les tentatives, qui ſe rapportent à ce ſujet, tout ce que les Savans & les ignorans ont jugé à propos de publier concernant la nielle des bleds, ce ſeroit une choſe directement contraire à nos vuës, qui ne conſiſtent pas à perfectionner l'hiſtoire de la Nielle, mais à contribuer

tribuer, autant qu'il poſſible, à la plus parfaite connoiſſance de cette maladie. Si l'on eſt curieux de ſavoir jusqu'où je m'écarte des opinions précédentes, & de s'aſſurer que j'ai été plus loin que les autres, & par conſéquent que j'ai mis les Naturaliſtes ſur la voye de ſe former une doctrine plus exacte au ſujet de la Nielle, on pourra ſuffiſamment ſe ſatisfaire en comparant cette Diſſertation avec les autres Ecrits qui ont été publiés ſur le même ſujet.

La Nielle, comme la plûpart des autres accidens funeſtes aux Plantes, eſt en général plus connuë par le fait que par l'examen. Si l'on a fait quelques découvertes ſur ſa nature, cela ne s'étend guères qu'à quelques eſpeces particulieres de fleurs; & encore ne s'y eſt-on pas toujours pris avec l'attention & l'exactitude néceſſaire. Toutes les Plantes de l'Univers ſont néanmoins ſujettes à ce mal; il ſe manifeſte dans toutes les contrées, & presque dans toutes les ſaiſons de l'année, au moins dans celles où les Plantes continuent à prendre leur accroiſſement d'une maniere naturelle, & ſont par conſéquent propres à être examinées. Il n'y a ni température, ni expoſition, ou ſituation de terrain, qui en ſoit parfaitement exempte. Je ne prétens pas que la Nielle vienne de la température de l'air directement & ſans exception; je veux dire ſimplement qu'on la rencontre dans toutes ſortes de ſaiſons. On ne pourroit pas donner des preuves certaines de la premiere de ces ſuppoſitions, puisqu'au contraire la véritable cauſe de la Nielle des bleds doit être principalement cherchée dans la négligence, & dans les mauvais arrangemens de ceux qui cultivent les terres. Ceci eſt beaucoup plus aſſuré que la plûpart des cauſes qu'on a coûtume d'alléguer.

Qu'il n'y ait aucune eſpece de Plante à l'abri de ce mal, c'eſt ce que la raiſon enſeigne, quand on réfléchit ſolidement ſur la ſtructure organique de ces corps, & ſur les mouvemens naturels qui s'y exécutent, tant en général, quand la force intérieure ou extérieure de l'air agit différemment ſur les ſucs prodigieuſement ſubtiliſés de toutes les parties des Plantes, & cela dans un tems plus que dans un autre; &

même en ces moments, où la Nature agit en dévelopant & pouſſant les parties fluides ; en particulier, par rapport aux mouvemens qui produiſent l'extenſion des particules des fleurs les plus tendres & les plus délicates, jusqu'à ce qu'elles ayent atteint le point de perfection qui leur convient.

De plus l'expérience commune confirme ſuffiſamment, que la Nielle exiſte, non ſeulement dans toutes les eſpeces de Plantes, mais encore dans toutes leurs parties. Auſſi, parmi cette multitude de Plantes, que j'ai eu occaſion d'examiner depuis pluſieurs années, je ne puis m'en rappeller presque aucune, où dans quelque occaſion je n'aye remarqué de la nielle, une ou pluſieurs fois, & dans leurs différentes parties.

Mais je n'ai pas laiſſé d'y obſerver fort bien cette différence, c'eſt que dans les jeunes Plantes, encore ſpongieuſes & pleines de ſuc, auſſi bien que dans les parties des Plantes qui étoient dans l'état d'accroiſſement, la Nielle étoit beaucoup plus forte & plus étenduë, que dans les vieilles Plantes dures & ſéches, ou dans les parties qui avoient pris tout leur crû ; quoiqu'il y ait des tems où la Nielle attaque auſſi celles-ci. En effet on la voit à de vieux arbres, arbuſtes, & autres Plantes ligneuſes, qui ont ceſſé de croître, & tout à la fois dans le bois dur & dans l'écorce, tout comme dans les rejettons & les branches qui ont pouſſé nouvellement ; mais elle eſt bien plus fréquente dans les dernieres parties que dans les premieres, & ſi l'on ne s'en apperçoit pas toujours, c'eſt la multitude des feuilles qui en empêche. J'ai remarqué ici, qu'il eſt très rare que cette eſpece de nielle s'étende plus loin que les nouveaux yeux, ou les rejettons les plus tendres, qui périſſent ſeuls, ſans que cela ait d'autres ſuites Cette Nielle eſt différente de celle des bleds ; & il me ſemble qu'on pourroit plutôt la nommer *carie des végétaux*. Car il y a une différence conſidérable par rapport aux petites Plantes qui n'ont qu'une racine annuelle, & par conſéquent ne portent qu'une fois du fruit, après quoi elles meurent.

L'Ex-

L'Expérience nous fait encore connoître d'une maniere certaine, qu'une Plante, plus elle eſt délicate, & plus ſes parties ſont tendres, (& celles qui le ſont toujours le plus, ce ſont les yeux, ou les rejettons qui ont nouvellement pouſſé, ou bien les fleurs mêmes,) plus auſſi elle eſt expoſée à ſouffrir de la Nielle, & cela préciſement dans ces parties les plus tendres. Le cas arrive effectivement, non ſeulement à l'egard des fleurs, ſoit en tout, ſoit en partie, mais auſſi dans les ſemences, ou graines humides, arrivées à une parfaite maturité, quoique beaucoup plus certainement dans celles qui ne ſont pas mûres & parfaites, ayant encore le ſuc laiteux qui les rend plus tendres. La Nielle attaque ſurtout cette partie ſupérieure de la plantule ſeminale, qu'on nomme *plumula ;* & pendant qu'elle ſe dévelope avec une extrême dèlicateſſe, le mal gagne ſucceſſivement, & vient du ſuc nourricier gâté dans les cotyledons.

Ainſi, quoiqu'il n'y ait, comme on l'a déjà dit, aucune partie des Plantes qui ne ſoit ſujette à la Nielle, c'eſt pourtant aux fleurs qu'on la rencontre ſurtout ; & tantôt elle les détruit entierement, tantôt elle ſe borne aux parties tendres de la fleur qui appartiennent eſſentiellement à la fructification, telles que ſont le piſtille & les étamines avec toutes leurs dépendances, dans le tems où leur évolution s'exécute ; ce qui fait que peu à peu le reſte de la fleur en ſouffre plus ou moins. Les autres parties de la plante ne paroiſſent pas à l'extérieur s'en reſſentir preciſément dans le même tems ; ce qui devroit ſe manifeſter dans le premier état de la plante encore toute tendre ; & cependant on ne s'en apperçoit que lorsqu'elle a pris entierement ſon crû.

Entre les fleurs elles-mêmes il y a quelque différence à remarquer, en ce que quelques unes ſont plus aiſément & plus fréquemment expoſées à la nielle, que les autres. Ce ſont celles qui, bien que ſimples, ne laiſſent par d'avoir beaucoup de piſtilles, d'étamines, de glandules, de neĉtaires, &c. On peut mettre au même rang celles qui, dans un calice quelquefois ſimple, mais communément

ment compoſé, renferment pluſieurs fleurs, par exemple, celles qu'on nomme *flores aggregati*, *compoſiti floſculoſi*, *ſemifloſculoſi*, *plantæ umbelliferæ*, *racemoſæ*, *amentaceæ*, *ſpicis*, *ſtrobilis*, *conisve donatæ*, & toutes les autres qui portent de gros bouquets bien garnis, lesquels avant leur dévelopement ſont étroitement ſerrés & entaſſés dans des eſpeces d'étuis, ou calices. Ces eſpeces ſont trop connuës pour que nous ayons beſoin d'en faire ici l'énumération ; & nous nous bornerons à indiquer ici pour toutes les autres la nombreuſe famille des herbes, ou *gramina*. Ces herbes ſont, ou ſauvages, ou cultivées ; les unes portent des ſemences d'une extrême petiteſſe, & ce ſont les herbes proprement dites ; au lieu que les autres produiſent de gros grains, qui ſont propres à ſervir de nourriture, & que les hommes employent à leur uſage ſous le nom de bleds, *cerealia*. Les herbes ſauvages ſe reproduiſent d'elles-mêmes, en conduiſant leurs ſemences à une entiere maturité, à moins qu'on ne les en empêche en les fauchant trop tôt : la nielle s'y met rarement. Les bleds au contraire, auſſi bien que toutes les herbes cultivées, dépendent particulierement des ſoins & des attentions de l'oeconomie & de l'agriculture ; & les accidens qui leur arrivent, procedent le plus ſouvent de l'ignorance, de la négligence, de la précipitation, & de diverſes mauvaiſes coûtumes qui ont lieu en labourant, en moiſſonnant, en recueillant, & en conſervant ces productions de la terre. On peut en général, & ſans en rejetter principalement la cauſe ſur la température de l'air, affirmer avec certitude que, lorſqu'on coupe trop-tôt les bleds, & ſurtout l'orge & le froment qui mûriſſent un peu plus lentement, & qu'enſuite on les raſſemble encore tout humides, & qu'on les entaſſe dans les granges, il en réſulte pluſieurs ſuites très fâcheuſes, & qui méritent qu'on y faſſe une extrême attention.

Parmi les Plantes ſauvages il y a quelques eſpeces où l'on trouve la Nielle, mais fort rarement. Telles ſont les roſeaux proprement dits, *Arundo*, le jonc nommé *typha paluſtris* ; & entre les herbes celles qui ſont appellées *careæ*, *gramen anatum*, *panicum*, *lolio*, *lolium tenu-*

temulentum, &c. Cela s'étend auſſi à quelques Plantes, dont les fleurs ont dans leur ſtructure quelque affinité avec les herbes ; comme les ſuivantes, *polygonum*, *perſicaria*, *lapathum*, *piſtorta*, & *fagopyrum*.

Pour venir aux eſpeces de graines, ou bleds, elles éprouvent la Nielle véritable & proprement dite, qu'on appelle, pour la diſtinguer des autres accidens ſemblables, la Nielle des fleurs, *necroſis floralis*. Le ſeigle y eſt moins ſujet, mais l'orge & le froment en ont beaucoup à craindre ; & elle n'eſt pas rare dans l'avoine & le millet. Le vrai fondement de cette différence eſt aſſez facile à découvrir pour un Obſervateur attentif de la Nature.

Ce qu'il faut particulièrement remarquer ici, c'eſt que la même nielle des fleurs ſe manifeſte quelquefois dès les mois de Janvier, Fevier, Mars, & Avril, dans les Plantes étrangeres qu'on fait pouſſer de meilleure heure au moyen des ſerres ; & dans cette ſaiſon de l'année on ne peut pas attribuer le mal, comme on a coûtume de le faire, à quelque rouille, ou roſée, chargée d'une eſpece de farine, de miel, ou d'autres parties graſſes & venimeuſes pour les Plantes. Ce n'eſt pas que je veuille nier qu'il exiſte jamais des cas où une pareille roſée eſt préjudiciable aux Plantes ; mais les détails où j'entrerai dans la ſuite de ce Mémoire feront voir, que cette roſée n'a que fort rarement, ou peut-être jamais, de l'influence ſur la nielle des fleurs, telle qu'on la trouve dans les bleds.

Je ne m'étendrai pas davantage pour le préſent ſur la diverſité de la Nielle rélative à la différence des Plantes ; mais je ne conſidérerai uniquement que la nielle des bleds, comme un des accidens les plus dommageables aux gens de la campagne : puiſque toute autre eſpece requiert une diſcuſſion toute particuliere.

Toutes les fois que pour mon inſtruction je me ſuis attaché à l'examen de quelque eſpece d'herbes, ſauvages ou cultivées, ſur leſquelles la Nielle avoit fait du dégât, je n'ai jamais manqué d'y obſerver les circonſtances ſuivantes.

Cette Nielle ſe trouve, tant dans le froment d'hyver, l'orge hâtive, & l'avoine de Mars, que dans le froment d'été, l'avoine ordinaire, & la petite orge d'été, & cela toujours dans le tems où ces plantes commencent à pouſſer leurs tiges ; après quoi la nielle devient toujours plus ſenſible, à meſure que les bleds en queſtion font ſortir leurs épics en fleurs des feuïlles qui leur ſervoient de gaines.

Dans les campagnes de *Berlin*, j'ai trouvé la Nielle indifféremment ſur l'orge & ſur l'avoine, ſoit qu'on les eut ſemées dans des terres expoſées à un air tout à fait libre, ſur des hauteurs, & dans des contrées ſablonneuſes vers le Midi & l'Orient, ou qu'elles euſſent été miſes dans un terroir gras, bas, humide, argilleux, & froid. D'autres campagnes qui étoient au Septentrion ou à l'Occident, entre des forêts ou des buiſſons qui les couvroient, n'en étoient pas plus exemtes ; & il n'y avoit point de différence à remarquer non plus entre celles dont les unes avoient été enſemencées plutôt, & les autres plus tard. Tout ce qu'on pouvoit obſerver, c'eſt que la Nielle étoit une année avant les autres plus abondante ſur quelques terres que ſur le reſte ; encore cela n'étoit-il pas bien certain, & ne s'étendoit qu'à des champs d'une médiocre grandeur : car il m'eſt arrivé de trouver ſur une ſuite de champs contigus, & partagés en pluſieurs ſubdiviſions, ici une nielle épaiſſe & abondante, tout près quelques plantes éparſes ſeulement qui s'en étoient reſſenties, & un peu plus loin point du tout. Quoique depuis pluſieurs années j'aye parcouru ſouvent & exactement la campagne dans l'intention d'obſerver la Nielle, & que je me ſois ſurtout donné beaucoup de peine pour examiner des champs ſéparés, je ne me flatte pas pourtant d'être en état de ne rien avancer ſur quoi l'on ne puiſſe faire fonds.

Dans le territoire de *Friſack*, de *Ferbellin*, & auprès de *Nauen*, auſſi bien que dans la contrée de l'Oder, autour des Villages & Métairies de *Wieſengrund*, *Suchſendorff*, *Hatenow*, *Reitwen*, *Manchenow*, *Tuckeband*, *Letzſchin*, *Goltzow*, & *Wollup*, où ſe trouvent de grandes prairies d'une extrême fertilité dans les fonds bas & argil-

gilleux autour de *Selow* & *Zſchernikow*, & en delà de l'Oder près de *Göritz*, où l'on recueille beaucoup de froment & d'avoine, tant de la grande que de la petite eſpece, j'ai eu de tems en tems des occaſions de faire diverſes remarques là deſſus ; mais elles n'ont pû encore me conduire à des réſultats déterminés & certains. Les terres mêmes qu'on ne laiſſe jamais repoſer, & qui portent tous les ans, n'ont différé à cet égard en rien des autres, quoique les gens de la campagne débitent là deſſus dans ces quartiers bien des choſes, mais trop vagues pour y compter.

En parcourant les contrées que je viens de nommer, j'ai ſouvent rencontré, dans l'eſpace d'une verge quarrée, vint à trente tiges de froment, ou d'orge, les unes auprés des autres, gâtées par la Nielle ; au lieu qu'en d'autres tems j'ai eu de la peine à en raſſembler dans tout un champ dix, éparſes de côté & d'autre. Si l'on compare cette inconſtance & cette inégalité, jointes aux différences de ſituation & de bonté du terroir dont on a fait mention ci-deſſus, avec la température des ſaiſons, & le tems avancé ou retardé de la culture des terres qui s'y rapporte, on ſera pleinement convaincu, que la Nielle des bleds ne dépend point proprement & néceſſairement de ces dernieres cauſes, & peut-être n'y a même aucun rapport ; de ſorte qu'il faut en chercher de tout autres, qui ſoyent mieux fondées, & qu'on puiſſe alléguer avec plus de vraiſemblance. Il y a encore des gens, d'ailleurs fort entendus dans l'Agriculture, qui s'en tiennent à ces opinions, parce qu'ils n'en connoiſſent point d'autres ; & cela les rend excuſables.

Pour venir préſentement aux tiges mêmes que la Nielle a endommagées, on ne ſauroit encore les diſtinguer des autres, tant que ces tiges n'ont pas fait leur jet, & que les épics avec leurs barbes ne ſont pas ſortis de l'étui des feuilles. La Nielle des fleurs demeure cachée tout ce tems là dans l'intérieur de la Plante, ſans ſe trahir par aucun ſigne ſuſpect, au moins dans la plupart des eſpeces de bleds. La figure, la grandeur, la ſituation, la couleur, l'odeur, le goût, l'éclat, & l'accroiſſement, demeurent à l'égard du reſte de la Plante

frappée de nielle, dans un état naturel & parfait, pareil à celui des autres ; & la nielle qui demeure cachée dans les petites parties les plus tendres de la fleur, qui ne ſont pas encore dévelopées, n'eſt pas capable, tant que les fleurs ne ſont pas ouvertes, de troubler le mouvement régulier & la filtration des ſucs dans le grand corps entier de la plante ; au moins n'eſt-ce qu'au bout d'un long eſpace de tems qu'on peut s'en appercevoir. Mais, dès que les tiges de froment ou d'orge ont conduit à leur perfection les parties qui conſtituent la fleur, & que les étuis des feuilles commencent à s'ouvrir un peu, pour laiſſer paſſage aux épics, (quoique ces foibles tuyaux ayent à peine un empan de hauteur, ou guères au delà,) il eſt alors très aiſé de trouver ſur un champ entier de ces tiges enniellées ; & à la fin on peut les diſtinguer de loin d'avec les autres.

N'ayant donc dans les commencemens, comme je viens de le dire, rien trouvé dans les plantes extérieurement qui pût les rendre ſuſpectes, (quoiqu'elles fuſſent réellement atteintes de ce mal incurable,) & voyant qu'à la fin elles ne laiſſoient pas de périr presque toutes, je dis presque, ſans multiplication ultérieure, je me propoſai d'en faire l'objet d'obſervations encore plus fréquentes, & d'autant plus attentives. Pluſieurs tiges, proportionnellement à la bonté du terroir, avoient 6, 10, jusqu'à 16 tuyaux, comme pluſieurs n'en portoient que 2 à 4, & la plûpart un ſeul. Mais toutes enſemble, à l'extérieur, étoient parfaitement ſemblables aux autres : toute leur ſurface ne préſentoit, ni à la vuë ſimple, ni même à la loupe, rien de ſuſpect, qu'on pût attribuër, ſoit à des Inſectes, ſoit à ces roſées que les gens de la campagne croyent chargées d'impuretés nuiſibles.

Cependant, afin de ne pas courir risque de me tromper, en me bornant à l'examen d'un trop petit nombre de ces plantes gâtées par une nielle cachée, & pour ne laiſſer échaper aucune circonſtance capitale, ni aucune différence eſſentielle, ſans y faire attention ; pendant pluſieurs années, depuis le mois de Mai jusqu'à la mi-Aout, ſoir & matin, la température de l'air variant d'une fois à l'autre, & ſur des champs

champs différens, j'ai comparé enſemble autant de tiges enniellées qu'il m'a été poſſible d'en rencontrer. Mais toutes ces attentions ne m'ont fait découvrir aucune exception remarquable, malgré toutes les traditions qui ſont fermement reçuës à ce ſujet.

Pluſieurs de ces tiges gâtées, ayant déjà pouſſé quelques rejettons qui participoient au même mal, je les ai tirées de terre avec toutes les précautions poſſibles, & après avoir bien examiné les racines, je les ai trouvées parfaitement ſaines. La plûpart avoient de jeunes plantes à côté d'elles, & de nouveaux germes ; j'en transplantai quelques unes ſur le champ, après les avoir rognées juſqu'aux deux derniers nœuds. Il y en eut auxquelles je retranchai tout ; d'autres furent transplantées avec toutes leurs branches enniellées, & les jeunes plantes, ou germes, qui s'y trouvoient jointes, ſans en rien déracher, ni retrancher ; & elles crûrent de nouveau à l'ombre avec beaucoup de ſuccès. Les tiges attaquées prirent leur accroiſſement en longueur & en largeur ; les jeunes plantes contiguës pouſſerent leurs tuyaux : & au bout de trois ou quatre ſemaines, les germes profondément enfoncés dans la terre produiſirent encore des tiges toutes nouvelles.

Mais, avant que de tranſplanter ces tiges, je m'imaginai avec beaucoup de vraiſemblance, qu'un nouveau terroir, en fourniſſant une meilleure nourriture, pourroit corriger le vice même des plantes, & je demeurai dans cette opinion, juſqu'à ce que j'euſſe examiné de plus près, au moyen de la loupe, les jeunes plantes, ou nouveaux rejettons, qui avoient pouſſé autour de ces tiges. J'en mis donc les parties les unes après les autres ſous le foyer de la loupe, pour découvrir.

1. Dans quelles parties proprement la Nielle commençoit à ſe manifeſter d'une maniere ſenſible ?

2. Dans quel tems cela arrivoit, & quel étoit celui où la Nielle s'étendoit ?

3. Si elle exiſtoit tout à la fois, & ſe développoit enſuite proportionnellement à l'accroiſſement des Plantes ; ou bien, ſi elle naiſſoit ſucceſſi

ceſſivement, dans le tems que certaines parties fort tendres venoient à éclorre, &c ?

Autant qu'il m'a été poſſible de bien voir ces parties tendres des petites plantes qui avoient nouvellement pouſſé, le commencement de la nielle y étoit tout à fait ſenſible, ſoit à l'oeil, ſoit à la loupe ; & plus la plante étoit conſidérable, plus il étoit aiſé d'appercevoir diſtinctement, que les particules des fleurs preſſées, & fortement entaſſées au centre de la plante, étoient mortes, & que leur noirceur s'étendoit de plus en plus aux parties voiſines. Cet accroiſſement de noirceur, ou plutôt cette contagion, que les parties gâtées répandoient dans la plante, alloit de jour en jour en augmentant, jusqu'à ce que le tuyau venant à ſortir de ſa gaine, l'épic eut pris une hauteur & une groſſeur conſidérable.

Ces petites parties dont il s'agit ici, & que j'ai toujours trouvées les premieres endommagées par la nielle, étoient uniquement les parties eſſentielles des fleurs, ſçavoir les étamines & les piſtilles. Il n'y avoit qu'elles qui, dès le commencement, paruſſent entierement mortes, ſans qu'on pût néamoins remarquer aucun changement dans la figure extérieure. Quelquefois ces envelopes intérieures & tendres, que les Botaniſtes appellent *glumas* & *corollas*, étoient mortes en même tems, & l'on n'en apperçevoit plus que quelques reſtes.

Sur les calices, qui ſont des envelopes extérieures & plus dures, on voyoit en même tems des taches ſéparées, comme une pouſſiere d'un noir bleuâtre, ou d'un bleu foncé ; ce qui eſt un indice déjà connu & infaillible dans la plûpart des plantes, de la nielle qu'elles renferment au dedans. J'aurai occaſion de parler ci-deſſous avec plus d'étenduë de la vraye conſtitution de ces parties actuellement détruites par la nielle.

Les Expériences que je viens de rapporter, & que j'ai eu occaſion de faire, ſur l'état intérieur de ces jeunes Plantes qui croiſſent à côté des tiges enniellées d'orge, ou de froment, lorsqu'elles ont à peine atteint

reint 3 à 5 pouces de hauteur, me convainquirent bientôt que je m'étois beaucoup trompé dans ma premiere conjecture ; & il me fut aiſé de prévoir que mon deſſein de transplanter des tiges enniellées, dont les fleurs étoient actuellement mortes, & avec cela tout à fait imparfaites, n'auroit aucune réüſſite, ni pour y apporter quelque changement, ni ſurtout pour les améliorer. Ce nonobſtant, je ne perdis pas toute eſpérance de tirer, du moins après la tranſplantation, quelques nouveaux rejettons des nœuds de la racine, qui puſſent porter quelques épics parfaits avec des fleurs & des ſemences ; & cela d'autant plus que tout le reſte de la Plante étoit encore ſain, Mais à cet égard je me trouvai auſſitôt trompé, quoique dans d'autres tems quelques eſſais, ou expériences, me rejettaſſent dans le doute, de façon à me perſuader qu'il n'étoit pas impoſſible qu'une tige enniellée produiſit un, ou divers épics parfaits. Néanmoins depuis ce tems là toutes les tiges enniellées d'orge d'été, & de froment, que j'ai transplantées, ont bien pouſſé de nouveaux rejettons, & produit d'autres plantes, mais il n'en eſt venu que des épics gâtés, ou même actuellement morts. J'ai ſouvent rencontré dans le millet tout le contraire de ceque j'avois remarqué dans le froment, l'orge, & l'avoine, comme je le ferai voir avec plus d'étenduë dans une autre occaſion. D'ailleurs, quand quelque Plante eſt attaquée d'une maladie curable, on peut lui procurer du remède, ſoit par ſa racine en changeant la nourriture qu'elle reçoit, ſoit par une bonne & abondante humidité qu'elle tire de l'air ; mais, s'il s'agit d'une plante tout à fait jeune, qui a nouvellement germé, une ſemblable amélioration eſt beaucoup plus difficile & plus rare : on ne doit pas même l'eſpérer, lorsque le vice eſt caché jusques dans la moëlle.

La plûpart des nouveaux rejettons dont je viens de parler, n'étoient pas encore viſibles dans le tems de la transplantation, comme je l'ai fort bien remarqué en les comptant ; par conſéquent il faut qu'ils ſoyent ſortis depuis de la moëlle de la Plante. Cela me conduit à une conjecture tout à fait vraiſemblable, c'eſt que quelquefois, dans une tige de froment ou d'orge, la moëlle eſt tout à fait enniellée ; au lieu que

dans

dans d'autres tems la nielle ne ſe rencontre que dans quelques uns des filets qui ſortent de la moëlle, & c'eſt avec eux qu'elle ſe répand dans les autres parties de la Plante ; ce qui arrive plus vîte ou plus lentement, & au commencement tantôt dans une partie, tantôt dans une autre. C'eſt ce que paroit confirmer en quelque ſorte la différence que j'ai remarquée dans les épics même d'orge & de froment que la Nielle avoit gâtés ; quelques uns étoient entierement morts & noirs, au lieu que dans d'autres il n'y avoit que les pointes extérieures qui fuſſent enniellées, les autres parties de l'épic étant ſaines. Dans d'autres la moitié inférieure eſt morte, & celle d'enhaut dans ſon état de perfection ; ce qu'on doit auſſi entendre des épics d'orge. Il ne faut pas non plus confondre avec la nielle cet accident qui arrive à quelques eſpeces de bleds, où les grains entiers paroiſſent être évanoüis dans les épics ; ce qui ne vient que de ce que l'épic n'a porté que des fleurs mâles, qui, après avoir fleuri, ne laiſſent jamais de grains.

Telles ſont les obſervations que mes eſſais m'ont donné lieu de faire, ſur l'extérieur des tiges enniellées avant & après la tranſplantation. Mais, ayant dit ci-deſſus que la nielle n'eſt point ſenſible au dehors des tiges avant que les épics ayent pouſſé, & qu'on l'appercoit ſeulement après cela aux barbes, ou aux calices de l'épic, il ſera néceſſaire de déterminer avec plus d'exactitude, où eſt ſon ſiège propre, en quoi elle conſiſte, & comment elle s'étend.

Chaque tuyau qui pouſſe ſur une tige enniellée, avant l'entiere corruption qui ſe fait toûjours, mais lentement, des petits canaux & réſervoirs par lesquels le ſuc coule de la ſurface dans l'intérieur, & avant l'obſtruction totale de la moëlle, paroit entierement ſain jusques dans ſes pointes les plus extérieures & leurs diviſions ; de ſorte qu'à en juger par les apparences, il paroit propre à prendre ſon accroiſſement pour arriver à la figure naturelle, à la force, & à la groſſeur qui lui conviennent ; mais, dès que l'épic ſe montre, on découvre diſtinctement le vice de la plante.

Les

Les fleurs au contraire, avec leurs dépendances, prennent ſeules dès le commencement la nielle entiere, ſans que, ni la ſimple vuë, ni la loupe, puiſſent découvrir aucun indice extérieur de ce mal dans les petites queuës auxquelles elles tiennent, pas même lorsqu'elles ont pris tout leur accroiſſement. La différence qu'on remarque dans les tiges ennieliées, conſiſte en ce que quelques épics avec leurs barbes ont atteint leur état de perfection, tandis que d'autres tout retirés ſont étroits & minces, & demeurent tels, de façon qu'ils paroiſſent avoir à peu près péri.

Dans le premier cas, les paquets de nielle dans les épics, ſurtout dans l'orge, ſont ſouvent excités au dévelopement, ou bien endurcis par une ſorte d'humidité, de ſorte que les épics conſervent leur force ; au lieu que, dans le ſecond cas, l'air ſéche & diſſipe plus vîte ces amas nielleux ; ce qui fait qu'on ne trouve que des épics fort courts, & fort minces, & même quelquefois qu'on n'en trouve point du tout.

La loupe fait ſouvent appercevoir cette différence dans les jeunes plantes qui ont nouvellement pouſſé ; ce qui donne à connoître d'un côté que dans la premiere eſpece la nielle a fait tomber plus tard les parties extérieures des fleurs, & de l'autre qu'il faut que quelques unes de ces parties ayent été détruites plus lentement ici que dans la derniere eſpece. Quand on conſidère un épi d'orge enniellé qui eſt ſorti de ſon tuyau, voici ce qui s'y préſente à obſerver. Les envelopes extérieures, (*involucra & glumæ*,) dont chacune en particulier, dans le cours ordinaire de la Nature, contient trois fleurs différentes, & qui a coûtume de réſulter de l'aſſemblage de ſix feuïlles terminées en pointe, ſont tellement détruites dans la plûpart des épics enniellés, qu'à peine peut on en découvrir quelques traces. Au contraire, les calices, ou envelopes intérieures, qui ſont proprement au nombre de trois différentes, dont chacune envelope ſes propres étamines & ſes piſtilles, conſervent encore pendant quelque tems, au moins en partie, leur figure extérieure ; & il en naît des épics, tantôt plus

courts, tantôt plus longs, quoique tout le reſte y ſoit actuellement mort.

Chaque fleur à part, dans laquelle ſont contenuës trois étamines & un double ſtyle, ſe trouve enſemble avec les deux autres fleurs, dès leur premier dévelopement, tellement détruites par la Nielle, qu'on ne peut plus diſtinguer leur figure, leur grandeur, leur nombre, & la proportion de leurs parties. En effet, depuis que la pourriture les a diſſous, elles n'ont pû continuer à ſe développer, mais depuis ce tems-là elles ont été réduites en paquets informes d'une pouſſière noire. Dans ces circonſtances j'ai toujours trouvé, par rapport aux étamines & aux piſtilles des fleurs de bled que la Nielle avoit attaquées, que, dès le commencement & avant tout le reſte, elles avoient été entierement anéanties. Quand donc les épics dont les fleurs ont été ainſi détruites par la nielle, ſortent de leurs tuyaux, & paroiſſent en plein air, ils ſont d'abord d'un gris foncé, ou bien les envelopes qui ont été en partie conſervées, leur donnent une couleur de plomb; & tant qu'il y reſte quelque humidité, ils ont l'apparence de contenir des grains bien pouſſés, & d'une groſſeur conſidérable. Mais ces apparences ne manquent jamais d'évanouïr, ces grains ſe deſſéchent, & peu à peu deviennent une pouſſiere noire comme du charbon, une eſpece de ſuye; ou bien les reſtes pulvériſés de toutes les fleurs, qui ſont encore dans une ou pluſieurs envelopes, ſe réuniſſent, & forment au bout de quelques jours un paquet informe, qui eſt d'une dureté notable.

Il ne faut pas au reſte s'étonner que les parties intérieures des fleurs dans les eſpeces de bleds, ſoient beaucoup plutôt détruites par la Nielle que leurs envelopes, puiſqu'elles tirent leur corruption de la moëlle immédiatement & fort vîte, au lieu que les envelopes qui ont des fibres & des canaux dont la force & la fléxibilité ſont plus grandes, peuvent réſiſter bien plus longtems à une ſemblable corruption, d'autant plus qu'elles tirent leur principale nourriture des deux écorces. Les étamines au contraire & les piſtilles ſont tout remplis de

de petits vaiſſeaux d'une extrême molleſſe, & pour la plus grande partie remplis de ſuc ; ce qui ne leur permet pas de réſiſter à l'impulſion rapide & véhémente des ſucs endurcis & épaiſſis, à la force avec laquelle ils s'étendent, aux obſtructions qui en réſultent, &c. Cela fait que, dès qu'ils commencent à prendre leur accroiſſement, ils crévent aiſément, de façon que les autres ſucs extravaſés & croupiſſans dans la texture celluleuſe ſe fondent en quelque ſorte en une corruption promte & forte, & deviennent enniellés, ou ce qui revient au même, il en réſulte une mort complette. Si l'on ſuppoſe donc ici une ſemence imparfaite, & en quelque maniere à demi gâtée & attaquée, comme on en trouve effectivement de ſemblables, il eſt fort naturel de croire que ce vice vient de la moëlle des grains de ſemence, & que dans la ſuite de leur accroiſſement il peut s'y étendre, tantôt dans une partie, tantôt dans l'autre. Quel eſt le ſiège de la corruption dans la plante enniellée, & où elle prend ſon commencement, c'eſt ce que nous ferons voir dans la ſuite d'une maniere plus particuliere.

Les calices des fleurs ne ſont point entierement exempts de nielle, comme nous avons déjà pû nous en convaincre par l'expérience, qui nous découvre extérieurement ces petites taches, ſemblables à de la pouſſiere d'un bleu foncé, & qu'on doit regarder comme des ſignes d'une nielle intérieure. Il y a ſeulement cette différence certaine, c'eſt que dans toutes les eſpeces de bleds les étamines & les piſtilles, avec leurs calices propres, ſont dès le commencement tout à fait morts, quoiqu'à l'extérieur les calices des fleurs ne paroiſſent éprouver l'effet de la nielle que peu à peu & fort lentement, & qu'en partie leur mort n'arrive que pendant le dévelopement des épics, ſçavoir quand le tuyau a atteint à peu près ſa groſſeur ordinaire. C'eſt ce qui rend extrêmement vraiſemblable, que les parties intérieures des fleurs qui ſont mortes, produiſent des ſues gâtés & enniellés, qui paſſant par le tiſſu celluleux ſe répandent ſucceſſivement dans les autres parties. On peut s'aſſurer de la poſſibilité de cette ſuppoſition, en conſidérant la ſituation, la liaiſon, & la diſtribution des vaiſſeaux

qui conduiſent le ſuc du ſiège de la fructification aux étamines & aux piſtilles, & qui s'étendent en même tems, en formant des conduits ſéparés, pour ſe rendre dans les envelopes & les feuilles des fleurs.

Ceci pourra ſuffire par rapport aux épics d'orge gâtés par la nielle. Nous allons à préſent conſidérer d'une façon plus particuliere les grains enniellés, ou les paquers de pouſſiere nielleuſe, qui reſtent après la deſtruction des fleurs, & qu'on trouve dans les épics; & pour répandre plus de jour ſur cette matiere, nous rapporterons quelques Expériences qui la concernent.

La pouſſiere dans laquelle les fleurs des bleds ſont réduites par la nielle, s'offre à la ſimple vuë comme une poudre extrêmement fine, du noir le plus foncé ; & cependant elle ne laiſſe pas d'être ſi groſſiere, que miſe dans l'eau elle ne paſſe pas aiſément par le filtre, ou plutôt elle n'y paſſe point du tout. Quand on met de cette pouſſiere ſous la loupe, on voit qu'elle eſt compoſée de morceaux d'une rondeur oblongue, & en partie cylindriques, de diverſe longueur, qui ſont mêlés enſemble, & placés d'une façon tout à fait irréguliere. Dans une goutte d'eau ces grains d'eau ſe montrent pendant quelque tems d'une maniere un peu plus diſtincte, quoique ſans ſubir aucun changement ; mais, dès qu'ils ſont imbibés, cette diſtinction s'évanouït.

La figure propre que cette pouſſiere nielleuſe irrégulierement diſperſée fait paroître, quand on la voit à travers la loupe, pourroit aiſément être priſe pour celle de vers morts, par un Phyſicien qui en jugeroit avec précipitation, & auquel l'expérience manqueroit, ſurtout s'il n'en voyoit pas une quantité conſidérable à la fois, & qu'il n'eut pas occaſion de conſidérer à diverſes repriſes ces parties de pouſſiere, lorsqu'elles ſont encore réunies enſemble, & qu'elles ont conſervé leur ſituation naturelle. Cependant, à l'aide de la loupe, on ne doit pas tarder à s'appercevoir que ces petits grains de poudre immobiles, qui ont la forme de vers, ne ſont autre choſe, conſidérés dans leur réunion, ou ſéparément, que de véritables débris des petits vaiſſeaux où le ſuc couloit, qui ont été tout à fait ſuffoqués & comprimés;

après

après quoi l'air les ayant deſſéchés, ils ont éclaté. Il paroit que les ſucs épais & gâtés qui y ont croupi, les ont tout à la fois obſtrués, & extraordinairement diſtendus ; & ils conſervent parfaitement à la loupe leur couleur d'un noir de charbon. Si quelquefois, dans le tems où les épics enniellés, pleins de ſuc, ſortent des feuïlles qui leur ſervent d'étui, il ne ſe rencontre point certaines eſpeces d'Inſectes très petits, qui y dépoſent leurs œufs, comme dans un lieu propre à leur nourriture ; c'eſt ce que je ne conteſterai pas, quoique je n'aye jamais obſervé rien de ſemblable. Mais à plus forte raiſon je ne ſaurois l'affirmer. Je ne ſerai donc pas plus diſpoſé à confondre cette circonſtance particuliere avec la vraye nielle des fleurs, que celle qui vient du vice fort connu de l'ovaire, qu'on rencontre dans les fleurs de ſeigle, & que nous déſignons en Allemand par le nom de *Zapffen-Korn*, ou *Mutter-Korn*. Beaucoup moins encore mettrois-je ici en ligne de compte ces grains gâtés, que Mr. *Needham* avoit reçus de Portugal, ou d'ailleurs, & dont il a donné la deſcription accompagnée de ſes Obſervations ; puisque c'eſt un cas entierement différent de la nielle.

En continuant à examiner les parties de la pouſſiere nielleuſe, lorsqu'elles ſont toutes liées entr'elles, on acheve de ſe convaincre qu'elles ne ſont autre choſe que des reſtes réels de pellicules réticulaires & tranſparentes, dans lesquels les vaiſſeaux qui contiennent le ſuc ſont demeurés par rapport à leur figure, leur ſituation, leur nombre, & leurs proportions, dans le même état de liaiſon que requiert un ſemblable tiſſu rétiforme, & tels qu'on a coûtume de les trouver dans les petales & dans les calices des fleurs.

On peut s'en faire une idée aſſez juſte, ſi l'on ſe repréſente le ſquelete d'une feuïlle qui a été renduë transparente par une macération qui a précédé. Quelquefois auſſi les parties réunies de la pouſſiere nielleuſe reſſemblent tout à fait à de l'amorce, telle qu'elle ſe montre à la loupe. Il n'eſt pas rare auſſi que cette même pouſſiere ait tout à fait l'air à l'extérieur d'une pellicule écailleuſe, que l'on remarque

aiſément dans les Jardins annuellement, toutes les fois qu'on tire de la terre, ou qu'on y met certaines plantes à cayeux, dont la vieilleſſe repréſente au naturel les plus beaux tiſſus, comme on peut l'obſerver dans les bulbules du ſaffran, du glayeul, de la *Victorialis longa*, & de pluſieurs autres.

Ce que je viens de dire du tiſſu, de la couleur, & des autres caractères de la pouſſiere nielleuſe, tels que je les ai découverts à la loupe, doit être particulierement entendu de la nielle des bleds, & des plantes dont la ſtructure eſt analogue ; car dans d'autres ces circonſtances peuvent varier. En effet quoique la noirceur, par exemple, ſe trouve en général dans les plantes enniellées, & c'eſt par où elles ſont principalement reconnoiſſables, elle ne laiſſe pourtant pas d'avoir des différences conſidérables, ſuivant la différente ſtructure des Plantes, & de leurs parties, auſſi bien que rélativement à leur âge, à la nature des ſucs, & à la ſolidité des fibres. Quelques unes conſervent encore longtems dans des parties mortes un ſuc noir ; dans d'autres on trouve une farine humide, ou une ſuye ſéche. Les plantes qui ſont plus ſolides & leurs parties offrent le plus ſouvent une eſpece de charbon ; & dans quelques plantes aqueuſes, j'ai trouvé une matiere noire, friable, & ſpongieuſe. Mais avec la noirceur qui ſe trouve dans toutes, l'indice capital c'eſt la mort, ou mortification complette de toutes les parties d'une plante ; par où l'on peut connoitre bien diſtinctement ce qu'il y a d'eſſentiel dans la nielle extérieure des bleds, & la diſtinguer en tout tems de quelques autres accidens qui y ont du rapport. Car, quoiqu'on trouve conſtamment la couleur noire jointe à la nielle, l'entiere mortification (*necroſis*) de toutes les parties demeure pourtant la marque principale, de façon que la noirceur ne peut pas être priſe ſeule pour telle dans toutes ſortes de cas. Dans quelques plantes la nielle eſt jointe à une calloſité de toutes les parties ; dans d'autres elle vient à la ſuite de la calloſité qui s'eſt manifeſtée dans certaines parties. Il y en a où la nielle eſt placée au centre des parties devenues calleuſes & endurcies ; mais on en trouve pluſieurs où tout eſt mort, noir, & ré-

réduit en ſuye, ſans qu'on puiſſe découvrir rien de calleux, ni de dur-ci. Réciproquement la calloſité & la dureté peuvent exiſter ſans aucun mêlange de nielle.

En comparant les eſſais & les expériences dont j'ai rendu compte jusqu'ici, on ne doutera pas un inſtant, combien il y a peu de fondement dans l'opinion commune au ſujet de la nielle, & dans les prétendues expériences que les gens de la campagne ont coûtume d'alléguer en ſa faveur. Néanmoins je ne révoquerai jamais en doute, qu'une mauvaiſe ſaiſon, ſurtout quand elle ſe trouve jointe à une culture irréguliere des terres, peut en général beaucoup contribuer à multiplier & à étendre la nielle des bleds ; mais la principale cauſe de ce mal ne ſçauroit être cherchée proprement, ni conſtamment, beaucoup moins uniquement, dans la température de l'air, mais elle réſide plutôt pour l'ordinaire dans la corruption de la ſemence. Je ſuis bien moins diſpoſé encore à compter au nombre des véritables cauſes de la Nielle, & ſpécialement de celle des fleurs, le dégât fait par les Inſectes, ou les prétendues pluyes de miel & de farine, auſſi-bien que diverſes autres choſes qu'on s'efforce d'appliquer ici, & que je n'ai jamais remarquées dans les tiges enniellées. La ſemence pleine d'un ſuc laiteux, qui n'a pas ſa maturité, & qui eſt en partie imparfaite ; ou bien cette même ſemence déjà mûre, mais encore fraîche & tendre, & qui a contracté trop d'humidité, ſont beaucoup plus propres à rendre raiſon de la Nielle, que toutes ces autres cauſes auxquelles on a eu recours jusqu'à préſent. Les gens de la campagne, à la reſerve d'un petit nombre qui ont de l'intelligence, ne ſont pour l'ordinaire pas fort attentifs aux circonſtances des phénomenes ; & il ne leur arrive guères de ſoupçonner qu'il faille chercher les cauſes de celui-ci dans l'état de la ſemence. Il eſt donc eſſentiel d'entrer dans l'examen détaillé de toutes les cauſes qui peuvent gâter dès le commencement des grains que l'on a recueillis & renfermés trop tôt, avant qu'ils ayent été tous également ſéchés ; ou même que l'on a ſerrés lorsque quelque humidité s'y étoit répanduë. Il faut, dis-je, conſidérer tout ce qui peut changer cette humidi-

mid té en moiſiſſure, & en général diſpoſer les grains de telle ſorte, que venant à s'échauffer, non ſeulement leurs ſucs laiteux acquierent de mauvaiſes qualités, mais encore la moëlle de la partie ſupérieure de la plantule ſeminale, qui eſt deſtinée à produire les fruits & les ſemences, s'échauffe pareillement, & devienne auſſi vicieuſe : d'où s'enſuit que, dans le dévelopement de toute la Plante, ces parties gâtées meurent entierement.

Mais la Raiſon & l'Expérience répugnent de concert à la ſuppoſition qu'on fait ordinairement, que dans les fleurs attaquées de la nielle, telles que je les ai obſervées, il y a actuellement des grains enniellés, qui, bien que réellement morts & détruits, conſervent pourtant la force de propager leur eſpece vicieuſe, comme ſi c'étoit une eſpece particuliere. L'exiſtence de grains actuels de ſemence ne ſçauroit être admiſe ici, puiſqu'il n'y a encore aucune fleur de paſſée. Et comment d'ailleurs une choſe morte pourroit-elle être en même tems vivante, & produire quelque choſe de vivant ? Au contraire la contagion dans les grains laiteux, & qui ne ſont pas encore ſecs ; ou pour m'exprimer plus diſtinctement, la corruption d'autres grains qui étoient ſains, eſt quelque choſe d'entierement différent, qui procede de l'humidité, lorsque l'échauffement venant à s'y joindre fait que la pourriture pénétre & gagne toujours plus loin. Des grains dans cet état méritent à bon droit le nom de grains enniellés, puiſque ce ſont eux qui produiſent effectivement les plantes attaquées de la Nielle ; au lieu qu'un épic enniellé, comme on l'a déjà remarqué, ne renferme point de grains de cette eſpece, mais qu'il s'y trouve uniquement des paquets de nielle en pouſſiere.

Les divers moyens de purification qu'on a coûtume d'employer contre la Nielle, comme le ſouffre, la chaux, & d'autres ſemblables, paroiſſent être fondés ſur les fauſſes opinions que nous avons rapportées ; peut-être que, s'il ne s'agiſſoit que de laver la ſemence, il ſuffiroit de la mêler dans l'eau avec un ſable de riviere groſſier : mais, quand des grains échauffés ſont devenus réellement vicieux, il eſt bien difficile

difficile de croire que le ſouffre, ou la chaux, puiſſent venir à bout de les rétablir. Ceux qui ont de juſtes idées d'un grain de ſemence, de ce qui conſtitue ſa perfection, & de la température proportionnée qui doit régner dans ſes ſucs nourriciers, ne ſe perſuaderont jamais, qu'une ſemence qui, n'ayant pas mûri, eſt demeurée imparfaite, ou qui, s'étant échauffée, a ſouffert une altération actuelle, puiſſe revenir à un état convenable, en la pénétrant des particules volatiles & ſalines du ſouffre & de la chaux ; & cela d'autant plus que les végétaux ne ſçauroient ſupporter l'action d'aucune ſubſtance concentrée & véhémente. Il ſeroit au moins néceſſaire de s'aſſurer du fait par des eſſais accompagnés de toutes les précautions poſſibles, d'après leſquels on pût porter des jugemens ſolides, au lieu de ces concluſions précipitées qui ſont ſi fort en vogue.

Le but que je me propoſe ici, étant d'arriver à une détermination exacte de la Nielle des bleds, je crois qu'il eſt à propos de m'expliquer en peu de mots au ſujet des deux ſortes d'accidens ſusmentionnés qui y ont du rapport, & entre leſquels eſt celui que nous nommons *Affter-Korn*, &c. On les a compris juſqu'ici ſous la dénomination commune de Nielle, & l'on pourroit s'en ſervir pour me faire des objections, deſtituées à la vérité de tout fondement. La Nielle des bleds, que j'ai appellée *Nielle des fleurs*, conſiſte toujours dans une mortification & deſtruction lente & entiere de toutes les parties qui appartiennent à la fleur & au fruit, mais non dans une deſtruction des grains & des ſemences, déjà arrivés à leur perfection. Car là où la fleur eſt détruite, il ne ſçauroit s'engendrer aucun grain. Le principe de cette Nielle eſt déjà dans le grain qui a été ſemé, & même dans la moëlle de la plantule ſeminale ; il s'étend à meſure que la ſemence vient à germer, & gagne imperceptiblement dans la jeune plante, tant que ſon dévelopement dure, ſans qu'il puiſſe jamais arriver que la fleur ſe déploye, ni que le grain de ſemence ſoit engendré. Mais, quand l'épic a commencé à paroître, cette nielle y fait des progrès rapides, & parvient bientôt à ſa perfection & à ſon comble.

En ſuivant le fil de ces circonſtances, qui ſont toutes fondées ſur l'Expérience, il eſt aſſez évident, que la Nielle des bleds, qui n'eſt véritablement autre choſe que la Nielle des fleurs, doit être également diſtinguée de celle qui eſt connuë ſous le nom de *Zapfen-Korn*, ou *Affter-Korn*, & de cette corruption d'une graine étrangere, ſur laquelle Mr. *Needham* a communiqué ſes obſervations. Car l'accident qui arrive aux bleds qui fleuriſſent, & que les fleurs éprouvent en plein air, connu en Latin ſous le nom de *Clavus*, & en Allemand ſous ceux de *Brand-Korn*, *Mutter-Korn*, *Zapfen-Korn*, *Affter-Korn*, & *Stein-brand*, eſt entierement différent de la Nielle dont il a été queſtion jusques ici. C'eſt Mr. *Linnæus* qui lui a impoſé, avec beaucoup de raiſon, à ce qu'il me ſemble, le nom de *Clavus*. On le trouve non ſeulement dans quelques eſpeces d'herbes, comme le *gramen anatum*, (*Schwaden-graſſe*,) le *panicum*, ou queüe de renard, &c. mais auſſi dans quelques eſpeces de bleds, parmi leſquels il faut compter l'orge, quoique rarement ; ſurtout dans le ſeigle, quand il eſt dans un ſable brûlant où l'on a mis trop de fumier, & que dans le tems de la fleur il n'a point reçu de pluye. On remarque le même accident aux tiges de ſeigle, qui viennent quelquefois d'elles-mêmes ſur des couches de fumier ſéches ; mais je ne l'ai jamais apperçu dans le froment. Le *Clavus Linnæi*, ou *Affter-Korn*, appartient aux vices dont peut être attaquée une tige de bled qui prend ſon accroiſſement en plein air, lorſqu'elle eſt dans toute ſa fleur; & ſurtout quand des pluyes abondantes ſe trouvent entremêlées à de violentes chaleurs, ou ſimplement quand il régne des vents chauds : ce qui gâte, dès le commencement, les étamines des fleurs, & les fait ſécher.

Ce fâcheux accident arrive auſſi fort ſouvent, lorſqu'un Inſecte extrêmement petit, que Mr. *Linnæus*, dans ſes *Animal. Suecan.* p. 67. définit *Scarabæus minimus ater florilegus*, ou quelque autre eſpece de vermiſſeau, à laquelle on ne peut pas toujours prendre garde, ronge certaines parties des fleurs, ou ne fait peut-être qu'y mordre, à cauſe de leur ſuc, qui a la douceur du miel. Il arrive en conſéquence que, ces

ces parties des fleurs venant à manquer, ou étant privées des ſucs qui devroient les remplir, ſe gâtent, & s'affaiſſant ſur l'ovaire qui n'eſt pas encore entierement diſpoſé à la fructification, le compriment ſi fort que ſa pellicule extérieure eſt obligée de créver.

La même défectuoſité peut avoir lieu, lorsque de trop longues pluyes ſont cauſe que, pendant l'efflorescence, l'humidité s'amaſſe dans les calices, & dans le petit fruit tendre, y croupit, & comme l'expérience en fournit de fréquentes preuves, y cauſe une moiſiſſure, de façon qu'elle dévore la pellicule extérieure ; ſans compter que le ſuc mielleux eſt retenu par là, & que la ſécretion convenable ne ſçauroit s'en faire, comme elle arrive, & doit arriver dans les autres fleurs, au tems de l'efflorescence.

Les étuis, ou capſules des ſemences fructueuſes, ſe dilatant & venant à créver, de la maniere qui vient d'être rapportée, ſont en partie détruits, & prennent en partie leur accroiſſement avec le grain imparfait qui s'y trouve, & deviennent calleux.

Mais comme ces parties gâtées privent en même tems les autres grains de l'épic de leur nourriture, elles parviennent à une groſſeur irréguliere & inaccoutumée, qui ſurpaſſe de 4 à 6 fois l'état naturel.

Un autre accident encore du même ordre, qui répand quelque jour ſur l'accroiſſement contraire à la Nature de ſemblables grains de ſemence, ſe rencontre chez les hommes & les animaux, dans les glandes qui ſont derriere les oreilles, au deſſous des joues, &c. qui parviennent quelquefois à une telle groſſeur, que leur peau commune ſe déchire, ou qu'elle eſt rongée. Toute la ſubſtance de ſemblables grains, qu'on appelle *Aſter-Korn*, eſt calleuſe, farineuſe, & d'un blanc bleuâtre, tandis que la couleur extérieure eſt noire. Le ſuc vicieux qui s'y trouve contenu, paroit avoir une acreté fluide toute particuliere, qui peut donner lieu à des maux ſinguliers, de l'eſpece des crampes, & qui vont juſqu'à rendre eſtropié, quand, par exem-

ple, dans certaines années les gens de la campagne, mêlent beaucoup de ces grains dans leur pain, & ſurtout lorsqu'ils le mangent chaud.

On trouve auſſi de l'analogie entre les grains ſusdits, & ces groſſes excreſcences calleuſes & informes, qui ſurviennent aux prunes dans les années où la fleur des prunes ſort d'un ovaire qui a pouſſé d'une maniere contraire à la Nature, & ſans qu'il y ait aucun grain qui y ſoit renfermé. Ces fauſſes prunes ont un goût agréable, & il ne s'y trouve aucune propriété nuiſible ; elles deviennent plutôt meures que celles qui renferment leur noyau. En Thuringe & ailleurs on les appelle *Schaf-Saecke*, & *Schaf-Mäuler*. Je laiſſe à d'autres à décider, ſi l'on poſſede, ou ſi l'on peut trouver, quelque moyen efficace contre la formation des grains ſusdits, & de ces autres productions défectueuſes, tant que les ſaiſons & les inſectes ſeront des choſes entiérement indépendantes de nous.

Pour dire à préſent quelque choſe briévement de l'autre eſpece d'accident, qui ſe manifeſte dans les grains de ſeigle parfaitement mûrs, & qu'on a déjà fait ſécher, voici les remarques qui peuvent éclaircir cette matiere. Quelques Naturaliſtes ont été dans l'idée que la Nielle des bleds étoit une maladie que la chaleur occaſionnoit dans les grains de ſemence. Mais, ſi l'on fait bien attention aux détails que l'exact *Needham*, & d'autres, nous fourniſſent ſur de ſemblables grains étrangers de ſeigle, on trouvera qu'ils avoient été gâtés par les vers, & qu'ils ne ſauroient être rapportés en aucune façon à la Nielle des fleurs que j'ai décrite. Il ne m'a jamais été poſſible de trouver des grains dans cet état parmi notre froment, avoine, orge, millet, &c. enniellés. Quelles ſont les circonſtances préjudiciable aux grains de ſeigle en Barbarie, ou même en Portugal, qui font que les vers s'y logent, en tirent leur nourriture, & s'y propagent ; c'eſt une autre queſtion, qui ne peut être traitée que par ceux qui, étant ſur les lieux, ont le tems & la patience néceſſaires pour de ſemblables recherches. Peut-être qu'il arrive à ces grains de ſuer ; peut-être qu'ils ſont endommagés lorsqu'on les charge ſur des vaiſſeaux, ou qu'on les en décharge ; peut-

peut-être que les pluyes ou l'eau de la mer leur donnent de l'humidité; peut être qu'ils s'échauffent dans les Magazins. De quelque maniere que les choſes ſe paſſent, ce doit pourtant être deux cas différens, que celui où du ſeigle bien mûr & exactement ſéché ſe gâte dans les Magazins, ou ſur les vaiſſeaux par quelcune des cauſes qu'on vient d'indiquer, ou qu'une eſpece particuliere de vers le ronge; & le cas dans lequel le ſuc encore laiteux qui ſe trouve dans une ſemence aſſez éloignée de ſa maturité & de ſa perfection, ſurtout vers le tems où cette ſemence acheve d'être nourrie par la plante qui la porte, vient à s'échauffer & à ſe gâter, de façon que dans la ſuite elle produit des plantes dont les fleurs ſont enniellées. Il ſuffira pour le préſent d'avoir parlé d'une maniere ſuccinte de ces accidens qui ont été confondus juſqu'à préſent ſans aucune raiſon avec la Nielle. Je ne me flatte pourtant pas d'être arrivé ſur ce ſujet au dernier degré de préciſion. Je ne laiſſerai pas d'eſſayer encore, ſi je puis dire quelque choſe de plus certain qu'on ne l'a fait ſur la génération de la Nielle; & c'eſt par là que je vais continuer mes remarques.

Mais, pour toucher de plus près au but, il faut que j'expoſe d'une maniere diſtincte ce que l'Hiſtoire naturelle nous apprend des qualités d'une ſemence parfaite & mûre, afin de l'appliquer avec ſuccès à l'explication de la nielle des bleds; car cet état de maturité & de perfection étant une fois bien connu, il eſt aiſé d'en conclure quels ſont les caractères d'une ſemence imparfaite, qui n'eſt pas encore mûre, ou même qui eſt gâtée. Auſſi-tôt donc que le tems arrive, qui eſt deſtiné par la Nature à l'accroiſſement annuel des Plantes, elles ne manquent jamais de préparer & de former au dedans d'elles, dans l'une ou dans l'autre de leurs parties, les tendres plantes nouvelles & à venir, qui doivent ſervir à leur multiplication future, & à la conſervation de l'eſpece; ou bien il faut qu'il exiſte déjà des productions médullaires ſéparées, qui ſont actuellement toutes formées, & qui doivent ſe détacher de la plante où elles exiſtent, lorsque le tems de ſon accroiſſement ſera fini. Le premier cas a lieu dans toutes les plantes qui

ont des yeux, des cayeux, des rejettons, &c. le ſecond ne comprend que les ſemences.

Le grain de ſemence conſidéré comme un reſervoir, contient, outre 1, 2, 3, ou plus de cotyledons, le cœur, ou le germe, qui n'eſt autre choſe que la plante à venir en mignature. Cette tendre plante ſe diviſe en deux parties, qu'on appelle *plumula*, & *roſtellum*; & elle eſt régulierement agencée dans ſon reſervoir par le concours déterminé des plus petites particules qui ſervent à la former; elle y eſt nourrie; elle s'y étend, ſe dévelope, & devient auſſi complette qu'il eſt néceſſaire, pour ſe trouver diſpoſée à l'accroiſſement qu'elle recevra dans dans ſon tems. La formation entiere & le dévelopement de cette tendre plante encore en ſemence, dépendent inconteſtablement d'une certaine direction & diſpoſition eſſentielle du tiſſu extrèmement fin des canaux; & il eſt de toute néceſſité que l'ordre qui y régne ne ſouffre aucune atteinte depuis les premiers rudiments de la formation jusqu'à ce que la ſemence ait obtenu le véritable point de la perfection qui lui convient. Cependant tout cela ne ſerviroit encore à rien, & ne répondroit en aucune maniere aux vuës de la Nature, ſi avant toutes choſes le grain de ſemence n'étoit fécondé par la pouſſiere des fleurs, ou pour dire la choſe plus exactement, ſi cette fécondation n'avoit pénétré jusqu'au cœur, & au germe qui occupe le centre de la plante actuellement en ſemence.

Les cotyledons conſiſtent en une ſubſtance celluleuſe, ou ſpongieuſe, qui ſuce, prépare, & conſerve les ſucs nourriciers, qui ſont l'aliment convenable à la petite plante encore extrèmement tendre. Cette ſubſtance reſſemble aux feuïlles, en ce qu'elle eſt, comme elles, renfermée & preſſée de toutes parts dans un fin tiſſu de vaiſſeaux, par lequel elle eſt très étroitement unie à la plante ſeminale, & qui ſervent à y conduire le ſuc nourricier duëment préparé. On doit donc faire également attention ici à la perfection néceſſaire dans la ſtructure tant de la plante ſeminale, que des cotyledons, auſſi bien qu'aux qualités dont le ſuc nourricier doit être pourvû. Quant à celui-ci en

géné-

général, il varie beaucoup, rélativement à la difference des ſemences, & de leurs degrés de maturité. Dans l'orge, par exemple, & dans pluſieurs autres plantes, il eſt blanc, doux, ayant les apparences de lait, aqueux, plus ou moins terreſtre, & tenant de l'écume ; & il n'eſt pas rare d'y trouver des indices d'un vrai ſel moyen. Plus les ſemences ſont tendres & petites, c'eſt à dire, plus elles ſont diſtantes du point de leur maturité & de leur perfection ; & plus les ſucs qui y coulent, ſont déliés, fluides, & tempérés. Avant que le grain de ſemence ait atteint ſa perfection, & ſe trouve ſusceptible d'accroiſſement, ce ſuc y exiſte déjà ; & non ſeulement il le nourrit jusqu'à ſon entiere maturité, mais il lui ſert encore d'aliment, lorsque dans la ſuite venant à germer, la nouvelle plante ſeminale ſe dévelope, jusqu'a ce qu'elle ſoit en état de tirer elle-même par ſes racines une nourriture plus groſſiere de la terre.

Une des propriétés eſſentielles de ce ſuc nourricier eſt entr'autres, que ſes particules ſont tellement conſtituées, qu'à l'aide de l'humidité qui pénétre du dehors au dedans de la ſemence, il peut être diſſous & atténué, & par conſéquent ſe répandre dans toute la ſubſtance de la tendre plante ſeminale, en parcourant avec une même régularité & une égale viteſſe le tiſſu infiniment fin des vaiſſeaux dans lesquels coule le ſuc. Si, pour mieux expliquer notre penſée, nous faiſons des ſuppoſitions directement contraires à celles qui viennent d'être propoſées au ſujet de la maturité & de la perfection d'un grain de ſemence, on pourra en tirer des concluſions ſatisfaiſantes, tant par rapport à une ſemence imparfaite, & qui n'eſt pas encore mûre, que par rapport à une ſemence devenuë déjà vicieuſe avant ſa maturité.

En effet les ſemences fructifiantes, douces, glaireuſes, & plus ou moins ſemblables au lait, peuvent aiſément prendre des qualités contraires à la Nature, lorsqu'elles ſont à demi mûres, imparfaitement ſéches, ou même tout à fait humides, dans le tems où elles ſont recueillies & entaſſées l'une ſur l'autre, de ſorte qu'elles ne tardent pas

à s'é-

à s'échauffer, ou à contracter de la moiſiſſure. C'eſt ce dont on ne ſçauroit douter le moins du monde, quand on conſulte les lumieres de la raiſon, & celles de l'expérience. Il n'eſt donc pas néceſſaire que nous entrions ici dans un dérail de preuves, dès-là que nous ſavons que la coction & la putréfaction, en agiſſant ſur les ſubſtances glaireuſes, douces, & terreſtres, ſont capables de les altérer, de les diſſoudre, de les corrompre, &c. Si nous ſuppoſons de plus qu'une pareille ſubſtance glaireuſe eſt compoſée d'un amas de phlegmes, d'une terre ſubtile, d'un acide extrêmement délié, & d'une petite quantité d'inflammable, cela nous fera conjecturer bien aiſément comment l'union de ſemblables principes eſt ſi tôt détruite par la coction & la putréfaction.

Pour revenir à préſent aux ſemences imparfaites, & qui ne ſont pas encore mûres, les circonſtances qui viennent d'être indiquées, ſe trouvent en plus grand nombre dans les unes, & en moindre dans les autres, ſurtout certaines années où la ſaiſon demeure trop longtems froide & humide, dans les lieux où la culture de la terre eſt mal exercée, comme auſſi dans les eſpeces de bleds, qui de leur nature mûriſſent un peu plus lentement. N'eſt-il donc pas naturel de chercher la ſource de la Nielle dans ces cauſes, préférablement à tout autres ? Elle eſt enſuite augmentée par le défaut de précaution avec lequel les grains ſont trop tôt recueillis, & raſſemblés dans les granges. Quoique puiſſent donc y oppoſer, ſans aucun fondement ſolide, les gens de la campagne, nous croyons que le plus haut degré de vraiſemblance ſe trouve dans notre explication de la Nielle ; & nous allons montrer que ce n'eſt pas une opinion fondée ſur de ſimples conjectures, ou ſur des expériences incertaines.

Entre les eſpeces de bleds, celles qui produiſent leurs grains dans de longs épics, peuvent, ſuivant la différence de la ſaiſon, de la culture, du terroir, de la ſemence, & de la tige même, porter tantôt beaucoup, tantôt peu de grains imparfaits ; & quand il ne s'en rencontre point du tout, c'eſt une marque aſſurée que toutes les circonſtan-

ſtances favorables à la végétation ſe ſont parfaitement réünies ; ce qui arrive très rarement. Du reſte, ſuivant l'état naturel des choſes, il ſe trouve déjà une triple, ou quadruple, différence des grains dans tous les épics, par rapport à la bonté. Communément ceux qui ſont placés le plus bas & les premiers ſont les plus parfaits, & doivent par conſéquent être ceux qui produiſent les Plantes les plus fortes ; au lieu que ceux qui les ſuivent, quoiqu'ils ſoyent à la vérité encore bons, ne valent pourtant pas autant que les premiers, & ne produiſent que des Plantes médiocres, dont l'accroiſſement dépend beaucoup de la ſaiſon & de la bonté du terroir. Les autres grains qui ſont vers le haut, au delà de la moitié des épics, ſe montrent d'une qualité conſidérablement inférieure, & le plus ſouvent ne pouſſent que des plantes fort foibles, chétives, vicieuſes, & monſtrueuſes, qui s'améliorent à la vérité par rapport à l'extérieur de la fleur & du tuyau, mais quand, après avoir fleuri, elles doivent porter des ſemences, elles montrent leur foibleſſe & leurs défauts, auxquels il n'eſt plus poſſible enſuite de remédier.

La quatrième & derniere ſorte de grains, qui ſont tout à fait à la pointe des épics, eſt la plus imparfaite ; ces grains n'ayant pas acquis une maturité ſuffiſante, demeurent pour la plûpart ſans force, ils ſe ſéparent difficilement de leurs épics, lorsqu'on bat le bled, & il eſt rare, ou plutôt il n'arrive jamais, qu'ils germent bien en terre.

Cette différence entre les grains peut être appliquée à presque toutes les autres Plantes qui portent leur ſemence, & elle eſt très connuë de toutes les perſonnes intelligentes dans l'œconomie champêtre ; qui, lorsqu'elles recueillent leurs grains, ſe débarraſſent autant qu'il eſt poſſible de ces ſemences imparfaites, ſoit en battant les gerbes, ſoit en jettant le grain par pélées.

Les cauſes de cette différence entre les grains de bled, n'ont pas beſoin d'être expoſées plus au long, puisque l'hiſtoire de la végétation les donne ſuffiſamment à connoître. Tout ce qu'il eſt néceſſaire d'ob-

ſerver ici là deſſus, c'eſt que l'épic le plus parfaitement mûr n'eſt jamais tout à fait exempt de ces foibles grains, mais qu'ordinairement ils y ſont en fort petit nombre en comparaiſon des bons. Mais on ſçait aſſez que le contraire arrive auſſi ſouvent, ſurtout dans les eſpeces de bleds qui mûriſſent un peu lentement, comme l'orge, le froment, &c. dont les épics contiennent une beaucoup plus grande quantité de grains imparfaits que de parfaits.

Tant que cette derniere & nuiſible circonſtance eſt fortifiée par une ſaiſon froide & humide, qui dure trop longtems, il ne faut pas eſpérer de trouver beaucoup de grains mûrs; ou ſi, comme cela eſt aſſés connu aux gens de la campagne, les grains mûriſſent l'un après l'autre, & pas tous enſemble, (*zweyſchurig*), & pouſſent pluſieurs tiges collatérales, il arrive néceſſairement que les tiges affoiblies qui en naiſſent, & qui ſont tout entourées de jeunes plantes précoces, deviennent encore plus mauvaiſes, & ne portent aucunes ſemences qui arrivent à maturité.

Une pareille graine, quand on coupe les bleds encore verds, ou qu'on les raſſemble humides, étant employée de nouveau & toute fraîche pour enſemencer, contribuë ſans contredit beaucoup à engendrer la Nielle des bleds, à cauſe de ſon imperfection, & de cette altération du ſuc nourricier, dont il a été parlé ci-deſſus. Une circonſtance qui mérite une attention particuliere, c'eſt qu'après avoir coupé trop tôt les bleds, ou les ſerre tout humides. Il dépend uniquement, ou du moins en grande partie, des gens de la campagne, d'y apporter du remède; mais c'eſt à quoi ils ne penſent presque point. Une ancienne coûtume qui a jetté de profondes racines, des préjugés reçus ſans examen, la précipitation, & une culture très mal entenduë dans quelques Villages, & quelquefois dans des Provinces entieres, par rapport à la maniere de recueillir les grains d'été, enfin une avarice aveugle, font autant d'obſtacles qui ne permettent guères d'eſpérer que les choſes s'améliorent autant qu'il le faudroit: & cela ne fait pas beaucoup d'honneur à l'Oeconomie de la campagne.

Voici

Voici en deux mots en quoi ces griefs conſiſtent. En pluſieurs endroits où les terres ſont d'ailleurs des plus fertiles, on ne veut point, ou du moins on le veut très rarement, laiſſer aux eſpeces de bleds qui mûriſſent lentement, comme le froment & l'orge, le tems convenable aux grains d'été pour arriver à la perfection & à la maturité néceſſaires, & que nous avons décrites au long ci-deſſus. Tout au contraire on coupe non ſeulement ces bleds avant le tems, mais encore on les ſerre, lorsqu'ils ne ſont qu'à demi-ſéchés, ou même tout humides, & on les entaſſe ainſi dans les granges. Aſſurément, ſi un pareil uſage devenoit univerſel, on recueilliroit bien aſſés de bled pour la nourriture, mais on manqueroit dans la ſuite d'une bonne ſemence.

Les principales raiſons qu'on allégue en général pour excuſer ce mauvais uſage, ſont les ſuivantes. On dit,

1. Qu'il y a trop de choſes à faire à la campagne, pour qu'on puiſſe avoir la patience d'attendre que les grains ſoyent parvenus à leur parfaite maturité.

2. Qu'il vaut mieux vendre l'orge & le froment, que de le garder pour ſemence.

3. Que quand les bleds muriſſent parfaitement, il y a trop de grains qui tombent & ſe répandent dans les campagnes.

4. Qu'il ſurvient des mauvais tems, où l'on ne peut eſpérer de maturité, & qu'alors il faut ſe preſſer de moiſſonner.

5. Que c'eſt auſſi le tems où il faut envoyer les bœufs au pâturage, de ſorte que les bleds ne ſauroient reſter plus longtems ſur terre.

6. Que quand l'orge ne mûrit pas parfaitement ſur l'épic, il conſerve un peu plus de blancheur, & qu'alors on le vend deux ou trois gros de plus le boiſſeau.

De toutes ces raiſons on conclut qu'il n'y a point de milieu, & qu'il faut couper les bleds encore verds, aux risques de toute la nielle qui peut en réſulter.

Sans entrer dans l'examen détaillé de tous ces points, je m'en tiens à la conſidération de ces grains de ſemence en partie plus ou moins mûrs, parce que leur conſtitution ſuffit pour mettre en état de juger, ſi les excuſes précédentes peuvent être regardées comme valables. Nous avons déjà fait mention ci-deſſus de ce qui peut arriver à de ſemblables bleds trop tôt coupés, en les ſéchant, les ſerrant, les entaſſant, les remuant, & dans tous les autres cas par lesquels il paſſent, avant que la ſemence ſoit remiſe de nouveau en terre. Il n'eſt donc pas ſurprenant qu'avec d'auſſi mauvaiſes diſpoſitions il y ait diverſes contrées où la Nielle ſe trouve toujours en très grande abondance dans les bleds, comme une expérience de plus de trente ans nous en a pleinement convaincus. Au contraire, quand on cultive le bled d'une maniere réguliere & conforme à la Nature, la Nielle diminuë & ceſſe même entierement, à la réſerve des années où le froid humide a trop de durée, ou du moins elle n'eſt plus guères ſenſible. En effet dans certaines contrées où l'on regarde la Nielle des bleds comme une eſpece de mal inhérent, elle ſe rencontre avec beaucoup plus d'abondance dans l'orge & dans le froment dans un an plus, & dans l'autre moins, quelques que ſoyent d'ailleurs la température des ſaiſons, la culture, la ſituation & l'eſpece du terroir. Des gens qui étoient ſolidement verſés dans l'agriculture, & qui à cauſe de cela s'étoient depuis longtems éloignés des principes communément adoptés, ont fait ſans aucun préjugé les eſſais ſuivans.

Ils ont pris pour ſemer, de l'orge & du froment, du produit de leurs contrées ; & la nielle s'eſt manifeſtée annuellement dans ces bleds en plus grande quantité, tant qu'on a employé de pareille ſemence. Et il faut bien remarquer que, ſuivant la coûtume de leur canton, ils faiſoient auſſi couper les grains un peu plutôt, & les faiſoient ſerrer encore humides dans des années où la moiſſon avoit été pluvieuſe ; ou bien

bien les grains qui avoient été extérieurement ſéchés ne laiſſoient pas d'entrer dans la grange encore trop verds & trop frais, en liant & entaſſant les gerbes, comme de coûtume. En procédant ainſi il étoit immanquable que pluſieurs mauvais grains ſeroient gardés, & que la nielle s'y mettroit, pour peu que la température de la ſaiſon y concourut.

Pour remèdier donc à ce mal, on acheta de la ſemence étrangere avec toutes les précautions poſſibles ; & auſſi-tôt on s'apperçut d'une diminution notable de la Nielle ; mais en coupant de nouveau les bleds trop tôt, elle revint dès l'année ſuivante avec abondance. On eſſaya de l'en délivrer encore, en battant auparavant les gerbes, & en épluchant & choiſiſſant la ſemence ; mais, tant qu'on ne ceſſa pas de couper les bleds trop tôt, & qu'on ne remèdia pas aux autres défauts de la culture des terres, la Nielle demeura avec toutes les circonſtances précédentes.

On fit un nouvel eſſai pour extirper la nielle, qui conſiſtoit à choiſir de vieux froment pour la ſemence, parce qu'alors les mauvais grains ſont pour l'ordinaire entierement ſéchés, & qu'il eſt très difficile, ou même impoſſible, qu'ils levent. Alors on vit diſparoitre la Nielle, au grand contentement des propriétaires ; mais, dès l'année ſuivante, elle reprit le deſſus, parce qu'on avoit encore coupé trop tôt les bleds. C'eſt ce qui ne permit plus de douter que la Nielle ne conſiſtât & n'eut ſa véritable cauſe dans l'état des ſemences, lorsqu'on les recueille avant leur maturité, qu'on les fait ſécher inégalement, qu'on les ſerre trop humides, & qu'elles viennent enſuite à s'échauffer & à ſe moiſir. Depuis ce tems-là on laiſſa toujours un morceau de champ aſſez conſidérable, ſans y toucher pendant la moiſſon, afin que le froment y mûriſſant fut propre à ſervir de ſemence ; on en eut d'ailleurs les ſoins convenables, & tout ſe paſſa régulierement dans la maniere de le ſerrer & de le garder.

L'effet de ces derniers arrangemens fut, que la Nielle diminua viſiblement tous les ans, & commença à devenir rare. L'accord par-

fait qui régne entre tous les eſſais dont nous avons rendu compte juſqu'ici, eſt la choſe du monde la plus aiſée à comprendre ; & il n'eſt pas moins facile d'en conclurre, ſi la cauſe de la génération & de la propagation de la Nielle exiſte réellement dans la multitude des ſemences imparfaites & gâtées dont nous avons parlé, ou non ? La vieille ſemence, dans laquelle de ſemblables grains vicieux ſont déjà deſſéchés avant qu'on les ſeme, & ſe trouvent incapables de germer, me paroit confirmer puiſſamment le ſentiment qui vient d'être établi.

Je me référe encore à cet égard à toutes les remarques qui ont été faites ci-deſſus au ſujet de la perfection néceſſaire à un grain de ſemence, entant qu'il doit renfermer une plantule ſeminale, & aux qualités du ſuc nourricier qui eſt requis pour cet effet. On peut y ajouter la comparaiſon de l'état que j'ai obſervé, en partie à la ſimple vuë, en partie à la loupe, & cela en des tems tout à fait différens, tant dans les rejettons & les jeunes plantes qui tenoient aux tiges enniellées que j'ai transplantées, que dans ces tiges mêmes de froment & d'orge.

Cette conſidération m'a ſuffiſamment appris, que la Nielle des bleds eſt *une deſtruction totale, & une mortification de toutes les parties eſſentielles de la fleur en particulier ;* & qu'elle prend ſon premier commencement ſenſible, en même tems que le premier dévelopement de ces parties arrive, déjà au dedans des rejettons. Et c'eſt de là que la Nielle continue à s'étendre pendant le dévelopement ſucceſſif du reſte de la plante, qui ſe fait tout comme avant la nielle. L'obſtruction totale & irrémédiable du riſſu entier des vaiſſeaux, dans certaines parties de la plante ſeminale, eſt, ſuivant ce qui a été dit, la cauſe inconteſtable de cette pouſſiere enniellée qu'on trouve enſuite ; & il en réſulte la rupture des vaiſſeaux, en vertu de laquelle les ſucs irrégulierement preſſés, & dont le mouvement eſt dérangé, venant à ſe corrompre fort vite, contribuent beaucoup à fortifier & à étendre la Nielle.

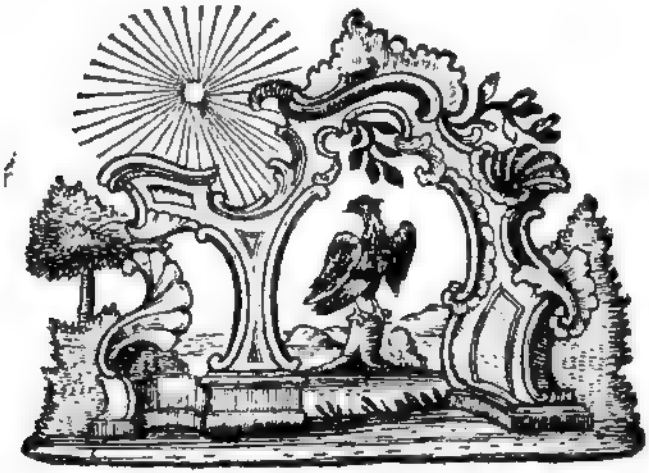
Mais

Mais comme les germes, ou rejettons, que pouſſent les branches enniellées ſont formés par certains filamens particuliers qui ſortent du centre de la moëlle, (*proceſſus medullares*,) il faut que les parties des vaiſſeaux qui contribuent particulierement à la formation cachée dans les germes, y ſoient, ou en partie, ou peu à peu tout à fait obſtruées, & périſſent. C'eſt ce que donnent lieu de conjecturer avec beaucoup de vraiſemblance ces épics qui ne ſe trouvent qu'à moitié enniellés, & cela tantôt en haut, tantôt en bas. Comme donc ce fâcheux accident de la ſemence qui contient la tendre plante future, y exiſte d'abord avant & après qu'elle a germé, dans le tems où elle reçoit ſa premiere nourriture des ſucs contenus dans le grain de ſemence, il eſt bien aiſé de comprendre de quelle maniere l'obſtruction ſouvent mentionnée dans le tiſſu rétiforme de canaux extrèmement ſubtils, & cauſée ſucceſſivement par ce ſuc.

Il reſte encore ici à la vérité quelques ſujets de doute, que, malgré toute l'exactitude de mes obſervations, je ne ſuis pas en état de lever ; mais toutes les circonſtances que j'ai indiquées étant réunies, il demeure toujours de la plus grande vraiſemblance, que le véritable principe & le commencement de la Nielle exiſte dans la ſemence, & que le ſuc gâté & pourri dans les cotyledons communique des qualités nuiſibles aux *proceſſus* médullaires, qui, dans le premier dévelopement de la plante ſeminale, doivent former les fleurs futures dans la partie aſcendante du germe, ou dans la plumule. Que ce vice attaque uniquement les *proceſſus* médullaires en queſtion, ſans toucher aux autres, c'eſt ce qui eſt de la derniere évidence, puisque, les fleurs exceptées, la racine porte une plante parfaite, qui à l'extérieur eſt parfaitemnnt ſemblable à toutes les autres, que la nielle n'a point attaquées. Or cela ne pourroit arriver, ſi, dès le commencement la moëlle étoit endommagée & enniellée dans le *roſtellum*, ou la partie deſcendante de la plantule ſeminale, auſſi bien que dans la partie ſupérieure ; car de cette maniere il ſeroit impoſſible que la ſemence germât & produiſit une plante.

C'eſt

C'eſt là tout ce que je m'etois propoſé de dire dans ce Mémoire au ſujet de la véritable conſtitution de la Nielle des bleds, dont les cauſes & les moyens de la détruire doivent être regardés comme un ſupplément à ſon hiſtoire naturelle, que j'ai voulu communiquer au public, dans l'eſpérance que les eſſais qui ſe feront dans la ſuite, ſi l'on y apporte l'attention néceſſaire, & qu'on y procéde avec un eſprit exempt de préjugés, conduiront cette *hiſtoire de la Nielle des bleds* à un degré de perfection, dont l'Oeconomie de la campagne pourra retirer une inſigne utilité.



MÉMOIRE
CONCERNANT QUELQUES NOUVELLES EXPÉRIENCES ÉLECTRIQUES REMARQUABLES,
PAR M. ÆPINUS.

Traduit de l'Allemand.

La Nature eſt un Tréſor inépuiſable de faits merveilleux. A' chaque pas que nous faiſons dans leurs recherches, de nouvelles vuës ſe découvrent à nos regards. Toutes les fois qu'on s'imagine être au bout de quelque diſcuſſion, un examen plus attentif fait voir que le but auquel on s'étoit propoſé d'atteindre eſt encore infiniment éloigné, & que ce qui nous a fait croire que le chemin étoit ſi court, c'eſt que nos yeux ſont trop foibles pour en appercevoir le bout.

Les nouvelles Expériences qui concernent l'Electricité, fourniſſent un exemple convainquant de ce que nous venons d'avancer. La découverte d'une multitude de phénomenes inopinés, & tout à fait ſinguliers, qui ſe rapportent à la force électrique, engage les Phyſiciens à croire, & en apparence avec raiſon, qu'ils ſont au fait de la nature de cette force, & qu'ils connoiſſent exactement les Loix univerſelles auxquelles elle eſt aſſujettie ; mais on ne doit pas plus s'attendre ici à une connoiſſance complette, que dans toutes les autres parties de la Science naturelle. Les remarques que je vais produire ici au ſujet de l'Electricité d'une pierre précieuſe ſinguliere de l'Iſle de *Ceylan*, & qui ne pourront manquer d'étonner ceux qui ont quelque idée des loix des opérations électriques, confirment auſſi combien la Nature eſt abondante en phènomenes, qui doivent exciter en nous la plus vive admiration pour elle, & pour l'Etre tout-puiſſant qui en eſt l'Auteur.

La Pierre dont je veux parler, porte le nom de *Trip*, ou *Tourmalin*, auquel, à cauſe d'une propriété particuliere qu'elle a, & dont je parlerai au long dans la ſuite de ce Mémoire, on a joint en Hollandois celui d'*Aſchentrecker*, ou en Allemand d'*Aſchenzieher*, qui veut dire *attirant les cendres*. Le terroir naturel de cette Pierre eſt l'Iſle de *Ceylan*, où l'on a coûtume de la trouver dans le ſable ſur le bord de la mer. Elle eſt transparente, & d'une couleur brunâtre, comme la hyacinthe, mais beaucoup plus obſcure. J'ai pris de la peine pour déterminer ſa peſanteur propre, mais comme je n'ai eu que deux de ces pierres fort petites pour toutes mes recherches, je ne puis pas me promettre d'avoir atteint la derniere préciſion en déterminant ſon poids. Quoiqu'il en ſoit, dans une ſuite de pluſieurs Expériences, j'ai trouvé que la proportion de ſa peſanteur ſpécifique à celle de l'eau n'étoit jamais moindre que 300, & jamais plus grande que 305 à 100. Cette Pierre n'eſt univerſellement connuë que depuis peu d'années, & jusqu'à préſent il eſt fort rare de la rencontrer. A' peine y a-t-il un ſeul Ouvrage imprimé des Auteurs minéralogiſtes qui en parle ; & les ſeuls qui paroiſſent en avoir eu quelque connoiſſance, ſont Mr. *Zinck*, qui en dit quelque choſe dans la derniere Edition qu'il a publiée, avec ſes additions, du Dictionnaire de la Nature, des Arts, & du Commerce par *Hübner*, & Mr. *de Juſti*, qui l'indique, mais ſeulement en paſſant, dans ſon Plan de Minéralogie univerſelle, §. 346.

Cette Pierre a une propriété qui la diſtingue de toutes les autres pierres connuës jusqu'à préſent, c'eſt que, quand on l'échauffe ſur un charbon, elle attire & repouſſe alternativement les cendres qui ſe trouvent autour d'elle. Elle en fait de même avec les chaux métalliques, & en général avec tous les autres corps legers, de quelque eſpece qu'ils ſoyent. Les Jouaïlliers qui l'ont miſe au feu pour éprouver ſa dureté, ſe ſont apperçus les premiers de cette propriété, & lui ont à cauſe de cela donné le nom rapporté ci-deſſus, de Pierre qui attire les cendres. Les Auteurs que j'ai cité, rapportent auſſi ce phénomene; mais il n'a été jusqu'ici l'objet d'aucunes recherches plus particulieres.

La

La premiere fois que j'entendis parler d'une ſingularité auſſi remarquable, je formai auſſi-tôt la conjecture qu'elle devoit ſon origine à l'Electricité. J'en ai l'obligation à notre digne Confrère, Mr. *Lehmann*, qui m'a inſtruit le premier de cette propriété, & qui m'a fourni les moyens d'en faire l'objet d'Expériences exactes. Pour cet effet il m'a non ſeulement prêté une pierre de *Tourmalin* qui lui appartenoit, mais il m'en a encore procuré une autre, trois fois plus peſante, dont j'ai fait l'acquiſition. Si je n'avois pas poſſédé cette derniere, à peine aurois-je été en état de découvrir diſtinctement par la voye des Expériences la propriété étonnante de cette pierre, parce qu'il auroit été très difficile, à cauſe de la petiteſſe de la pierre de Mr. *Lehmann*, d'y démêler exactement les différens phénomenes.

C'eſt donc avec le ſecours des deux *Tourmalins* dont je viens de parler, que je me ſuis mis à faire mes Expériences ; & j'ai trouvé tout d'abord que ma conjecture au ſujet de l'électricité de cette pierre étoit parfaitement fondée. Je n'alléguerai ici aucune preuve particuliere de ce que l'attraction & la répulſion du *Tourmalin* procéde de l'électricité. Les eſſais dont je rendrai compte dans la ſuite de ce Mémoire, ne pourront laiſſer aucun doute à cet égard.

Le *Tourmalin* eſt déjà doublement digne d'attention, en ce que, ſans le frotter, & ſimplement en l'échauffant, il fait paroitre une électricité conſidérable. L'unique moyen qu'on ait presque trouvé juſqu'ici pour exciter l'électricité dans les corps où elle réſide, c'eſt le frottement. On ne connoit juſqu'à préſent qu'un cas unique, qui fourniſſe une exception. Le ſouffre, la réſine, la cire d'Eſpagne, & d'autres corps ſemblables, quand, après les avoir premièrement fondus, on les fait couler dans un vaſe ſec de métal, ou de verre, en ſe réfroidiſſant deviennent électriques, ſans avoir beſoin d'être frottés. Dans les corps de l'eſpece du verre qui poſſédent l'electricité en propre, on n'a trouvé encore aucun exemple d'une ſemblable électricité, excitée ſans frottement ; & le *Tourmalin*, qu'on doit ſans contredit rapporter à cette claſſe, comme étant une pierre précieuſe, eſt par

conſéquent le ſeul exemple d'une pareille électricité, réſidant dans un corps de l'eſpece du verre, ſans y être produite par la frottement. Il y a outre cela encore ceci de particulier, c'eſt qu'il ſuffit d'échauffer le *Tourmalin* pour le rendre électrique. Qu'on eſſaye d'en faire autant avec le verre & les corps de ſon eſpece, on n'y réuſſira jamais; & même le ſouffre, la cire d'Eſpagne, &c. qui ſont pourtant ſuſceptibles d'une électricité donnée à volonté, ne la reçoivent jamais quand on ſe contente de les échauffer; mais il eſt néceſſairement requis, qu'ils ſoyent auparavant fondus, après quoi, pendant qu'ils ſe réfroidiſſent, ils acquièrent l'électricité.

Quoique cette propriété du *Tourmalin* ſoit déjà très digne d'être remarquée, j'y ai fait depuis bien d'autres découvertes beaucoup plus ſurprenantes. Mais, afin d'en rendre un compte plus intelligible, je vais commencer par faire connoître en peu de mots la différence qu'il y a entre l'électricité poſitive, & l'électricité négative.

Il y a réellement deux Electricités différentes, ou plutôt oppoſées. Les phénomenes confirment leur exiſtence d'une maniere tout à fait ſenſible; & pour peu qu'on ſoit verſé dans les Expériences électriques, on ne ſcauroit révoquer en doute cette double vertu. Les deux électricités oppoſées ſuivent, dans une de leurs principales opérations, une régle qui a auſſi lieu dans les effets magnétiques. En effet on trouve par une expérience conſtante, & à l'abri de toute conteſtation, que;

1. Quand deux Corps ont la même eſpece d'électricité, environ dans le même degré, ils ſe repouſſent, à peu près comme deux aimans qui ſe préſentent les mêmes poles.

2. Quand deux Corps ont une électricité différente, ils s'attirent l'un l'autre avec beaucoup de force, comme cela arrive à deux aimans dont les poles oppoſés ſe touchent.

Mr.

Mr. *du Fay* a déjà remarqué ces deux électricités contraires l'une à l'autre. Il nomme l'une *vitrée*, & l'autre *réſineuſe*, parce que dans ſes Expériences il avoit toujours trouvé la premiere dans les corps de l'eſpece du verre, & l'autre dans ceux de l'eſpece de la réſine. Ces noms ſont incommodes, quand il s'agit de les appliquer aux nouvelles Expériences, qui montrent d'ailleurs, que l'électricité réſineuſe de Mr. *du Fay* peut être excitée dans le verre & dans les corps de ſon eſpece, tandis que réciproquement l'électricité vitrée ſe manifeſte dans la cire d'Eſpagne & les autres corps réſineux. Par conſéquent ce qu'il a plû à Mr. *du Fay* de nommer électricité vitrée, n'eſt point propre aux corps de l'eſpece du verre, ni celle qu'il qualifie réſineuſe aux corps de cette derniere eſpece. Mr. *Francklin*, à qui on eſt redevable d'avoir en général répandu beaucoup de jour ſur toute cette doctrine, a donné à cette double électricité un nom plus propre à faire connoitre l'oppoſition qui s'y trouve, en appellant l'une poſitive, & l'autre négative. Il eſt à la vérité arbitraire à laquelle de ces deux électricités contraires, on donne le nom de poſitive, ou celui de négative. Cependant l'uſage, & quelques raiſons que ce n'eſt pas ici le lieu d'alléguer, ont déjà décidé que l'électricité qu'on produit en frottant un tube de verre uni, mais qu'on n'a pas émoulu, avec un morceau de drap de laine, s'appelle poſitive, au lieu que celle qui ſe trouve dans un bâton de cire d'Eſpagne, ou dans une piece de ſouffre, lorsqu'on l'y excite de la même maniere, doit être nommée négative.

C'eſt ſur cette difference entre l'électricité poſitive & négative, que roule presque tout ce que j'ai obſervé de particulier ſur le *Tourmalin*; & voilà ce qui m'a obligé de propoſer préalablement à cet égard les remarques qu'on vient de lire.

Il m'a falu beoucoup de peine pour trouver les régles que le *Tourmalin* ſuit dans ſes opérations, & pour les établir d'une maniere convainquante, La grande petiteſſe de la pierre, qui peſée à un trébuchet exact n'a que 2 3 ½ grains, m'a cauſé un extrême embarras; car, quoique le *Tourmalin*, à proportion de ſa groſſeur, montre une élec-

 tricité

tricité peu commune, il n'étoit pourtant pas poſſible d'obſerver tous les phénomenes auſſi diſtinctement, qu'on auroit pû le faire avec une plus groſſe piece. Avec, cela dans les commencemens, les phénomenes mêmes m'ont jetté dans une grande confuſion d'idées, parce que le côté de la pierre où je venois de trouver l'électricité poſitive, montroit quelques momens après l'électricité negative, ſans que je fuſſe en état de découvrir la cauſe d'une révolution auſſi ſubite. A la fin, en obſervant exactement toutes les circonſtances, en répétant pluſieurs fois la même Expérience, & en la faiſant avec toutes les variations imaginables, je ſuis venu à bout de trouver & de conduire à leur certitude les loix de cette électricité. Je vais rapporter ſimplement ici ces loix, ſans entrer dans le détail des Expériences qui m'ont ſervi à les connoître. Quiconque a ſeulement quelque idée de la maniere dont on procéde aux Expériences électiques, comprendra facilement comment je m'y ſuis pris pour les miennes, & ſera même en état d'en faire qui lui prouvent la vérité de mes aſſertions. Je ſouhaite que ce dernier cas arrive ; mais je dois ſeulement avertir que ces Expériences demandent une extrême circonſpection, quand on veut pouvoir y faire un fonds aſſuré. Je puis bien me rendre caution de la vérité & de la juſteſſe de celles qui ſervent de fondement aux loix que j'ai trouvées, parce que j'y ai apporté des précautions, qui, ſi je les rapportois, paroitroient incroyables, & que je ne me ſuis point laſſé de les répéter.

LOIX DE L'ELECTRICITÉ DU TOURMALIN.

I.

Le Tourmalin *a toujours en même tems une Electricité poſitive & une Electricité négative ; c'eſt à dire que, quand un de ſes côtés eſt poſitif, l'autre eſt infailliblement négatif, & réciproquement.*

Cette

Cette Régle eſt aiſée à vérifier par les Expériences. Car, quand on a examiné l'électricité qui ſe trouve à un des côtés de la Pierre, il n'y a qu'à la retourner, & il ne manquera jamais d'arriver que l'autre côté montre diſtinctement l'électricité oppoſée. Mais, quoique cette Régle ſoit d'une juſteſſe inconteſtable, la pierre ſe trouve néammoins quelquefois, comme je le ferai voir dans la ſuite, dans une eſpece d'état mitoyen, où l'on ne ſçauroit appercevoir bien diſtinctement la vérité de cette loi. Je donnerai plus bas une maniere de rendre le *Tourmalin* poſitif des deux côtés; & ce cas formera encore une exception remarquable.

Dans cette Expérience, & dans toutes celles qui ſuivront, je mets ordinairement le *Tourmalin* ſur un petit pied de verre, dont la ſurface ſupérieure couvre entierement la pierre. Les Expériences réuſſiſſent de même, quand on le poſe ſur quelque métal, ou autre matiere qui n'eſt pas électrique, mais par l'attouchement de ces corps non électriques il perd en peu de tems ſon électricité. Voilà pourquoi je donne la préférence à la premiere maniere que j'ai indiquée.

II. *Que l'on tienne avec de petites pincettes, on de telle autre maniere qu'on voudra, le* Tourmalin *dans de l'eau bouillante, ou dans quelque autre fluide échauffé, & qu'on l'en tire au bout de quelques minutes. On trouvera toujours que, dans cette Expérience, auſſi ſouvent qu'on jugera à propos de la répéter, un côté de la pierre eſt poſitivement électrique, & l'autre négativement. Le côté de la Pierre qui ſe préſente toujours ici comme poſitif, je le nommerai dans la ſuite* côté poſitif, *& celui qui ſe préſente dans l'état contraire,* côté négatif.

Il faut bien remarquer la production d'une forte électricité, excitée ici au milieu de l'eau, qui dans tous les autres cas paroit la choſe la plus nuiſible à la vertu électrique. Il n'eſt pas d'une exacte néceſſité que l'eau ſoit actuellement bouillante. Un moindre degré de chaleur excite auſſi l'électricité du *Tourmalin*, mais dans un degré inférieur. Quand l'eau n'eſt échauffée que juſqu'à 108. ou 110. degrés du Thermome-

mometre *de Fahrenheit*, à peine peut-on découvrir quelques indices d'électricité. La chaleur de l'eau bouïllante me paroit en général être celle qui rend l'électricité *du Tourmalin* la plus vive. Si l'on échauffe cette pierre d'une maniere ſenſiblement plus forte ſur un métal chaud, elle ne montre qu'une foible électricité, qui ne s'anime bien, que quand la pierre s'eſt un peu réfroidie. L'électricité que le *Tourmalin* acquiert dans l'eau bouïllante, dure encore, quand il eſt entierement réfroidi, & je l'y ai même trouvée fort ſenſible dans des Expériences faites au bout de ſix heures.

La cauſe pour laquelle, dans cette Expérience, un côté déterminé du *Tourmalin* eſt toujours poſitivement électrique, & l'autre négativement, m'a paru au commencement dépendre de la figure qu'on lui avoit donnée en le taillant. Le mien, comme le font ordinairement les autres pierres précieuſes, eſt taillé d'un côté tout plat, & de l'autre à pluſieurs petites facettes, qui ſe terminent en pointe au milieu de la pierre. Le premier de ces côtés eſt toujours le côté poſitif de la pierre, & l'autre le côté négatif. Mais, en comparant ma pierre avec celle qui appartient à Mr. *Lehmann*, j'ai trouvé que ma conjecture étoit dénuée de fondement. Cette derniere pierre eſt à la vérité plus petite, mais d'ailleurs parfaitement taillée comme la mienne. Cependant, malgré cette conformité, ſon côté plat eſt toujours le côté négatif, tandis que dans la mienne il eſt poſitif; & réciproquement le côté inégal de la pierre de Mr. *Lehmann* eſt toujours poſitif, tandis que dans mon *Tourmalin* il eſt conſtamment négatif. Je trouve là dedans une conviction ſuffiſante, que la cauſe pour laquelle un côté de la pierre eſt toujours poſitif, & l'autre négatif, ne doit pas être cherchée dans la figure extérieure, ni dans la maniere de la tailler, mais qu'il faut recourir, comme par rapport à l'aiman, à la ſtructure intérieure, & à la conſtitution eſſentielle de la Pierre.

III. *On peut, en ſe ſervant des moyens qui vont être rapportés, rendre le côté poſitif du* Tourmalin *négatif, & donner réciproquement au côté négatif l'électricité poſitive. Quand cela eſt arrivé, la pierre retourne*

tourne enſuite d'elle-même dans ſon état naturel, c'eſt à dire que ſon côté poſitif ceſſe d'être négatif, & redevient de lui-même poſitif, & le côté négatif, ceſſant pareillement d'être poſitif, reprend ſa vertu négative.

J'alléguerai plus bas un cas qui fait exception à cette régle, laquelle eſt très digne d'attention, puisqu'elle répand un fort grand jour ſur la nature & les opérations du *Tourmalin.* Pour que tout ce qui vient d'être rapporté, ſe paſſe, il faut deux ou trois minutes, & même davantage, quoique d'autres fois cela s'exécute plus vîte. De plus tout n'arrive pas à la fois, ou dans tous les points ſusdits, mais il y a déjà quelques circonſtances paſſées, tandis que d'autres durent encore ; & de là vient que la pierre, pendant la durée de ces états ſucceſſifs, paroit réunir à la fois, & du même côté, les deux électricités, la poſitive & la négative. C'eſt de cet état que je parlois ci-deſſus, lorsque je diſois que l'on ne pouvoit toujours appercevoir d'une maniere diſtincte la juſteſſe de la premiere régle.

Cette Loi de l'électricité du *Tourmalin* a été la principale cauſe des grandes difficultés que j'ai trouvées dans les commencemens, à réduire tous les phénomenes que cette pierre m'offroit, à certaines régles. Cela venoit de ce qu'après avoir trouvé un côté de la pierre, par exemple, poſitif, bientôt après il ſe montroit à moi comme négatif, ſans que j'euſſe pû remarquer la moindre cauſe d'un changement auſſi ſubit. Quand le *Tourmalin* en étoit à ſon paſſage pour retourner à l'état naturel, je ne pouvois pas ſeulement diſtinguer ſi le côté que j'obſervois, devoit être réputé poſitif, ou négatif. Il en réſultoit une très grande incertitude dans les concluſions que je cherchois à tirer de mes premieres Expériences.

IV. *Si l'on met le* Tourmalin *ſur un métal échauffé, ſur une plaque de verre, ou ſur un charbon ardent, il devient électrique en s'échauffant, & obſerve cette régle, c'eſt que, de quelque maniere qu'on faſſe l'expérience, & quelque côté de la pierre qu'on mette ſur la plaque échauffée, chacun de ces côtés acquiert toujours l'électricité oppoſée à celle*

qui lui eſt naturelle, c'eſt à dire que le côté poſitif de la pierre devient négatif, & le côté négatif ſe change en poſitif. La même choſe arrive, quand on met le Tourmalin *ſur un pied de verre, & qu'on l'échauffe enſuite aux rayons du Soleil réunis par un miroir ardent.*

Cette Expérience nous découvre la troiſième Régle que le *Tourmalin* ſuit infailliblement, en ne manquant jamais de reprendre au bout de quelque tems ſon état naturel. Il n'y a aucunes circonſtances qui puiſſent faire manquer cette Expérience ; mais quand, pour la faire, on échauffe le *Tourmalin* au deſſus d'un charbon ardent, il faut, ſi l'on a deſſein d'obſerver ce phénomene d'une maniere tout à fait diſtincte, ne point ôter la pierre de deſſus le charbon, mais l'y laiſſer poſée, & enſuite examiner quelle ſorte d'électricité elle montre. Car, ſi on vouloit l'ôter de deſſus les charbons, & la mettre ſur le pied de verre ſusdit, l'Expérience échoueroit presque toujours. En effet, quand on ôte le *Tourmalin* de deſſus le charbon, le retour à l'état naturel ſe paſſe fort vîte, & avant qu'on ait eu le tems de le mettre ſur le pied de verre ; & de là vient qu'en examinant la pierre, on la retrouve ordinairement déjà dans ſon état naturel, & qu'il eſt fort rare d'obſerver de foibles indices de l'électricité négative ſur le côté poſitif, ou de l'électricité poſitive ſur le côté négatif.

J'ai beaucoup de raiſon de croire, que dans l'Expérience qui vient d'être rapportée, & dans la maniere d'y procéder, l'inégalité inévitable dans l'échauffement des deux ſurfaces, devient la cauſe pourquoi, toujours au commencement, le *Tourmalin* paſſe à un état oppoſé à celui qui lui eſt naturel. Car, quand je l'ai mis entre deux métaux également chauds, ou entre deux plaques de verre auſſi d'une même chaleur, il arrive tout d'abord qu'il obtient ſon état naturel, tout auſſi bien que quand il a été mis dans l'eau, ou dans quelque autre matiere fluide qui l'échauffe de toutes parts. Il y a encore d'autres Expériences, outre celle dont il s'agit ici, qui me conduiſent presque à une pleine conviction que les deux Loix ſuivantes peuvent être poſées comme des régles fondamentales.

1. Quand

1. „ Quand un côté du *Tourmalin* eſt conſidérablement plus „ échauffé que l'autre, il eſt toujours dans l'état oppoſé à ſon état „ naturel.

2. „ Quand les deux côtés de la pierre ont une chaleur à peu „ près égale, la pierre eſt toujours dans ſon état naturel.

Il paroit au moins qu'on peut comprendre par là, pourquoi la pierre retourne toujours d'elle-même à ſon état naturel, puiſqu'il eſt connu que la chaleur, dans toutes ſortes de corps, ſe diſtribuë en fort peu de tems partout d'une maniere égale. Ces régles paroiſſent auſſi fournir la cauſe, pourquoi le paſſage à l'état naturel ſe fait d'autant plus vîte, que la chaleur a été plus grande d'un côté, ce que j'ai remarqué en diverſes Expériences. Cela eſt aiſé à comprendre, puiſqu'il eſt certain que la communication de la chaleur d'une partie d'un corps à toutes les autres, ſe fait d'autant plus vîte qu'il y avoit eu une différence plus conſidérable entre la chaleur de cette partie & celle des autres. Je ſoupçonne que c'eſt là la raiſon pourquoi, quand on échauffe le *Tourmalin* ſur un charbon, le paſſage ſouvent mentionné ſe fait ſi ſubitement. Probablement la même choſe arriveroit ſur une plaque de métal ardent, ou du moins fort chaud; mais je ne ſçaurois pourtant l'affirmer d'une maniere déciſive, faute d'avoir pû faire jusqu'à préſent les Expériences néceſſaires.

V. *Le* Tourmalin *devient auſſi électrique en le frottant. Afin de pouvoir bien déterminer les régles qu'il ſuit par rapport à l'électricité qui lui eſt donnée de cette maniere, il faut diſtinguer les cas ſuivans.*

1. „ Quand on frotte le *Tourmalin* contre un drap de laine avec „ la main, & qu'on le fait aſſez fort pour qu'il acquière par ce moyen „ une chaleur ſenſible, alors le côté frotté devient toujours poſitive- „ ment électrique, & l'autre négativement. En frottant ainſi alterna- „ tivement les deux côtés, on peut changer celui qui étoit poſitif en „ négatif, & réciproquement. Mais, dès qu'on a ceſſé, le *Tourma-*

„ *lin* retourne toujours de lui-même à ſon état naturel. Cette Expé-
„ rience réüſſit toujours, pourvû ſeulement que la pierre ait acquis
„ une chaleur ſenſible en la frottant.

2. „ Si au contraire l'on frotte de nouveau la pierre comme au-
„ paravant, ſimplement avec la main contre un drap de laine, mais
„ foiblement, & ſi peu qu'il n'en acquière pas partout une chaleur ſen-
„ ſible, tout ſe paſſe comme auparavant, excepté que le retour à l'état
„ naturel n'a pas lieu. Car, ſi en frottant le côté négatif de la pierre
„ contre le drap, on fait paſſer le *Tourmalin* à l'état qui ne lui eſt pas
„ naturel, (& pour cela il ſuffit de le paſſer une ou deux fois ſur le
„ drap,) enſuite, tant qu'il reſte quelque trace d'électricité, le côté
„ poſitif demeure négatif, & le côté négatif poſitif.

3. „ Quand on affermit le *Tourmalin* par devant à un tube de
„ verre, & qu'enſuite on le frotte contre un drap de maniere qu'il ne
„ s'échauffe pas, & en prenant la précaution, que, ſoit pendant le
„ frottement, ſoit auſſi après, le côté non frotté de la pierre ne ſoit
„ touché, ni par les doits, ni par aucun autre corps non-électrique,
„ alors les deux côtés du *Tourmalin* ſe trouvent doués de l'électricité
„ poſitive, & le retour à l'état naturel ne s'enſuit point.

4. „ Enfin, quand on affermit comme auparavant le *Tourmalin*
„ à un tuyau de verre, & qu'on obſerve encore les précautions qui
„ viennent d'être indiquées, ſçavoir que le côté de la pierre qui n'a
„ pas été frotté, ne ſoit touché par aucun corps non-électrique ; ſi
„ après cela on frotte la pierre juſqu'à l'échauffer d'une maniere ſen-
„ ſible, alors comme auparavant les deux côtés deviendront poſitifs,
„ mais le *Tourmalin* retourne enſuite infailliblement de lui-même à
„ ſon état naturel. „

De ces Loix, rapportées juſqu'à préſent, & que le *Tourmalin* ſuit, lorſqu'il devient électrique, on peut tirer les conſéquences ſuivantes, comme autant de propoſitions inconteſtables.

α) Le

α) Le *Tourmalin* poſſéde deux ſortes d'électricités tout à fait différentes l'une de l'autre, & qui n'ont aucune liaiſon entr'elles. La premiere lui eſt commune avec toutes les autres pierres précieuſes, auſſi bien qu'avec le verre, & les corps de la même eſpece ; ainſi à cet égard il ne renferme rien de merveilleux, ou du moins rien qui lui ſoit particulier. La ſeconde eſpece d'électricité lui eſt, autant qu'on le ſçait, entierement & uniquement propre; elle a ſes loix qu'elle ſuit, & qui ne conviennent qu'à elle ſeule : & c'eſt jusqu'à préſent un exemple qui n'a pas ſon ſemblable.

β) De la premiere électricité du *Tourmalin* découlent tous les phénomenes qui arrivent en le frottant aſſez doucement pour que la pierre ne s'échauffe point. C'eſt ainſi qu'il devient électrique en le frottant contre un morceau de drap. Si, pendant qu'on le frotte, les mains nues, ou quelque corps non-électrique, touchent le côté qui n'eſt pas frotté, celui qui l'eſt, devient poſitivement électrique, & celui qui ne l'eſt pas, négativement ; mais, quand on l'affermit à un tube de verre, & qu'enſuite on le frotte, les deux côtés deviennent poſitifs. Cependant aucun des deux côtés de cette pierre, rélativement à cette électricité, n'a rien qui le diſtingue des autres corps électriques. Toutes ces circonſtances ſe trouvent dans les corps électriques de l'eſpece du verre, & dans le verre commun tout auſſi bien que dans le *Tourmalin.*

Il eſt ſuffiſamment connu que toutes les propriétés que j'ai décrites ſe trouvent dans chaque corps de l'eſpece du verre, à l'exception peut-être du ſecond point, c'eſt à dire, que tout le monde n'eſt pas également au fait du changement qui arrive, lorſqu'on touche avec les mains nues des corps de l'eſpece du verre qui ont été frottés, le côté non frotté devenant alors négativement électrique. Quand on voudra répéter l'Expérience, on trouvera qu'elle confirme toujours ce phénomene de la maniere la plus complette ; & quiconque eſt inſtruit des Expériences mémorables de Mr. *Francklin*, & de tout ce qui a été dit au ſujet de la fameuſe Expérience de Leyde, qui eſt accompagnée

d'une ſi violente ſecouſſe, s'appercevra bien d'avance, que les choſes doivent arriver & ſe ſuivre, conformément à mon expoſé. Les mêmes circonſtances qui ſont néceſſaires pour charger le verre dans l'Expérience de la ſecouſſe, ſe trouvent ici, & par conſéquent il en doit naître les mêmes effets. J'ai fait des obſervations toutes ſemblables par rapport aux corps réſineux, avec cette différence, que quand on les frotte avec la main, le coté frotté devient négativement électrique, & celui qui ne l'eſt pas, acquiert la vertu poſitive. Je remarque en paſſant, que c'eſt là une preuve qui ne ſauroit tromper, que même ſans verre, avec des corps réſineux, l'Expérience de la ſecouſſe eſt poſſible ; ce que tous les Auteurs qui ont écrit jusqu'à préſent de l'électricité, s'accordoient à nier.

γ) L'électricité propre du *Tourmalin* eſt entierement différente de la précédente. Elle ſuit auſſi de tout autres loix. Chacune de ces deux électricités peut être excitée indépendamment de l'autre ; & bien qu'elles puiſſent exiſter enſemble, c'eſt pourtant toujours ſans qu'il y ait aucun rapport, ni aucune liaiſon entr'elles. Cette électricité particuliere au *Tourmalin* n'a beſoin pour être produite que d'un certain degré de chaleur ; & il eſt parfaitement indifférent quelle ſorte de chaleur on employe. Dès qu'il en exiſte une qui a le degré requis, auſſi-tôt, en vertu de la ſtructure intérieure & de la conſtitution de la pierre, un côté ſe trouve doué de l'électricité poſitive, & l'autre de l'électricité négative. Quand les côtés de la pierre ſont également échauffés, alors il y a toujours un côté déterminé qui eſt poſitif, & l'autre négatif ; mais, quand les côtés reçoivent une chaleur inégale, le côté qui eſt ordinairement poſitif, devient négatif, & celui qui étoit négatif, ſe change en poſitif, ce qui dure auſſi longtems que la diſtribution inégale de la chaleur.

Cette électricité propre au *Tourmalin*, dont nous venons de donner la deſcription, ne peut manquer de lui attirer l'attention de ceux qui étudient la Nature, ſans qu'il ſoit beſoin de leur en dire davantage, pour les engager à tourner leurs recherches vers cet objet.

Je

Je profiterai de cette occaſion pour parler encore d'une autre Expérience électrique remarquable, ſur laquelle il n'y a pas longtems que je ſuis tombé : voici dequoi il s'agit. Il eſt connu que presque tous ceux qui ont fait des Expériences ſur l'électricité, ont cherché dans la nature particuliere du verre la raiſon de la ſecouſſe électrique qui arrive dans l'Expérience de Leyde. Mr. l'Abbé *Nollet* a eſſayé ſi la même choſe pouvoit arriver avec des vaiſſeaux de poix, ou de la cire d'Eſpagne ; mais il déclare qu'il n'a jamais réuſſi à produire par cette voye le phénomene en queſtion. Mr. *Francklin* lui-même croit, que le verre eſt indiſpenſablement néceſſaire pour cette expérience, & qu'il produit l'effet obſervé, en vertu de ſa ſtructure intérieure, au ſujet de laquelle ce Phyſicien a imaginé une hypotheſe tout à fait forcée & dénuée de vraiſemblance. En attendant, ſa propre théorie ſert à prouver le contraire, puisque tout ce qui eſt requis, ſuivant cette théorie, pour produire la ſecouſſe, ne ſe trouve pas dans le verre, entant que verre, mais entant que corps qui poſſede l'électricité en propre, & qui en cette qualité ne fait rien autre choſe que de mettre obſtacle au paſſage de la matiere électrique d'une ſurface à l'autre. La ſecouſſe même peut s'expliquer beaucoup plus aiſément par cette propriété de la matiere électrique, que Mr. *Francklin* a lui-même découverte, & qu'il a démontrée par des Expériences très convainquantes; propriété en vertu de laquelle les parties de cette matiere ſe pouſſent réciproquement, ou coulent l'une devant l'autre. C'eſt là ſans doute la cauſe immédiate de la ſecouſſe ; & elle peut ſervir en même tems de principe pour expliquer d'une maniere tout à fait naturelle & ſatisfaiſante toutes les autres circonſtances qui ſe manifeſtent dans les phénomenes de l'électricité. Le verre n'entrant donc ici pour rien de particulier, & ne ſervant qu'à empêcher le paſſage de la matiere électrique d'une ſurface à l'autre, & à arrêter le cours des étincelles entre ces ſurfaces, on peut ſuppoſer, & mettre à la place du verre, toute autre matiere, qui ſera en état d'effectuer les mêmes choſes, & qui par conſéquent produira tout auſſi bien la ſecouſſe électrique. Tous les corps qui poſſedent l'électricité en propre, ſe trouvent dans le cas;

& par conſéquent on doit pouvoir parvenir à exiter la ſecouſſe par le moyen du ſouffre, de la cire d'Eſpagne, & même avec le ſeul ſecours de l'air, qui eſt auſſi du nombre des corps électriques par eux-mêmes. De ſemblables réfléxions, que j'eus lieu de faire dans une certaine occaſion, me convainquirent de la poſſibilité de la choſe, & m'engagerent à eſſayer ſi l'Expérience s'accorderoit avec les conſéquences que j'avois tirées de la théorie de Mr. *Franckln.* Je m'y ſuis pris pour cet effet de la maniere ſuivante. Je ſuſpendis deux ſurfaces couverres de métal l'une à côté de l'autre, de maniere qu'elles étoient parallèles, & la diſtance de l'une à l'autre dans tous leurs points étoit d'un pouce à $1\frac{1}{4}$, ſans quelles ſe touchaſſent nulle part médiatement, ni immédiatement. L'électricité fut conduite du globe électriſé à une de ces ſurfaces, & l'autre la reçut par le moyen d'une chaîne, qui trainoit ſur le plancher, & qu'on y avoit fait parvenir, afin que la matiere électrique qui en étoit chaſſée par la répulſion, s'écoulât, & que la ſurface même pût acquérir l'électricité négative. Tandis que ces choſes ſe paſſoient, j'éprouvai une forte ſecouſſe, tout à fait ſemblable à celle qui eſt communément produite par le moyen du verre. Cette Expérience ne réuſſiroit pas avec de petites ſurfaces; & ſon effet devient d'autant plus ſenſible que les ſurfaces qu'on employe ſont grandes. Celles dont je me ſuis ſervi, avoient chacune $7\frac{1}{2}$ pieds quarrés, & elles étoient de bois, couvert de ces feuilles d'étain qu'on applique aux glaces de miroir.

Après le ſuccès de cette Expérience, on ne ſçauroit douter, que toute matiere électrique par ſoi-même, tant fluide que ſolide, ne ſoit capable de produire l'effet de la ſecouſſe. Peut-être que les gobelets de poix de Mr. l'Abbé *Nollet* ont eu trop d'épaiſſeur, le verre lui-même, lorsqu'il eſt trop épais, affoibliſſant le coup qui arrive dans cette Expérience; ou, ce qui me paroit encore plus vraiſemblable, comme la poix & la cire d'Eſpagne, quand on les fond, ſe rempliſſent de bulles d'air, & de cavités intérieures, peut-être que le vaiſſeau de ce Phyſicien avoit quelque ouverture cachée, par laquelle la matiere

éléctri-

électrique s'écouloit, & paſſoit d'une ſurface à l'autre, ſans qu'on s'en apperçut. Si Mr. l'Abbé *Nollet* avoit employé le ſouffre qui ſe laiſſe fondre d'une maniere plus compacte, ſon Expérience auroit eu probablement le ſuccès qui lui a manqué.

Je laiſſe à ceux qui s'occupent de l'étude de la Nature le ſoin de tirer de l'Expérience que je viens de rapporter les conſéquences qui en découlent, & qui ſont extrémement favorables aux notions que Mr. *Francklin* a données de l'Electricité.

EXPÉRIENCES
CHYMIQUES CONCERNANT L'ETAIN,
PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Dans le Mémoire inſéré au Tome III. de ceux de notre Académie, où j'ai prouvé l'exiſtence de l'Arſenic dans l'étain, auſſi bien que la ſolution réelle de ce méral dans les acides des végétaux, vérités que je crois avoir miſes au deſſus de toute exception ; j'ai promis en même tems, dans le dernier paragraphe de ce Mémoire, que j'examinerois plus au long, & d'une maniere plus directe les rélations de l'étain avec les autres corps ; mais le tems & les circonſtances où je me ſuis trouvé depuis, ne m'ont pas permis jusqu'à préſent d'effectuer entierement mon deſſein, & de dégager ma promeſſe. Je vais donc commencer à le faire, en tirant du Journal de mes opérations chymiques le récit de quelques eſſais que j'ai déjà faits ſur l'étain ; & je les continuërai dans la ſuite, pour parvenir à découvrir, s'il eſt poſſible, les parties conſtitutives de ce méral.

II. Il arrive ſouvent, dans la fuſion des métaux, lorsqu'elle ſe fait à un feu véhément dans des vaiſſeaux ouverts, ou legèrement fermés, que les parties déliées, ſur lesquelles celui qui travaille voudroit faire des recherches ultérieures, s'échapent, & qu'on ne ſçauroit les recueillir, tant qu'on ne prend pas d'autres arrangemens. La même choſe arrive à l'égard de l'étain, ſurtout quand on le calcine à découvert. C'eſt ce qui m'a fait prendre la réſolution d'eſſayer une fois la fuſion continuée pluſieurs heures, de ce métal dans des vaiſſeaux exactement fermés. Pour cet effet donc, je pris une retorte de terre bien

bien garnie, qui pouvoit contenir environ douze onces d'eau ; j'y mis deux onces de l'étain d'Angleterre le plus pur & le plus fin, rapé ; j'y appliquai un récipient : & après avoir bien placé mon vaiſſeau dans le fourneau dont je me ſers pour la diſtillation du phoſphore, & auquel je puis donner le degré le plus véhément de feu ; je conduiſis ce feu par degrés jusqu'à l'incandeſcence ; je l'augmentai enſuite jusqu'à ce qu'il eut atteint ſa plus grande véhémence, & je le fis durer trois heures de ſuite, aprés quoi je laiſſai réfroidir les vaiſſeaux. Je trouvai après le réfroidiſſement dans le cou de la retorte un ſublimé blanc qui s'y étoit attaché ; mais il y en avoit trop peu pour qu'on pût le ſoumettre à aucune épreuve. Mon étain dans la retorte paroiſſoit fort beau & brillant, & s'étoit fondu en une maſſe, qui s'étoit affaiſſée au milieu, où il y avoit un creux profond. Mais je remarquai aux côtés une matiere vitreſcente, d'une couleur d'hyacinthe un peu obſcure, qui entouroit le bord de l'étain réuni par la fuſion. Là deſſus ayant peſé mon étain, je trouvai qu'il me rendoit une once, ſept dragmes, & deux ſcrupules ; de ſorte que dans le travail précédent il avoit ſouffert vint grains de perte. Quant au ſublimé dont j'ai fait mention, j'eſtime jusqu'à préſent qu'il étoit arſenical : & pour ce qui regarde ces ſcories couleur de hyacinthe, elles me paroiſſent venir des particules déliées de fer qui ſe ſont trouvées dans l'étain.

III. Je recommençai le même travail de fuſion avec deux onces de mon étain d'Angleterre, mais en m'y prenant d'une autre maniere. Je mis l'étain dans un creuſet ordinaire à fondre de Heſſe proportionné ; je le couvris avec un autre creuſet ſemblable qui s'y ajuſtoit exactement ; & ayant bouché le mieux qu'il étoit poſſible toutes les ouvertures, je mis le tout dans un fourneau de fuſion, auquel je pouvois donner le feu le plus véhément. J'entretins ce feu pendant la durée de trois heures. Quand enſuite le creuſet fut réfroidi, & que je l'eus briſé, je trouvai mon étain tout à fait au même état où il étoit reſté dans l'opération précédente, & ayant le bord pareillement entouré d'une matiere vitreſcente. Le déchet étoit auſſi le même ; mais je ne pus rien remarquer qui ſe fut attaché au creuſet ſupérieur.

IV. Là deſſus je mêlai une once de la limaille d'étain ſusdite bien nette avec parties égales de charbon pilé ; je mis enſuite ce mêlange dans une retorte d'argille bien garnie, & dont le cou étoit trés exactement nettoyé ; & quant au reſte je procédai tout comme dans le §. II. avec l'étain pur, ayant auſſi donné au feu la même véhémence & la même durée. Mais de cette maniere je ne trouvai aucun ſublimé dans le cou de la retorte ; & pour l'étain, malgré la violence du feu, il ne s'étoit point fondu enſemble, mais il paroiſſoit noir & pulvériſé. En ayant lavé le charbon, je trouvai mon étain réduit en fort petits grains.

V. Je pris encore une once de l'étain net ſusdit, & je le mis dans un creuſet de Heſſe, qui pouvoit contenir environ quatre onces d'eau ; je poſai deſſus une plaque de cuivre parfaitement poli, & taillée tout exprès pour s'ajuſter au creuſet, de façon qu'elle ne touchât point l'étain en fuſion, en étant environ à un pouce de diſtance. Là deſſus je couvris le creuſet avec un autre qui s'y ajuſtoit exactement, & ayant bien luté toutes les ouvertures, je plaçai le tout ſur un pié d'eſtal dans un fourneau de fuſion, & je le couvris avec des charbons, en ſorte pourtant que le creuſet de deſſus n'en étoit pas touché. Après cela je donnai pendant environ une heure à une heure & demie un feu modéré, afin qu'il put cuire l'étain, ſans fondre la plaque de cuivre. Ayant enſuite laiſſé réfroidir les vaiſſeaux, & ôté le creuſet ſupérieur, je n'y trouvai point de ſublimé. La plaque de cuivre n'avoit été enduite d'écume nulle part, & je n'y remarquai aucun endroit qui eut commencé à ſe diſpoſer à la fuſion, excepté q'uil ne parut plus auſſi poli. Cependant, après l'avoir écurée avec du ſable, je n'y vis rien de blanc, comme je m'y étois attendu, à cauſe de l'arſenic contenu dans l'étain, & que le feu devoit néceſſairement avoir fait monter en vapeurs ; mais toutes les apparentes du cuivre étoient demeurées les mêmes. Néanmoins, ſous cette plaque d'étain ſe trouva une pellicule blanche, friable, & tout à fait ſemblable aux fleurs de zinc, qui couvroit l'étain, & qui n'étoit peut-être autre choſe en effet

fet que des fleurs de zinc. C'eſt ce que je ne ſaurois pourtant encore décider, jusqu'à ce que je m'en ſois faitement convaincu, en continuant mes exépriences ſur l'étain. En attendant je ne crois pas que ce ſoit l'arſenic ſorti de l'étain, parce que

1. Cette matiere ſoutient un feu aſſez fort;

2. Son tiſſu ſemblable à de la laine témoigne plus de chaux que de zinc; &

3. Elle ne blanchit pas le cuivre, comme le fait fort aiſément l'arſenic. Qui ſait au juſte quelle ſorte de produit ce peut être? Des travaux ultérieurs & de nouvelles obſervations pourront nous le faire mieux connoitre.

VI. Les raiſons que je viens d'allélguer dans le §. précédent, ne ſont pas les ſeules qui m'engagent à prendre cette matiere pour analogue au zinc; car le célèbre Mr. *Henckel*, dont l'habileté eſt ſuffiſamment connuë, dans ſa *Pyritologie* imprimée à Leipſig en 1725. p. 574. dit déjà de l'étain, qu'on peut ſans aucun mêlange en tirer du zinc, & qu'en rompant les fourneaux où l'étain a été en fuſion, on y trouve une matiere de zinc; & dès la p. 272. il témoigne qu'il avoit là deſſus des Expériences ſuffiſantes. Je ne manquerai pourtant de m'attacher dans la ſuite à conduire cette aſſertion à une plus grande certitude.

VII. L'eſpece de bruit que fait l'étain le plus pur, lorsqu'on le plie, étant quelque choſe de particulier, qui autant que je le ſache ne convient pas aux autres métaux; je n'ai pas balancé à l'attribuer à l'arſenic qui y eſt encore caché, & aux parties martiales qui ont été fonduës enſemble. Cela m'a engagé à chercher s'il n'y auroit point quelque moyen d'ôter à ce métal cette propriété. J'ai pris deux onces de mon étain pur d'Angleterre, & deux onces de ſel de tartre bien net, (& l'on pourroit mettre à la place de ce ſel tout autre alcali bien purifié;) j'ai arrangé le ſel & l'étain par couches dans un creuſet à fondre ſpacieux, que j'ai couvert avec un autre qui s'y ajuſtoit; je les ai ſoi-

neuſement lutés, puis je les ai mis dans un fourneau de fuſion, & j'ai donné un feu violent pendant une heure. J'ai enſuite laiſſé réfroidir le tout, & ayant briſé le creuſet inférieur, j'y ai trouvé mon étain d'un beau brillant, & couvert par deſſus de ſcories d'un blanc verdâtre. J'ai ſéparé ces ſcories ; j'ai fondu encore une fois mon étain doucement, & je l'ai verſé dans une lingottiere. Cet étain peſoit encore une once, cinq dragmes, & quinze grains, ayant ainſi perdu deux dragmes & demie, & quinze grains. Ce métal n'étoit pas à la vérité dépouïllé du bruit, ou frémiſſement, dont nous avons parlé ; cependant, en le rompant, il paroiſſoit avoir ſouffert un changement conſidérable.

Je ne manquerai pas de donner la continuation de ces Expérien- ſur l'étain, me trouvant à préſent dans une ſituation aſſez favorable pour m'y remettre avec une nouvelle force.

DISSERTATION
SUR DES FLEURS DE *L'ASTER MONTANUS*, ou *PYRENAÏQUE*, PRE'COCE, A' FLEURS BLEUËS, ET A' FEUÏLLES DE SAULE, EMPREINTES SUR L'ARDOISE,

PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

La Nature ſe jouë en mille manieres, & produit des milliers de formes & de figures différentes, non ſeulement ſur la ſurface de la terre, mais même dans les lieux les plus profonds & les creux les plus ſouterrains. C'eſt ce que ne ſçauroient nier ceux qui ont la moindre teinture de l'Hiſtoire Naturelle. Je paſſe ſous ſilence pour le préſent tant d'eſpeces de pierres précieuſes, de métaux, & de minéraux, & ce nombre innombrable de toutes ſortes de pierres, de terres, de ſels, &c. Si je voulois entrer à cet égard dans quelque détail, cela donneroit beaucoup trop d'étenduë à ce Mémoire. Mais ce que j'admire particulierement, c'eſt cette eſpece de paſſage des végétaux & des animaux au régne minéral ; paſſage où régne tant d'art, & dont nous avons une foule d'exemples ſi manifeſtes, qu'ils doivent ſuffire pour convaincre tous ceux qui ne ſont pas guidés par un eſprit de contradiction, & ne ſe plaiſent pas à combattre la Vérité, les yeux fermés, à le façon des anciens Andabates. On peut appeller ici en témoignage tant de coquillages pétrifiés, & néanmoins couverts encore de leur coquille naturelle, auſſi bien que les os & les bois ſans nombre qui ont éprouvé le même état de pétrification, & qui dépoſent hautement

ment

ment en faveur de la vérité de cette étonnante métamorphoſe. Pour ne pas garder cependant un ſilence entier ſur ces phénomenes, je remarquerai qu'on ne doit pas être ſi ſurpris de voir des coquillages revêtir une forme pierreuſe, que de ce qui arrive à des corps plus mous, plus tendres, & mucilagineux, tels que ſont les végétaux, qui dépouillent ſouvent ces qualités ſous terre, pour prendre la plus grande dureté des pierres. En effet les teſtacées, avant que de ſubir ce changement, contenoient déjà une terre calcaire, & ſe trouvoient par là dans une plus grande proximité du régne minéral ; au lieu qu'il en eſt tout autrement des végétaux. Cependant, puiſque l'expérience quotidienne nous apprend que la choſe arrive, & que tant de collections faites par les plus ſavans hommes, en mettent ſous nos yeux des exemples ſi frappans, nous regardons le fait comme inconteſtable, bien que nous ne puiſſions encore découvrir de quelle maniere la Nature procéde en opérant ce changement. Tous ceux qui rapportent les témoignages & les exemples dont nous venons de parler, à de ſimples jeux de la Nature, ſont dans l'erreur ; & les idées qu'ils ſe trouvent réduits à concevoir ſur l'origine de ces productions, manquent de toute vraiſemblance.

II. Cependant les végétaux qu'on trouve dans les lieux ſouterrains, différent de pluſieurs manieres entr'eux. Les uns ſont devenus totalement pierreux, les autres ſeulement en partie. C'eſt ainſi, par exemple, que, dans ma petite collection, je conſerve un lithantrace, ou charbon de terre véritable, qui n'eſt lithantrace qu'en partie, & qui en partie a conſervé ſon ancienne nature ligneuſe, de façon que le couteau y peut entrer : ce morceau a été trouvé près de Dresde. Quoique de pareils cas ſe préſentent rarement, ils ne laiſſent pas de ſuffire pour prouver la vérité dont il s'agit. Une quantité innombrable de morceaux de bois, principalement de chêne, ont été changés en miniere de fer ; ſurtout à *Orbiſau* en Boheme, où l'on a trouvé en abondance de ce bois pétrifié, & même des arbres entiers, dont on s'eſt ſervi pendant pluſieurs années avec profit, en les fondant avec les autres

tres minieres de fer, pour en tirer ce métal. Je ne m'arrête pas aux bois changés en agathe. Il y a encore une troiſième ſorte de végétaux, qu'on peut trouver dans les minéraux, où ils ſont imprimés & exprimés. C'eſt à quoi il faut rapporter tant de dendrites dont on trouve l'empreinte non ſeulement ſur des ardoiſes, mais encore ſur des pierres cornues, des cailloux, des agathes, & même ſur des grenades, principalement ſur les orientales. On peut alléguer à ce ſujet en témoignage tant d'eſpeces d'herbes, qu'on voit peintes, ſurtout ſur l'ardoiſe; par exemple, la fougere, le capillaire, le polypode, l'hépatique, le glayeul, la prêle, ou queuë de cheval, l'herbe des morets noirs & rouges, &c. dont les Curieux gardent une infinité d'exemples dans leurs Cabinets, de façon que perſonne ne conſerve plus aucun doute au ſujet de ces plantes. Mais je ne me rappelle pas qu'il y ait beaucoup de Naturaliſtes qui ayent parlé de fleurs imprimées ſur des pierres, ou plutôt je n'en ſache aucun ; tandis que pluſieurs au contraire ſoutiennent qu'on trouve bien des Plantes empreintes, mais jamais des fleurs. C'eſt ainſi, par exemple, que le célébre *Henckel*, qui s'eſt rendu immortel dans la Minéralogie, dit à la p. 545. de ſa *Flora ſaturnizans*. „ Parcourez tous les Cabinets & toutes les collections de „ curioſités naturelles, & dites-moi ſi vous y trouverez rien dans ce „ genre, outre la queuë de cheval, la fougere, le polypode, les mo„ rets, le glayeul, les deux ſortes d'hépatiques, & d'autres plantes „ ſemblables, d'une nature ſéche & dure. Un peu plus bas il ajoute : „ s'il faut regarder toutes ces empreintes comme des jeux de la Natu„ re, pourquoi ne trouvons-nous pas auſſi des fleurs de roſe, des ca„ lices de tulipe, &c. Pourquoi la Nature ne s'eſt-elle pas propoſée „ de travailler à l'imitation des fleurs les plus élégantes ? „ *Wallerius* parle dans ſa *Minéralogie*, de pierres où l'on trouve des figures de tiges, de feuïlles, de fruits, mail il garde un profond ſilence ſur les fleurs. On n'en trouve non plus aucune mention dans *Scheuchzer*, ni dans *Buttner*. Le premier à la vérité dans ſon *Herbar. Diluv.* Tab. III. f. 3. rapporte d'après le *Litophylac. Britann. Ichnograph.* de *Luidius*, la figure d'une fleur qu'il prend pour le gratteron à feuïlles épaiſſes, ou

pour l'Alyſſe, ou pour le Myagre ; mais j'avouë ingenuëment, qu'après avoir attentivement examiné cette figure, je n'y ai trouvé aucune reſſemblance avec les Plantes ſusdites. On diroit plutôt que c'eſt la queüe de cheval ; car au milieu manque le rond où les étamines doivent être placées. Je n'ai remarqué non plus aucunes découpures aux pétales de ces fleurs, quoiqu'il dût s'y en trouver, ſi ç'avoient été les eſpeces indiquées. Ainſi on ne ſauroit alléguer ces figures à bon droit pour des figures de fleurs. Le célébre Mr. *de Juſſieu*, dans l'Hiſtoire de l'Académie des Sciences de Paris de 1718. & dans un Mémoire de la même année, *ſur des empreintes de Plantes dans les pierres*, rapporte pluſieurs Plantes imprimées ſur l'ardoiſe, ſurtout d'entre celles qu'on tire de la mine de charbon de pierre qui eſt près de *Chaumont* ; mais il ne dit pas un mot d'empreintes de fleurs. *Suedenborg*, dans ſon Ouvrage minéral ſur le cuivre & le léton, a fait graver, p. 168. pluſieurs figures de plantes empreintes ſur l'ardoiſe ; mais, ni lui, ni aucun autre Auteur de Minéralogie, ne paroiſſent avoir la moindre connoiſſance des fleurs. J'ai donc deſſein de communiquer ici au Monde ſavant l'*hiſtoire d'une fleur empreinte ſur une ardoiſe noire*, non pour acquérir par là une vaine gloire, mais pour fournir occaſion à d'autres d'examiner la choſe plus attentivement, & s'ils font quelque découverte plus importante, de ne pas l'envier au public.

III. Il y a quelques ſemaines que, pour m'acquitter de mes fonctions dans la viſite des mines dont l'inſpection m'a été confiée, je parcourus la contrée qui eſt auprès de *Nordhauſen*, dans le Comté de *Hohenſtein*. La curioſité, jointe à quelques autres raiſons, m'engagea d'entrer dans cette carrière voiſine du Cloître d'*Ihlefeld*, d'où l'on tire des charbons de pierre. Avant que de m'enfoncer dans les entrailles mêmes de la Terre, je conſidérai fort attentivement les monceaux de charbons déjà tirés de la mine, auſſi bien que ceux des pierres qu'on avoit détachées en même tems, & que les Mineurs appellent *Berge*. Mon intention étoit, au cas que le hazard me préſentât des empreintes d'herbes ſur l'ardoiſe, d'en groſſir ma petite collection

de

de curioſités naturelles ; & voici, contre toute attente & eſpérance, que parmi diverſes pierres en forme d'ardoiſes qui ſe trouvoient dans ces monceaux, j'apperçois des ardoiſes noires presque toutes briſées, qui me préſentent les plus belles figures de fleurs. Je laiſſe à juger de l'excès de ma joye à ceux qui prennent plaiſir aux mêmes recherches. Il n'y en avoit pourtant pas aſſez pour ſatisfaire ma curioſité & celle de mes amis ; car, excepté trois ou quatre pieces qui repréſentoient des figures entieres, le reſte ne conſiſtoit qu'en fragmens & en veſtiges effacés, qui paroiſſoient avoir été détruits ſans l'action d'aucune force extérieure. Ne pouvant d'abord découvrir la cauſe de ce que je voyois, je regardois avec inquietude de tous côtés, jusqu'à ce que je découvris de groſſes boules, en aſſez grande quantité, éparſes çà & là, & qu'on avoit tirées de la terre en même tems que l'ardoiſe. Les ayant briſées avec le marteau, je trouvai qu'elles étoient pyriteuſes, & par conſéquent qu'expoſées au grand air, elles attiroient l'humidité, s'affaiſſoient, & détruiſoient avec elles les minéraux qui les environnoient. Tout ce que je viens de rapporter, s'étoit paſſé en plein air. Mais, comme un Phyſicien ne doit pas borner ſes recherches aux apparences extérieures, & qu'il ne s'eſtime heureux qu'autant qu'il peut découvrir les cauſes mêmes.

Felix ſi poſſit rerum cognoſcere cauſas,

j'entrai dans le fonds même de la carrière d'où l'on tire les charbons de pierres, & j'obſervai que cette eſpece d'ardoiſe étoit une couche placée au deſſous des charbons, qui repoſent ſur elle ; & que les Mineurs nomment *das liegende*. J'obſervai de plus que cette ardoiſe n'étoit pas partout de la même forme, nature, & épaiſſeur. Car tantôt c'étoit un plan où l'on ne voyoit aucun veſtige d'empreintes, tantôt il étoit plus épais ou plus mince, ayant quelquefois à peine un pouce d'épaiſſeur, & bientôt après allant à trois ou quatre pouces. Il n'eſt pas rare de trouver cette ardoiſe compacte, dure, & d'une couleur cendrée ; mais on en rencontre auſſi de tirant ſur le noir, qui eſt diviſée par lames, & fragile. Aſſez ſouvent pluſieurs figures de fleurs,

toujours cependant d'une ſeule & même eſpece, ſont empreintes ſur un morceau d'ardoiſe ; quelquefois il y en a moins, ou même une ſeule. J'ai trouvé des morceaux à la ſurface desquels ces figures étoient ſeulement marquées, tandis que dans d'autres elles ſe ſuivoient réciproquement en forme de couches. Cette ardoiſe n'étoit pas cachée partout ſous les charbons, mais elle s'y rencontroit par intervalles, étant interrompuë, ici par une couche des globes pyriteux dont nous avons fait mention ci-deſſus, là par une autre eſpece d'ardoiſe d'une couleur plus bleuâtre, nommée par les Mineurs *das blaue Schiefer-Gebürge.* Il y avoit dans cet arrangement des preuves certaines, que cette couche n'avoit pas exiſté dès la création du Monde, mais que quelque cas extraordinaire l'avoit portée & placée là. Voilà donc tout ce qui concerne l'hiſtoire de ces fleurs ſouterraines ; il me reſte à définir botaniquement, quelle eſt l'eſpece de fleurs à laquelle ces empreintes doivent être rapportées.

IV. C'eſt ſur quoi j'ai longtems réfléchi avec attention, prenant tantôt les empreintes en queſtion pour des fleurs de ſoucy, & tantôt pour des têtes de chardon. Enfin je leur trouvai une plus grande reſſemblance avec les eſpeces d'*Aſter*, & en particulier avec celle qu'on nomme *Aſter montanus*, ou *pyrenaicus*, à feuïlles étroites, ſemblables à celles du ſaule, & ayant des fleurs bleuës. En effet il y a de la conformité entre cette eſpece & les pétales non ſeulement des fleurs, mais encore la forme du diſque où les étamines ſont placées, tant à l'égard de la figure, que de la grandeur & de la circonference. Les feuïlles qui paroiſſent empreintes çà & là s'accordent avec celles de la même Plante ; de ſorte que j'oſerois preſque affirmer comme une choſe certaine, que ce ſont les fleurs de l'*Aſter montanus* à feuïlles de ſaule, qui ſe trouvent repréſentées ſur cette ardoiſe. Mais ce ne ſont pas ces fleurs ſeules dont on y voit les empreintes : il y a encore des feuïlles de roſeau, & des traces de l'herbe de capillaire. Au premier coup d'œil je croyois devoir rapporter cette figure à quelque eſpece de ſoucy ; mais, après avoir comparé entr'eux pluſieurs ſignes caractériſti-

tèriſtiques, j'ai conclu que c'étoit une eſpece d'*Aſter*. Les Botaniſtes demeureront d'accord avec moi à la ſimple vuë, que ces figures ſont tout à fait ſemblables à l'*Aſter*. J'accorde volontiers qu'il eſt très difficile de déterminer à quel genre proprement on peut les rapporter, & cela d'autant plus que la couleur des fleurs n'eſt pas en Botanique un des moindres caractères tant des fleurs que des Plantes mêmes. Or il ſeroit inutile de chercher ces couleurs & leur éclat dans de ſemblables empreintes. Je n'ai pourtant conſervé aucun doute ſur la ſolidité de ma conjecture, ayant trouvé ſur les montagnes les plus élevées de la forêt noire (*Hartzwald*), & ſurtout ſur celles qui ſont ſituées aux environs de cette carrière de charbon de pierre, une grande quantité de la même herbe en fleur. Mais venons plus directement au fait. Il s'agit de décrire la figure de ces fleurs, telle que l'ardoiſe la repréſente, lorsqu'elle y exiſte tout entiere. Dans une ardoiſe d'un noir cendré aſſez dur, on voit des fleurs dont les feuïlles s'étendent du disque qui tient lieu de centre vers la circonférence. A' la pointe chaque feuïlle eſt legèrement découpée. Le diſque offre quelquefois à la ſimple vuë, & plus fréquemment à la loupe, des veſtiges d'étamine. Sur un petit eſpace ſont ſouvent réunies pluſieurs de ces fleurs empreintes. Je conſerve, par exemple, une piece longue de ſix pouces & large de trois, où l'on voit, outre pluſieurs figures rompuës, ſept fleurs entieres. Çà & là ſont mêlées avec beaucoup d'élégance des feuilles de cette plante, & des veſtiges de jonc, de capillaires, &c. Quelques ſoins que j'y aye apporté, je n'ai découvert aucune trace de poiſſons, ou d'autres appartenances du régne animal.

V. Jusqu'à préſent j'avois ſatisfait ma curioſité, entant qu'elle avoit pour objet la connoiſſance des figures d'*Aſter*. Mais je brûlois encore d'un ardent deſir d'approfondir la nature de l'eſpece d'ardoiſe où ces figures étoient empreintes. Pour cet effet il faloit trouver le tems & les occaſions de recourir aux Expériences. La premiere que je fis, deſtinée à connoitre ſi cette ardoiſe étoit d'une nature calcaire, conſiſtoit à y verſer de l'acide de vitriol, de nitre, & de ſel

commun ; & comme il n'en réſulta pas la moindre effervescence, je fus convaincu que cette ardoiſe étoit d'une nature argilleuſe. Une partie de la même ardoiſe, mêlée avec deux parties de borax, fut changée par la force du feu en un verre noir. Une autre partie, avec trois parties de ſel alcalin, donna un verre de couleur d'ambre, mais ce ne fut qu'à un feu des plus violens. Par rapport aux métaux, qui prennent ſouvent l'ardoiſe pour matrice, les divers eſſais que j'ai faits, m'ont appris que cette recherche ne mérite aucune attention. A' une premiere épreuve, de cent livres d'ardoiſe j'ai tiré trois onces & demie de cuivre, & à une ſeconde une livre & demie. Au reſte cette matiere réſiſtoit très longtems au feu, & ſe fondoit difficilement. Notre ardoiſe expoſée à un feu plus libre ne rendoit aucune odeur, quoique j'euſſe ſoupçonné qu'il dût en ſortir une pareille à celle des charbons de pierre, étant née avec eux, & ayant été tirée en même tems de la terre. Cette même ardoiſe, en la brûlant plus longtems, donnoit peu d'odeur de ſouffre, mais on reſpiroit d'autant plus celle de l'arſenic ; phénomene dont je crois devoir attribuer la cauſe à ces boules de pyrite blanc, dont il a été fait mention ci-deſſus. Aucun travail d'eſſayeur n'a pu y découvrir la moindre trace d'argent. Au reſte cette ardoiſe, à cauſe de ſa grande dureté, ne ſe laiſſoit pas fondre auſſi facilement que les autres eſpeces d'où l'on tire le cuivre, ou dont on couvre les toits. Le défaut de tems, & des occupations plus importantes, ne me permirent pas de pouſſer plus loin ces Expériences.

VI. Je m'attachai enſuite à rechercher plus exactement la ſituation ſouterraine de cette ardoiſe. Mais, avant que de pénétrer dans l'intérieur, il faloit parcourir les routes qui y conduiſent, pour obſerver ces différentes couches qui couvrent les veines horizontales, dites *flötze und deren dach*, & celles ſur leſquelles ces veines repoſent, *des flötzes ligendes*. Cela méritoit d'autant plus qu'on s'y arrêtât, que je remarquois fort bien, que ce n'étoit pas en vain que ces couches avoient été ainſi diſpoſées. Il auroit été auſſi inutile que dangereux de recourir là deſſus aux Auteurs qui ont traité ces matieres. J'avouë

que

que le célébre *Swedenborg*, dans l'Ouvrage que j'ai déjà cité, p. 168. dit qu'il a obſervé les couches des veines horizontales dans le Comté de *Mansfeld*, mais ſans y remarquer aucun ordre. *Kiesling*, qui a fait la deſcription des mines du même Comté, donne à la p. 8. un aſſez grand détail ſur ces couches; mais, comme elles ne ſont pas égales partout, & qu'en particulier, dans notre carrière de charbon, elles différent beaucoup des autres, tant pour la forme que pour la matiere, les obſervations de ces Auteurs n'ont pû m'être d'aucun uſage. A' quoi il faut ajouter que ces deux Naturaliſtes n'ont pas deſcendu en terre plus avant que juſqu'à cette couche d'une pierre dure, martiale & rougeâtre, dite vulgairement *das wahre rothe feſte todte*, ſur laquelle repoſe l'ardoiſe qui contient le cuivre. Je voyois bien des peines & des travaux à eſſuyer pour aller plus loin, mais m'étant armé de courage, & ayant employé quelques Mineurs pour me ſeconder, je pénétrai dans les couches inférieures, & je les trouvai diſpoſées de la maniere ſuivante.

	Toiſes metalliques (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
1. Une terre groſſiere, ou terre de Jardin; *Garten Erde.*			
2. Une pierre calcaire qui ſe laiſſe fendre, & qui put comme l'urine de chat, vulgairement *Stinckſchiefer.*	6	—	
3. L'alabaſtrite blanc dont on fait le gypſe.	30		
4. Le tuf, dit *Rauchvacke.*	— —	1 $\frac{3}{4}$	
5. La Pierre calcaire qui entre en efferveſcence avec les acides, vulgairement *Zechſtein.*	2	—	
6. Une pierre calcaire plus ſablonneuſe & plus groſſiere; *die Ober Fäule.*	$\frac{1}{2}$		
7. Une pierre compacte de terre argilleuſe; *der Ueberſchuſs.*	— —	—	1

8. Un

	Toiſes métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
8. Un compoſé de terre calcaire & d'argille ; *die zarte Fäule.*	¾		
9. Une ardoiſe cendrée plus épaiſſe & plus impure, compoſée d'une terre calcaire & argilleuſe ; *das Dach.*	— —	1	4
10. Une ardoiſe d'une terre argilleuſe noirâtre, contenant un peu d'argent & de cuivre ; *Mittelberge.*	— —		6
11. Une véritable ardoiſe noire, purement argilleuſe, contenant un peu de cuivre ; *Kamm-Schale.*	— —		1
12. Une ardoiſe noire argilleuſe, contenant un peu de cuivre ; *Mittel Schiefer.*	— —		4
NB. L'ardoiſe noire ordinaire, plus abondante en cuivre que les précédentes ; (*gemeine Kupfer-Schiefer.*)	— —		1
14. Une ardoiſe où ſe trouve la miniere de cuivre, brillante & abondante ; *Flötz-ertzte.*	— —		½

NB. Entre les Nos 12. & 14. il n'eſt pas rare de trouver des veines dont la ſituation ſe préſente pour l'ordinaire plûtot perpendiculaire, (*ganghaftig,*) qu'horizontale, (*flötz-artig ;*) de pareils intervalles s'appellent intervalles de veines horizontales, (*wechſel,*) & ils ont coûtume d'être remplis de cadmie foſſile métallique, de pyrite fort riche en cuivre, de verd de gris natif, & quelquefois auſſi d'une galene plus ou moins abondante en argent.

15. Un

	Toiſes métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
15. Un lit formé d'un peu de terre calcaire, mêlée avec de gros ſable & de gros gravier ; les Mineurs l'appellent aſſez improprement *Hornſtein.*	$\frac{1}{2}$	—	—
16. De l'argille bleuâtre ; (*der blaue Lettenſchmitz.*)	— —	—	8
17. Un lit d'un peu de terre argilleuſe, calcaire, mêlée de parties martiales, de miette, de talc, de ſable, & tout rougeâtre ; *das zarte todte.*	1	—	—
18. Une pierre dure, martiale, rougeâtre, compoſée de terre calcaire, de cailloux, de ſable, &c. *das wahre rothefeſte todte*	30.40.50. &c.	—	—
NB. C'eſt jusqu'ici que ſont parvenus les Auteur cités ci-deſſus dans l'examen des veines horizontales. Voici préſentement ce que j'ai obſervé ſous ces couches.			
19. Un lit dur, pierreux, n'entrant point en efferveſcence avec les acides, & appartenant à cette eſpece de pierres cornuës qu'on nomme peu exactement *Jaspides.* Il y a ſouvent dans ce lit des minieres de fer, dures cependant pour la fonte, & pauvres, (*feuerwackiger Eiſenſtein,*) elles ſe laiſſent polir, & alors on les nomme *felſiges Gebürge.*	16	—	—
20. Une pierre ſablonneuſe compoſée d'un gros ſable & d'une terre martiale, & toute rougeâtre ; *rother grober Sand.*	$\frac{3}{4}$	—	—
21. Une pierre ſablonneuſe compoſée d'un ſable plus délié, & d'une terre martiale rouge ; *klarer rother Sand.*	1	—	—

	Toiſes métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
22. Une ardoiſe rouge d'une terre argilleuſe avec des parties martiales ; *rothe Schiefern.*	6 — 8	—	—
23. Une pierre de couleur hépatique, compoſée de terre argilleuſe, & de particules martiales, mais en petite quantité ; *leber-farbenes Gebürge.*	7 — 8	—	—
24. Une ardoiſe bleuâtre de terre argilleuſe ; *das blaue Kohlen-Gebürge.*	8 — 10	—	—
25. Une pierre cornuë cendrée fort dure ; *das Dach der Kohlen.*	$\frac{1}{4}$	—	—
26. Les lithantraces mêmes ; *Stein-Kohlen.*	$\frac{1}{4}$	—	—
27. Une ardoiſe bleuâtre d'une terre argilleuſe de même couleur ; *Blaue-Schiefern.*	$\frac{1}{4}$	—	—
NB. C'eſt dans ce lit que ſe trouvent les empreintes dont on a parlé jusqu'ici, & les petites boules pyriteuſes.			
28. Une pierre noirâtre, en forme d'ardoiſe, mais plus dure.	10	—	—
29. Un lit formé de terre calcaire argilleuſe, de ſable, de cailloux, &c.	10	—	—
30. Un lit rouge tout à fait ſemblable à celui du No. 18. *das rothe Todte unter den Kohlen.*	20 — 30.	—	—
NB. On trouve ſouvent dans ce lit des corps de la groſſeur & de la figure d'un œuf d'oye, qui ſont de la même matiere que le lit même, plus durs cependant, & qu'on peut en ſéparer.			

31. Une

	Toiſes métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
31. Les veines métalliques perpendiculaires, & leurs matrices qui s'étendent à une profondeur plus ou moins grande, ſuivant les montagnes où elle ſe trouvent ; *das Gang-Gebürge.* - -			

On voit par ce qui vient d'être rapporté : 1. Que les lits mêmes qui pris enſemble compoſent les veines horizontales, deſcendent perpendiculairement dans les montagnes qui ont exiſté depuis l'origine du Monde, & y parviennent en quelques endroits jusqu'à la profondeur de 205 $\frac{3}{4}$ toiſes, (*) & 4 pouces ; ce qui revient à 1449 pieds & 7 pouces. 2. Puisqu'à une ſi grande profondeur on trouve des empreintes de fleurs qui ſont au deſſus de toute exception, il eſt évident que ces lits ont été formés, ſoit en un moment, ſoit peu à peu, certainement par hazard. 3. Les figures des fleurs & des plantes qui s'y trouvent empreintes, montrent qu'il y a eu un tems où la ſurface de la Terre a été ſubmergée & inondée dans cet endroit, ou que tous ces lits y ont été transportés d'ailleurs ; en un mot que leur arrangement eſt poſtérieur à la création du Monde. L'obſervation ſuivante fortifie mon ſentiment. En conſidérant que les collines & les côteaux où ces lits ſont renfermés, depuis le village de *Sachswerfen* qui eſt plus bas, vont toujours en montant, & cela pendant l'eſpace d'un mille, en ſuivant la pente de la montagne qui va ſe réunir aux montagnes les plus élevées de la forêt du Hartz, qui y ſont adjacentes ; j'ai d'abord meſuré cette pente qui donne une hypothenuſe des 8000 pieds ci-deſſus mentionnés ; & la profondeur des lits étant égale à 205 $\frac{3}{4}$ toiſes & 4 pouces, ou à 1440 pieds & 7 pouces ; ce qui fait l'autre côté du triangle ; il en réſulte que la baſe eſt égale à 1 $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ mille d'Allemagne. Cela étant préſuppoſé, il paroit avec la plus grande évidence que tous

(*) La toiſe métallique, dite *Lachter*, eſt de 7 pieds, ou de 84 pouces ; mais la Géométrie ſouterraine l'a réduite en 100 pouces plus petits, afin de pouvoir profiter de la commodité du calcul décimal.

les lits dont on a donné l'énumeration, ſont tombés originairement des hautes montagnes de la forêt voiſine, & que divers accidens les ont enſuite augmentés & accumulés. Il y a environ un an & demi que j'ai fourni au public une explication plus complette de l'origine des veines horizontales, dans un eſſai hiſtorique ſur cette matiere ; ainſi je me borne pour le préſent, afin de ne pas donner trop d'étenduë à ce Mémoire, à rechercher l'origine de ces fleurs empreintes ſur l'ardoiſe.

VII. Quoique l'obſervation de ſemblables empreintes ſoit aſſez rare, elle n'a rien pourtant par elle-même qui doive cauſer une trop grande ſurpriſe. Le ſeul Auteur qui ait fait mention d'une fleur ſemblable à la nôtre, eſt Mr. *Volckmann*, dans ſa *Sileſie ſouterraine*, P. I. C. IV. §. 38. p. 113. Tab. XV. fig. 5. Il rapporte qu'auprès de *Laſſig* en Sileſie, parmi d'autres figures d'herbes empreintes ſur une ardoiſe couleur d'orauge, on en trouva une qu'il appelle *Aſter anguſtifolius, vel pyrenaicus præcox, flore cæruleo majori Horti regii Pariſini, & Moriſſon, Hort. Bleſs.* Mais cette ardoiſe avoit été rencontrée preſque à la ſurface de la terre ; & cette contrée montagneuſe étant toute couverte de fleurs de cette eſpece, il n'eſt point du tout ſurprenant, & c'eſt une choſe très facile, que dans des tems peu éloignés, il y en ait eu quelcune que le hazard ait imprimée ſur une terre martiale argilleuſe, ſans compter qu'on n'en a trouvé qu'une ſeule. Mais d'où peut venir l'abondance de ces fleurs dont nous avons rencontré les empreintes à une ſi grande profondeur, puiſqu'il n'y a que les montagnes des environs qui en produiſent ? Nous ne voyons ici que deux ſuppoſitions à faire ; car nous ne comptons pour rien une troiſième qui conſiſte à recourir aux jeux de la Nature : on eſt en droit de la regarder comme l'aſyle de l'ignorance, tant que les faits ſont encore expliquables par des cauſes naturelles. Le premier cas qu'on peut donc ſuppoſer, c'eſt celui d'une inondation qui aura été répanduë autour d'*Ihlefeld*, & des montagnes de la forêt voiſine. Le ſecond ſeroit celui de l'affaiſſement de ce même diſtrict. Quand on parle d'inondation, il ne faut pas d'abord penſer à un Deluge univerſel, tel que celui

lui qui eſt rapporté dans l'Ecriture Sainte, dont toute la face de l'Univers ait été couverte ; car il peut arriver des inondations particulieres, & l'expérience le prouve tous les jours. Les nuës ſurtout qui crévent, ne ſont pas rares dans ces contrées, où l'on voit de fort hautes montagnes. L'immenſe quantité d'eau que le Ciel y verſe dans ces occaſions, arrache les arbres, jette la terre & les plantes du ſommet des montagnes dans les vallées qui ſont au deſſous, de façon que les rochers demeurent tout nuds. On en rencontre beaucoup qui ſont ainſi dépouïllés dans le voiſinage de cette mine de charbon de pierre, entre lesquels les plus remarquables ſont le *Nadelöhr*, & le *Gänſeſchnabel*, ſur lesquels *Behrens* a fait pluſieurs remarques dans ſa *Hercynia curioſa*, p. 116. & 118. Dans des tems plus récens & poſtérieurs à *Behrens*, une ſemblable rupture des nuées a encore changé l'état de deux autres rochers en dépouïllant leurs ſommets ; & à cauſe de la reſſemblance de leurs figures, on les a nommés *le Moine & la Nonne*. Tous ces amas de terre, de pierres, de cailloux, ont inſenſiblement hauſſé les vallées, & produit des collines & des côteaux. J'eſtime donc que nos ardoiſes ſont nées de la premiere cataracte ſemblable des nues, qui a entraîné les plantes & les fleurs dont on trouve l'empreinte ſur ces ardoiſes. Dans la ſuite des tems, les pluyes qui ſont ſurvenues, ne trouvant plus de terre à emporter, ont amolli les pierres les plus dures, le ſable, & même la terre argilleuſe & calcaire, & ont entraîné tout cela dans les vallées. De là plus les lits dont nous avons parlé ſont placés vers le haut, plus ils ſont durs, mêlés, & compoſés. Ce que nous voyons encore arriver tous les jours dans ces contrées, confirme mon ſentiment. Les pluyes détachent presque annuellement de ces montagnes, & ſurtout des rochers mis à nud, des pieces d'un poids énorme, qui monte aſſez ſouvent jusqu'à une centaine de quintaux ; les pluyes, dis-je, entraînent ces maſſes, & les font rouler jusqu'au fonds des vallées. Faut-il s'étonner donc, ſi de pareilles choſes arrivant depuis pluſieurs milliers d'années, il ſe trouve à la fin des collines & des côteaux là où exiſtoient auparavant des vallées ? Mais j'altérerois la vérité, ſi je voulois attribuer le phé-

nomene en queſtion à cette ſeule cauſe. L'affaiſſement des terres y entre auſſi pour beaucoup. Il ne ſuffit pas de l'avancer ; il faut le prouver. En obſervant attentivement la ſituation de cette contrée, j'ai remarqué qu'il y avoit tout à l'entour pluſieurs étangs, & marais, dont il a été impoſſible jusqu'a préſent, aux mortels même les plus curieux, de trouver le fonds. C'eſt ainſi, par exemple, que pas loin de notre mine de charbon de terre, ſe trouve l'étang dont *Behrens* a fait mention, l. cit. p. 91. ſous le nom de *Tantz-deich.* De pareils affaiſſemens de terre ſe préſentent en pluſieurs endroits, & presque tous les jours il en arrive de nouveaux, dont la cauſe eſt bien évidente. En effet on rencontre ſous terre, comme je l'ai rapporté au §. VI. une pierre calcaire, & au deſſous de l'alabaſtrite. Ces deux ſortes de matieres ſont amollies, & comme fonduës, par l'eau qui eſt cachée deſſous. Il faut remarquer que, dans les lieux qui vont en pente, les eaux coulent continuellement ſuivant le cours de cette pente ; mais dans les plaines l'équilibre les rend croupiſſantes ; ce qui produit à la longue l'entiere ſolution de l'alabaſtrite & de la pierre de chaux, qui eſt ſuivie du bouleverſement total.

Sic collapſa ruunt ſubditis culmina fulcris.

Je ne prétens point que perſonne m'en croye ſur ma ſimple parole ; il y a des preuves de fait à portée, & toutes récentes. La curioſité me fit entrer, il y a environ ſix ans, dans la caverne qu'on nomme le *Ziegen-loch*, & que Mr. *Behrens* a décrite, l. c. p. 82. Alors l'entrée de cette caverne étoit aſſez ouverte, de façon que j'y trouvai un accès libre. Deux ans après, cherchant la même ouverture, ce ne fut qu'avec une peine infinie, & même avec un extrême péril, que je la trouvai ; mais y ayant enfin réuſſi, quel changement ne remarquai-je pas dans cette caverne? tout y étoit rempli d'eau, on ne rencontroit point de fonds, en un mot il n'y avoit plus que l'entrée qui fut demeurée acceſſible. Surpris que l'eau ne s'écoulât pas par cette entrée, je ſoupçonnai qu'il y avoit quelque canal caché qui ſervoit à ſon écoulement, ſuivant les loix de l'équilibre hydroſtatique.

Pour

Pour m'en aſſurer, je fis répandre une grande quantité de paille ſur cette eau, & ayant bien obſervé la pente des lits de la montagne, je trouvai, au bout de deux jours, à un mille & demi de là, de l'eau qui ſortoit de la montagne, entraînant cette paille avec ſoi. Les choſes étant ainſi, & non ſeulement les collines, mais auſſi les plaïnes de ces contrées, étant remplies d'alabaſtrite & de pierre calcaire, on n'a aucun lieu de s'étonner, ſi je crois que la terre a pû s'affaiſſer dans la plaine avec les plantes & les fleurs, lorsque ces ſoutiens de pierre ont été ôtés & délayés. On ne doit pas être plus ſurpris de ce qu'au bout d'un long eſpace de tems, ces marais & ces étangs s'étant deſſéchés, on trouve au fonds d'un abyme des veſtiges d'herbes & de fleurs, dont la terre des contrées depuis ſubmergées avoit été autrefois ornée & revêtuë.

VIII. Ceci me paroit ſuffiſant pour rendre raiſon de la figure de l'*Aſter pyrenaicus*, à fleurs bleües, & à feuïlles de ſaule, trouvé à une ſi grande profondeur, & pour expliquer ſon origine. Il ne me reſte, en finiſſant ce Mémoire, qu'à placer ici un petit nombre de theſes qui concernent le ſujet que je viens d'y traiter.

1. Nos empreintes de fleurs ne doivent point être regardées comme des jeux de la Nature.

2. Ces fleurs imprimées par hazard ſont la preuve de quelque révolution, qui a fait deſcendre dans ces lieux profonds ce qui étoit auparavant placé au ſommet des plus hautes montagnes.

3. L'accident qui a cauſé cette révolution peut être expliqué, ou par l'inondation de la contrée, ou par l'affaiſſement de la terre; d'autant plus que quelquefois, ce que j'avois oublié de dire, on rouve en même tems des morceaux de bois changés en agathe. Cela eſt à la vérité aſſez rare; cependant j'en poſſede une piece trouvée dans cet endroit, où l'on peut fort bien diſtinguer l'écorce du bois, le tout étant d'agathe.

4. On

4. On ne ſauroit pourtant nier que, dans quelques endroits, ces deux cauſes n'ayent pû concourir enſemble.

5. Ce n'eſt pas une opinion bien fondée que celle qui refuſe aux plantes & aux végétaux remplis de ſuc, la force d'imprimer leur image, puisque l'*After* & ſes fleurs ont plus de ſuc que l'hépatique, la fougère, &c.

6. Notre Globe terreſtre n'a pas été encore ſuffiſamment viſité, pour que nous puiſſions avoir une parfaite certitude de tous les changemens qu'il a ſoufferts.

EXAMEN CHYMIQUE DU SEL,
AUQUEL ON A VOULU DONNER LE NOM DE VÉRITABLE SEL ALCALI FIXE DE RHINOCEROS.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit du Latin.

I.

Il n'y a pas longtems que notre illuſtre Académie Royale m'a remis un petit vaſe de verre, plein d'une certaine poudre ſaline, ſur lequel celui qui l'avoit envoyée avoit écrit ; *ſel alcali fixe de Rhinoceros.* On me chargea de ſoumettre à un examen chymique la nature de ce ſel, dont on diſoit beaucoup de merveilles dans un petit Ecrit qui y étoit joint, l'Auteur aſſurant qu'il l'avoit tiré de l'urine de ce Rhinoceros, dont il étoit le conducteur & le maître. Je me mis donc en devoir de faire à ce ſujet les eſſais convenables, afin d'en préſenter enſuite mon rapport à l'Académie.

II. D'abord le nom que l'Auteur donne à ce ſel, m'a engagé à en prendre une portion que j'ai exactement pilée dans un mortier de verre avec la moitié de ſel ammoniac, en humectant un peu ce mêlange avec de l'eau chaude, pour découvrir s'il en ſortiroit une humeur volatile ; mais mes narines n'ont pas ſaiſi le moindre indice d'odeur urineuſe. Cette ſeule expérience m'a ſuffiſamment convaincu que ce ſel ne pouvoit porter en aucune maniere le nom de ſel alcali fixe. Je n'ai point pû y trouver non plus de ſel ammoniac, ni rien d'ammoniacal, puiſque l'ayant pilé avec un ſel alcali fixe pur, il n'a pas donné le moindre indice d'urineux ; & même dans toutes les autres épreuves il n'a rien du tout fait voir d'alcalin.

III. Au contraire il a montré manifeſtement une diſpoſition acide. Car ayant diſſous une quantité de ce ſel dans de l'eau diſtillée, & l'ayant filtrée, cette ſolution, en y verſant de la ſolution de ſel alcali fixe, a non ſeulement conçu de l'effervescence ; mais même, en laiſſant tomber une ſeule goutte de ladite ſolution ſur du fer poli, elle l'a manifeſtement rongé, & y a laiſſé une tache cuivreuſe, quoique fort petite ; & même ce ſel, mêlé avec le ſel alcali volatil, a produit une effervescence.

IV. Il s'agiſſoit donc préſentement de rechercher de quelle nature étoit cet acide. Pour cet effet je mis deux dragmes de ce ſel dans une petite retorte de verre garnie ; après quoi y ayant adapté un récipient, & luté les ouvertures, j'en ai entrepris la diſtillation par degrés à un feu découvert. Les vaiſſeaux étant enſuite refroidis, j'ai trouvé dans le récipient environ vint grains d'un eſprit qui ſentoit fortement le ſouffre. Cet eſprit entroit dans une effervescence manifeſte avec la ſolution de ſel alcali fixe ; & l'ayant mêlé avec un ſel alcali fixe diſſous dans de l'eau, jusqu'à une ſaturation complette, j'y verſai encore un peu d'eau, je procurai l'évaporation, je le diſpoſai à la cryſtalliſation, & j'obtins un tartre vitriolé ordinaire. Cela faiſoit voir bien clairement qu'il y avoit dans ce ſel un acide vitriolique.

V. Mais, comme de la maniere ſusdite tout l'acide ne me paroiſſoit pas avoir paſſé par la diſtillation ; après avoir briſé la retorte, j'en tirai le réſidu qui y étoit contenu, fort compacte & tout à fait blanc, peſant quatre ſcrupules, & dix grains. Ayant premièrement pilé ce réſidu dans un mortier de verre, je le fis diſſoudre dans de l'eau diſtillée, & je filtrai la ſolution, qui laiſſa dans le filtre une très petite quantité de terre blanche ; j'employai l'évaporation pour diſpoſer cette ſolution filtrée à la cryſtalliſation, & il ſe forma des cryſtaux, en partie tirant ſur le blanc, & en plus grande partie un peu ſur le verd, lesquels à la vuë & au goût me parurent être d'une nature aluminoſo-vitriolique.

VI.

VI. Je fis diſſoudre de nouveau entierement ces cryſtaux dans l'eau, & ſur cette ſolution j'en verſai peu à peu une de ſel alcali fixe : alors il ſe fit une forte effervescence; & une quantité médiocre de terre jaunâtre en ſe précipitant gagna le fonds. Ce mêlange parfaitement ſaoulé de ſel alcali fixe, fut filtré ; & la terre qui reſta dans le filtre, ayant été édulcorée, j'obſervai qu'elle étoit mànifeſtement martiale. Je fis évaporer la leſſive claire qui avoit été filtrée pour la diſpoſer à la cryſtalliſation ; ce qui étant fait, j'obtins de nouveau un tartre vitriolé ordinaire. Cette Expérience fournit un nouvel indice que ce ſel, quoiqu'on l'expoſe à l'action d'un feu couvert, conſerve encore un acide vitriolique.

VII. De plus, je mêlai une dragme de ce ſel avec partie égale de nitre dépuré pur ; je mis ce mixte dans une retorte garnie, & y ayant adapté le récipient, je conduiſis la diſtillation par degrés jusqu'à l'incandeſcence. Depuis le commencement jusqu'à la fin de la diſtillation il s'éleva des vapeurs rouges. Tout étant réfroidi, je trouvai dans le récipient un eſprit acide de nitre, dégagé du nitre par le prétendu ſel de Rhinoceros. Cet eſprit ſaoulé d'une leſſive de ſel alcali fixe ſe mit d'abord en cryſtaux, qui étoient ſemblables au plus beau nitre. Je fis diſſoudre dans de l'eau diſtillée chaude la maſſe ſaline, d'un brun tirant ſur le rouge, qui étoit reſtée dans la retorte ; je fis évaporer cette ſolution auparavant filtrée, & je la diſpoſai à la cryſtalliſation : alors il ſe forma des cryſtaux qui étoient parfaitement ſemblables à ce ſel qu'on nomme chez les Apoticaires *arcanum duplicatum*, & qui eſt préparé du *caput mortuum* de l'eau forte.

VIII. Qu'il y ait un acide vitriolique mêlé au prétendu ſel de Rhinoceros ; c'eſt ce que démontre encore le mêlange de ce ſel, diſſous dans l'eau, avec les terres calcaires miſes en ſolution dans d'autres acides. La ſolution de craye, par exemple, faite dans l'acide du nitre, ſi l'on y verſe la ſolution du ſel de Rhinoceros, ſe précipite dans un moment, & fournit un magiſtere ſelenitique ; ce que produiſent pareillement tous les ſels moyens, dans leſquels ſe trouve un acide vi-

triolique. La ſolution de ſel de Rhinoceros précipite auſſi ſur le champ la ſolution de Saturne ; mais je n'ai pû obſerver aucune précipitation ſenſible dans la ſolution d'argent & de mercure.

IX. Enfin, j'ai mêlé la ſolution du ſel ſusdit avec cette leſſive qu'on prépare du ſel alcali fixe & du ſang deſſéché par voye de calcination, & qu'on employe pour faire le Bleu de Berlin : ce qui étant fait, j'ai remarqué que, cette leſſive étant verſée, il tomboit auſſitôt au fonds du vaſe un beau précipité bleu ; indice manifeſte qu'il y a du fer mêlé dans notre ſel.

X. Tout ce qui vient d'être rapporté au ſujet de ce qu'on a voulu nommer ſel alcali fixe de Rhinoceros, & les différentes épreuves auxquelles il a été ſoumis, découvrent aſſez à tous ceux qni ſont verſés dans la Chymie, ce que c'eſt que ce ſel merveilleux & tant vanté, de quelles parties eſſentielles il eſt compoſé, & quel effet il eſt capable de produire ſur le corps humain. Il ſera en même tems très facile de comprendre que ce ſel n'a dû en aucune façon être nommé ſel alcali fixe, & qu'il eſt impoſſible qu'il ait été préparé de l'urine de Rhinoceros ; à moins qu'il ne ſe trouvât quelcun qui oſe ſoutenir que l'alun & le vitriol de Mars chargé de quelques particules de cuivre, forment un ſel alcali fixe, & que des ſels de cette nature peuvent exiſter dans le corps d'un ſemblable animal ; ce qui, autant que je puis en juger, ſeroit tout à fait difficile à démontrer.

DE-

DESCRIPTION
D'UN
QUADRUPÈDE D'AMÉRIQUE,
RAPPORTÉ
PAR *M. LINNÆUS*
AU GENRE DES OURS.

PAR M. ROLOFF.

Traduit du Latin.

Ayant eu, il y a quelque tems, l'occaſion d'examiner un quadrupéde ſinguliér, qu'on rencontre rarement dans nos contrées, j'ai crû devoir rendre compte en peu de mots des choſes les plus remarquables que j'ai obſervées dans cet animal.

Sa grandeur répondoit à celle d'un gros Chat ; ſa longueur, depuis l'extrémité de la trompe jusqu'à la queüe, étoit de trois pieds & plus ; & la queüe même avoit un pied & un pouce. Le corps étoit couvert partout de poils épais, aſſez longs & doux ; les plus longs étoient placés ſous le ventre. La couleur de ces poils étoit variée, en partie noire, en partie mêlée de brun & de jaune. Le dos tiroit au noir, entremêlé pourtant de brun ; au contraire vers la tête, le cou, & la queüe, les poils ſe montroient plutôt jaunâtres que noirs. Le front étoit blanchâtre avec des rayes jaunes, qui deſcendoient entre les yeux depuis le front jusqu'au nez. Autour des yeux tout étoit presque noir : les oreilles avoient plus de blanc que de jaune ; & la ſurface antérieure des pieds, tant de devant que de derrière, étoit garnie de poils bruns, courts, & clair-ſemés. La queüe, au commencement

Planche I. cement & au milieu, avoit plus de largeur, que vers la fin; & on y voyoit trois anneaux noirs, & autant de jaunes, mêlés avec un art merveilleux; ceux d'enhaut étoit les plus larges, & ceux d'embas plus étroits. La tête repréſentoit presque la figure d'un triangle: la partie ſupérieure & poſtérieure étoit plus large; vers les narines elle diminuoit. Le nez lui même étoit fort aigu, tout à fait noir, avec deux narines ſemilunaires. A' chaque côté de la bouche on voyoit une barbe de poils blancs, roides, & recourbés; ceux de la lèvre ſupérieure étoient plus longs, & ceux de la lèvre inférieure plus courts.

Pl. II. Fig. 1. La lèvre ſupérieure ſurpaſſoit de beaucoup en longueur la lèvre inférieure, avançant par deſſus d'un pouce & demi. Les oreilles étoient larges vers la baſe, & aiguës à la pointe; elles avoient une extrême mobilité, & étoient pourvuës pour cet effet de forts muſcles.

Les yeux de cet animal n'avoient pas une grandeur proportionnée à celle du reſte du corps; l'œil gauche étoit attaqué d'une cataracte, & l'un & l'autre étoient revêtus d'une membrane clignotante fort manifeſte. Cette membrane recourbée en forme d'arc, s'étendoit du coin intérieur à l'extérieur; & elle avoit une forte adhérence, non
Planche I. let. a. a. ſeulement dans cet endroit, mais auſſi plus bas. Deux petites cornes dont elle étoit pourvuë, la lioient, l'une au coin intérieur, l'autre à l'extérieur. Vers l'œil elle étoit plus large, & vers le nez plus aiguë; pluſieurs vaiſſeaux rouges la coloroient, & ſon extrême mobilité faiſoit qu'elle pouvoit aiſément être tirée en haut: alors elle fermoit parfaitement l'œil entier.

Pl. II. Fig. 2. let. b. c. Les pieds, ou pattes, tant de devant que de derriere, n'avoient pas une grande longueur; ceux de devant étoient plus étroits & plus foibles; ceux de derrière plus forts & plus larges. En bas & ſous les plantes on n'appercevoit aucuns poils; mais ils étoient garnis depuis les ongles jusqu'au talon d'une peau épaiſſe d'un brun rougeâtre. Cette peau avoit pluſieurs lignes, ou traits pareils à ceux de la paume

des

des mains dans les hommes. Cette peau s'élevoit plus haut vers les pieds poſtérieurs, parce que l'animal étoit deſtiné à marcher auſſi ſur les talons.

Chaque pied ſe terminoit en cinq doits ſéparés, qui par deſſous étoient épais, charnus, oblongs, pas bien ronds, comme les Ours ont coutume de les avoir. Les doits des pieds de derrière étoient plus longs & plus forts que ceux des pieds de devant. Le premier étoit tout à fait court ; le ſecond plus long ; le troiſième & le quatrième égaux entr'eux, mais plus longs que le ſecond ; le cinquième plus court que le quatrième, mais plus long que le premier. Chacun de ces doits finiſſoit par un ongle noir & recourbé, qui proportionnellement aux doits a plus ou moins de longueur ; ceux des pieds de derrière ſont néanmoins les plus forts & les plus aigus. Pl. II. Fig. 3. let. *b. c.*

Cet animal qui étoit fort gras, peſoit ſeize livres & demie. C'etoit une femelle, & l'uterus s'ouvroit au bas de l'abdomen par un grand orifice externe.

Les muſcles de l'abdomen étoient fort minces. Le grand *omentum*, ou le *gaſtro-colicum*, étoit non ſeulement cohérent avec la grande courbure du ventricule, mais encore avec le commencement du duodenum, avec le gros inteſtin, & avec la ratte. Cet *omentum* extraordinairement gras, étoit conſtruit d'une façon ſinguliere. Car, depuis la grande courbure du ventricule, il y avoit des rayes graſſes, épaiſſes, & arrondies, toutes paralleles entr'elles, qui deſcendoient dans la cavité de l'abdomen vers le baſſin : & l'on trouvoit entr'elles une membrane celluleuſe de la derniere ſubtilité, ſemblable à une toile d'araignée. Ce grand *omentum*, compoſé de deux lames, de rayes ſubtiles, & de petits quarrés de graiſſe, deſcendoit jusques dans le baſſin, & couvroit tout à fait, non ſeulement les inteſtins, mais encore le ſac du ventricule.

Le petit *omentum*, ou le *gaſtro-hepaticum*, étoit de même fort gras, & tenoit non ſeulement à la petite courbure du ventricule, mais auſſi

auſſi au petit lobe poſtérieur du foye, qui repréſentoit le lobe de *Spigelius*.

Pl. III. Fig. 1. Le foye, dont la couleur étoit mêlée de brun & de rouge, avoit une ſtructure tout à fait ſinguliere. Outre qu'il étoit adhérent à la voûte du diaphragme par un mince ligament qui le tenoit ſuſpendu, & par les ligamens ordinaires à droite & à gauche, il étoit encore pourvû d'un autre ligament au deſſus du rein droit. Il conſiſtoit en ſix lobes, qui étoient tout à fait ſéparés les uns des autres par de pro-
let. *a*. fondes échancrures. Le premier lobe au côté gauche, étoit fait à peu près en demi-lune, & avoit en arrière un bord aigu, où l'on voyoit
let. *b*. & *i*. deux petites entaillures. L'autre lobe étoit oblong, n'ayant pas autant de longueur ni d'épaiſſeur que le premier ; & entre celui-ci & le
let. *c*. ſuivant il y avoit le ligament ſuſpenſoire. Le troiſième lobe étoit le plus grand de tous, épais en haut vers le diaphragme, plus mince en
let. *d*. bas, & pourvu d'un bord aigu. Presque au milieu, mais plus vers le bas, il y avoit dans ce lobe un trou quarré, qui y étoit comme taillé, & d'où ſortoit le fonds de la veſicule du fiel, mais de façon que ce fonds ne s'élevoit point au deſſus de la ſurface du foye. Au deſſus du fonds de la veſicule, le lobe dont nous parlons, avoit deux petites échancrures perpendiculaires, qui ne pénétroient pas auſſi profondément la ſubſtance du foye qu'une autre découpure, placée ſous le fonds de la veſicule, qui s'étendant du bord poſtérieur à l'intérieur,
let. *e*. partageoit en quelque ſorte ce troiſième lobe en deux autres. Le quatrième lobe étoit épais, en forme de cœur ; large par en-haut, plus
let. *f*. pointu vers les bas. Le cinquième lobe, droit, n'etoit pas auſſi long que le premier ; il avoit une figure irréguliere, qui approchoit cependant de la triangulaire ; au deſſus & par derrière il étoit pourvu d'un
let. *g*. appendice épais & rond, qui repréſentoit un ſixième lobe, ou plutôt le lobule de *Spigelius* ; & cela d'autant plus, que le petit *omentum* y étoit lié. La veine cave pénétroit entre le troiſième & quatrième lobe dans la ſubſtance du foye, de façon cependant qu'un rameau de
let. *h*. cette veine perçoit auſſi le cinquième lobe. La ſurface antérieure du

du foye étoit convexe, la poſtérieure concave ; & dans cette ſurface poſtérieure du troiſième lobe, on voyoit une foſſe pour la veſicule du fiel, & ſurtout pour ſon col.

La ratte avec le pancréas avoient une figure oblongue, & l'on n'y trouvoit rien de remarquable. Le ventricule étoit ſemblable au ventricule humain.

Les reins n'étoient pas aſſez grands en comparaiſon du reſte du corps, & chacun d'eux avoit ſa capſule rénale. Leur ſubſtance étoit compacte, & l'on n'y remarquoit rien qui tint de la ſtructure lobuleuſe qu'on rencontre dans les Ours.

Tout le conduit inteſtinal, depuis le pylore jusqu'à l'orifice de l'anus, étoit de ſept aunes. La longueur des inteſtins grêles alloit au delà de ſix aunes ; & le conduit des gros inteſtins n'avoit qu'une demi-aune. Ce qu'il y avoit de plus remarquable dans ces boyaux, c'eſt Pl. III. Fig. 2. que vers la fin du boyau grêle, & au commencement du gros, il n'y avoit ni valvule, ni rien qui reſſemblât au *proceſſus vermiformis*, & à l'inteſtin *cæcum*. Cependant tous les boyaux n'étoient pas d'une égale let. *a. b. c.* épaiſſeur, comme le prétend Mr. *Linnæus*, mais à la fin de l'inteſtin grêle, le gros boyau ſe gonfloit d'abord ; ſeulement il formoit avec le grêle un canal continu, & ſans aucune interruption.

On n'obſervoit aucune différence, tant entre le commencement & la fin de l'inteſtin grêle, qu'entre le commencement & la fin du gros inteſtin. La fin du grêle avoit la même capacité que le commencement ; & il en étoit ainſi du gros.

La ſurface intérieure du conduit inteſtinal grêle, à l'exception du *duodenum*, étoit remplie de douze amas de glandules, ou follicules. Elles étoient d'une couleur cendrée ; adhérentes par longs amas à la tunique villeuſe, & aſſez reſſemblantes à quelque tiſſu réticulaire. Chaque amas étoit diſtant d'un autre de quelques pouces, ſans qu'on

trouvât dans ces eſpaces intermédiaires, ni dans tout le *duodenum*, aucun veſtige de ſemblables follicules. A la fin du *duodenum* ſe préſentoit un de ces amas, qui étoit fort court. Mais plus ils deſcendoient vers le gros boyau, plus ils avoient de longueur & d'épaiſſeur ; en ſorte que le dernier amas, placé à la fin du boyau grêle, étoit le plus long & le plus remarquable de tous. Cet amas atteignoit bien jusqu'à la fin du boyau grêle, mais il n'entroit pas le moins du monde dans le commencement du gros.

Pl. III. Fig. 2. let. *d. d.*

La ſurface interne de celui-ci étoit non ſeulement tout à fait deſtituée des amas de glandules qu'on vient de décrire, & de valvules, ou de rides valvuleuſes ; mais à leur place elle étoit remplie de pluſieurs pores excrétoires, ſemblables à des points noirs & livides, qui diſperſés çà & là, ſe rencontroient dans le plus grand nombre vers l'orifice de l'anus.

La veſſie de l'urine étoit d'une figure ovale, avec un col de trois pouces de long, qui deſcendoit en courbure. Ce col, cohérent au vagin & au col de l'uterus par une forte celluleuſe, s'ouvroit en un angle aigu au milieu du vagin. Le vagin même avoit plus de largeur au milieu, & devenoit plus étroit vers le haut & le bas, étant formé d'un canal membraneux de cinq pouces de longueur. Il ſe continuoit en un *uterus* mince & presque cylindrique, pourvû de deux cornes, tellement étroites & presque deſtituées de toute cavité, qu'on ne pouvoit y introduire le moindre air, ni la pointe la plus fine d'un Inſtrument. L'orifice du vagin étoit aſſez grand par rapport à l'*uterus* ; & il y avoit au deſſus un *clitoris* fort & oſſeux, que couvroit un prépuce d'une grandeur conſidérable.

Les viſcères du thorax n'offroient presque rien de remarquable. Le poumon droit étoit formé de quatre lobes ; le gauche de deux ſeulement, ſéparés l'un de l'autre par de profondes inciſures. Il ne montoit de l'arc de l'aorte que deux troncs, dont le droit ſe partageoit en

en deux autres, après avoir parcouru un court eſpace, comme ſimple & unique.

On ne ſauroit rien dire de certain, au ſujet des mammelles, parce que l'abondance de la graiſſe les avoit tout à fait effacées.

Quant aux os de cet animal, les deux mâchoires avoient chacune vint dents, ſçavoir douze dents molaires, ſix inciſives, & deux canines. Les dents inciſives de la mâchoire ſupérieure étoient plus fortes que celles d'embas ; en ſorte cependant, que celles du milieu étoient plus foibles, au lieu que celles qui approchoient des dents canines avoient plus de force. Les dents canines de la mâchoire ſupérieure étoient plus droites ; mais en bas elles étoient recourbées en crochet, & fort aiguës. Les dents molaires d'embas ſurpaſſoient en force celles d'enhaut. On en trouvoit ſix dans chaque côté de la mâchoire, dont les trois antérieures étoient plus foibles, & avoient une pointe triangulaire, tandis que les trois poſtérieures au contraire avoient plus de largeur & de force.

Toute la colomne de l'épine étoit compoſée de quarante cinq os, ſçavoir des ſix vertébres du cou, de quatorze vertébres du dos, de ſix vertébres des lombes, & de dix-ſept petits os du coccyx. Les vrayes vertébres, ſurtout les dernieres du dos & des lombes, étoient formées par neuf apophyſes, dont il y en avoit une de l'épine, deux transverſes, quatre obliques, & les deux dernieres étoient des *proceſſus*, ou avances, placées ſous un angle tout à fait aigu à côté du corps de la vertébre, & qui embraſſent en quelque ſorte les apophyſes obliques ſupérieures de la vertébre ſuivante.

Chaque côté du thorax avoit quatorze côtes ; & elles étoient par conſéquent en tout au nombre de vint-huit. Les dix ſupérieures de chaque côté étoient de vrayes côtes, & les quatre inférieures fauſſes, parce que les cartilages de ces dernieres n'atteignoient pas au *ſternum*. La ſtructure de celui-ci conſiſtoit en huit petits os cylindriques, ſéparés les uns des autres par le moyen d'un cartilage, & par embas il

étoit garni d'un petit cartilage xiphoïde ; de façon que les côtes s'articuloient avec les ſymphyſes cartilagineuſes du *ſternum*. A l'egard des os des pieds, chaque pied étoit compoſé des cinq os du metatarſe, & chaque doit de trois oſſelets ſéparés ; à l'exception néanmoins du pouce, qui tant dans les pieds de devant que dans ceux de derrière n'a que deux oſſelets. Les autres os n'ont rien qui mérite qu'on s'y arrête.

L'animal que nous décrivons, ſe tenoit comme les ſinges ſur les pieds de derrière, & ſe ſervoit de ceux de devant pour prendre ſa nourriture, en guiſe de mains. Si on lui donnoit un morceau de pain, ou quelque autre choſe, qu'on eut jetté auparavant dans l'eau afin qu'il s'y amollit, il l'en tiroit avec les pieds de devant, & le dévoroit. Il ſe nourriſſoit d'amandes, de raiſins ſecs, de biſcuit, de poiſſon cru, & de chair ; mais il aimoit ſurtout beaucoup le poiſſon frit.

La patrie de cet animal eſt l'Amérique, tant méridionale que ſeptentrionale ; car, ſuivant *Marggraf*, on le trouve dans le Breſil, & *Ray* témoigne qu'il exiſte dans la Virginie.

Les Auteurs ſont fort peu d'accord, tant ſur ſa dénomination que ſur ſa deſcription ; nous nous bornerons à examiner les principales opinions, pour tâcher d'abord d'en démêler le ſens, & enſuite d'en concilier les contrariétés.

Les Breſiliens appellent ce quadrupede dans leur langue *Conti* ; & c'eſt le nom que *Marggraf* a conſervé dans ſon *Hiſtoire du Breſil*, où p. 228. il décrit notre animal en ces termes. „ Le *Conti* des Breſiliens, dit il, eſt un Renard de la grandeur d'un Chat, avec de „ courtes jambes, & les mains d'un Singe. Ils grimpent auſſi comme les ſinges avec viteſſe ſur les arbres, & courent jusqu'aux extrémités des branches ; ils vivent de fruits, mais très volontiers d'œufs „ & de poules ; les pieds de derrière ſont plus grands que ceux de „ devant ; & à chaque pied ils ont cinq doits avec des ongles aigus.

„ Leur

„ Leur tête eſt pointue comme celle du Renard, avec des oreilles „ courtes & arrondies comme celles du Chat : ils ont la partie inféri- „ eure de la bouche plus courte que la ſupérieure, qui s'avance en „ une longue trompe pointuë, avec d'amples narines, comme des „ fentes. Les yeux ſont noirs. Les poils de tout le corps, longs, „ ont une couleur d'ocre foncé. La queüe eſt plus longue que tout „ le corps ; l'animal l'a porte relevée & recourbée en haut ; les poils „ de cette queüe ſont variés en forme d'anneaux, mêlés d'ombre & „ d'ocre. Quand il mange, il tient la nourriture comme les chiens „ avec les pieds de devant. „

Cette deſcription même de *Marggraf* a été inférée par *Jonſton*, presque ſans rien changer aux termes, dans ſon *Hiſtoire Naturelle*, p. 95. Elle s'accorde avec la nôtre dans toutes les parties, à l'exception de la queüe, qui eſt non ſeulement plus courte que le reſte du corps, mais que l'animal ne porte pas recourbée & dreſſée vers le haut.

Wormius, à qui on avoit envoyé le *Coati* d'Amſterdam ſous le nom de *Chat d'Amérique*, en fait dans ſon *Muſæum* p. 319. une courte deſcription, dans laquelle il confirme expreſſément que la queüe de cet animal eſt épaiſſe & large vers les feſſes, mais qu'elle n'eſt pas auſſi longue que le corps même. Il diffère d'ailleurs de nous en ce qu'il attribuë aux poils une couleur plutôt cendrée, que jaunâtre & brune. Mais une auſſi légere différence de couleur peut venir de l'âge, ou de quelques autres cauſes peu importantes, & n'apporte aucun changement au fonds même des choſes. Car nous obſervons tous les jours dans les animaux de nos contrées, que pluſieurs individus du même genre & de la même eſpece, différent les uns des autres, non ſeulement en couleur, mais encore en quelques autres circonſtances qui ne ſont pas plus conſidérables.

Ray, dans ſa deſcription des quadrupedes, p. 179. appelle le nôtre un animal d'Amérique ſemblable au Renard ; & Mr. *Linnæus*, dans

dans ſon *Syſtème de la Nature*, le met dans la claſſe des Ours, l'appellant un Ours à longue queüe. Dans le Tom. IX. des Mémoires de l'Académie de Suede, il en fait une courte deſcription, à laquelle il a joint une figure, mais qui n'eſt pas tout à fait exacte. Je ne vois pas aſſurément de quel droit Mr. *Linnæus* compte ce quadrupede parmi les Ours. Je ſais à la vérité que ce Savant met entre les marques caractériſtiques de l'Ours, d'avoir cinq doits aux pieds, & le pouce placé en dehors. Je ne nie pas non plus, que le doit extérieur de notre *Coati* ne paroiſſe au premier coup d'œil un peu plus court que les autres; mais cela n'a lieu que dans l'animal vivant, & lorsque les pieds ſont couverts de leur peau. Car, ſi nous conſidérons attentivement les os, il paroit alors de la maniere la plus manifeſte, que le doit extérieur eſt plus long que l'intérieur, l'extérieur étant compoſé de trois oſſelets, au lieu que l'intérieur n'en a que deux; ce qui eſt encore plus manifeſte dans les pieds de derrière. De plus, toute l'apparence extérieure non ſeulement, mais encore la ſtructure interne, différent totalement de l'Ours, & n'ont rien de commun avec lui, que la faculté de ſe tenir ſur les pieds de derrière, & de marcher ſur les talons; ce que nous ne laiſſons pas d'obſerver auſſi en pluſieurs autres animaux.

La figure extérieure de notre quadrupede avec la diverſe couleur de ſes poils, différe beaucoup de l'Ours, comme cela paroitra d'abord à tous ceux qui les conſidéreront. La tête de l'Ours n'eſt pas auſſi pointuë par devant, mais elle eſt beaucoup plus ronde; ſes oreilles ſont plus longues, ſes dents diverſes, il n'a aucun veſtige de barbe, ni de trompe, ſa lèvre d'enhaut étant de la même longueur que celle d'embas. Les pieds de l'Ours ſont bien compoſés pareillement de cinq doits, mais ils ſe terminent par embas en une tuberoſité épaiſſe, ronde, & garnie partout de poils; au lieu que dans notre animal les doits ne ſont pas ronds & tuberculeux, & qu'ils ont la ſurface entierement raſe, ſans aucun poil. D'ailleurs le dos des Ours eſt beaucoup plus élevé, & plus arrondi vers le derrière; & la queuë eſt tout à fait différente. Cette diverſité ne regarde pas ſeulement la figure extérieure;

térieure ; elle s'étend auſſi à la ſtructure interne des viſceres, qui n'a aucun rapport avec celle de l'Ours.

Les reins de l'Ours ont non ſeulement quelque choſe de tout particulier, ſçavoir d'être compoſés de pluſieurs lobules ; mais leur ventricule reſſerré au milieu s'élargit vers la fin ; ce qui lui donne l'air d'un double ventricule. Or rien de tout cela ne ſe trouve dans le *Coati ;* ce qui a engagé *Marggraff* & *Ray* à le mettre avec beaucoup plus de raiſon dans la claſſe des Renards, avec qui il a un très grand rapport, tandis qu'il n'en a point du tout avec les Ours.

La courte deſcription anatomique que Mr. *Linnæus* en a donné s'écarte en pluſieurs endroits de la nôtre. Il a entierement nié l'exiſtence de la membrane clignottante, quoiqu'elle ſoit cependant très manifeſte ; & il affirme que tous les inteſtins ont une épaiſſeur égale, & néanmoins elle diffère beaucoup. Je paſſe ſous ſilence quelques obſervations qui répugnent encore aux nôtres.

Major, dans ſon *Anatomia miſcellanea*, fait auſſi mention de ce quadrupède d'Amérique, & le rapporte à l'eſpece des bléreaux ; dont il diffère à pluſieurs égards. Le même Auteur prétend auſſi, que cet animal a un trou ſous le ventricule, par lequel il ſuce un ſuc glutineux ; mais il n'y a pas le moindre veſtige d'un ſemblable trou.

On nous apporte en abondance d'Amérique des peaux de ces Animaux ; & les Pelletiers, qui s'en ſervent pour garnir divers habillemens, leur donnent en Allemand le nom de *Schuppen-Felle.*

La ſtructure des inteſtins étant ce qu'il y a de plus digne d'attention dans cet animal, nous allons examiner ſuccintement cette ſtructure ſinguliere.

On ſçait par l'Anatomie comparée, que tous les animaux rapaces & carnaciers n'ont que des inteſtins courts, au lieu que les animaux que ſe nourriſſent d'herbes ont le conduit inteſtinal beaucoup plus long. La fabrique du ventricule & des inteſtins dans le *Coati*, témoignent aſſez que la Nature l'a deſtiné à vivre de l'une & de l'autre manie-

maniere ; car il ſe nourriſſoit de viande, mais en petite quantité, au lieu qu'il mangeoit beaucoup de végétaux. C'eſt à cauſe de cela qu'il faloit qu'il eut le conduit des inteſtins grêles, long, afin de pouvoir d'autant mieux digérer des alimens de toute eſpece, & en tirer le chyle néceſſaire ; au lieu qu'une pareille longueur auroit été ſuperfluë, s'il n'avoit vêcu que de viande.

Le gros boyau, par rapport au canal inteſtinal entier, étoit fort court, pour faciliter la ſortie d'autant plus promte des excrémens ; & c'eſt pour cela auſſi qu'il n'avoit aucunes courbures, deſcendant tout droit dans le baſſin. En effet un plus long ſéjour des excrémens, en procurant la réſorption des parties alcalines, auroit cauſé la pourriture & la deſtruction des fluides. Le défaut de rides valvuleuſes dans la tunique intérieure du gros boyau, aidoit auſſi beaucoup la deſcente des matieres fecales ; & cela fournit en même tems la raiſon, pourquoi ce que cet animal rend par l'anus, n'étoit pas figuré & dur, mais fort liquide. Car étant certainement perſuadé, comme je le ſuis, que les gros boyaux n'ont point été faits pour l'extraction du chyle, puiſqu'on n'y remarque, pas même dans l'homme, la moindre trace des villoſités inteſtinales qui ſeroient néceſſaires pour cet effet, mais qu'au contraire leur admirable ſtructure eſt tout à fait différente ; on peut en conclure que la longueur des gros boyaux auroit été une choſe tout à fait ſuperfluë, & inutile dans le *Coati*.

Nous voyons encore clairement par la ſituation des inteſtins de cet animal, pourquoi la Nature n'a pourvû la fin du boyau grêle & le commencement du gros, d'aucune valvule du colon. C'eſt qu'il n'y avoit rien du tout à craindre pour le retour des excrémens du gros boyau dans le grêle ; car le gros boyau n'étoit pas ſeulement fort court, mais il deſcendoit auſſi tout à fait perpendiculairement, de ſorte que le propre poids des excrèmens les forçoit toujours à deſcendre, ſans pouvoir jamais remonter ; ainſi il n'étoit pas néceſſaire de fermer l'accès vers le haut par une valvule dans ce cas, où les matieres étoient dans l'impoſſibilité de régorger jamais par cette voye.

Cette

Cette même ſtructure des inteſtins nous enſeigne pourquoi le *proceſſus* vermiculaire manque tout à fait ici. C'eſt que ce *proceſſus*, qui eſt rempli partout de glandules muqueuſes, eſt uniquement deſtiné à verſer dans le *cæcum* la mucoſité, dont les excrémens durs doivent être enduits. Or le gros boyau, dans notre quadrupède d'Amérique, ayant été non ſeulement tout à fait deſtitué du *cæcum*, mais tout le conduit inteſtinal mince ayant été garni en pluſieurs endroits, & ſurtout vers la fin, de pluſieurs follicules muqueux, rangés d'une façon particuliere, & dont nous avons donné ci-deſſus la deſcription ; il en réſulte qu'un ſemblable *proceſſus* vermiculaire n'étoit pas d'une abſolue néceſſité, parce que les glandules ſusdites le remplaçoient ſuffiſamment.

En effet, quoique ce qu'on a coûtume de décrire dans les inteſtins grêles de l'homme ſous le nom de glandules agminées, ne ſoit autre choſe que les poils des inteſtins accumulés en grands monceaux, & qui diffèrent beaucoup des vrayes glandules inteſtinales nubeculeuſes, comme je m'en ſuis amplement convaincu en examinant ces préparations anatomiques du célébre *Liebcrkühn*, qui ſurpaſſent tout art humain ; il demeure cependant fort vraiſemblable, que l'homme auroit pû ſe paſſer également du *proceſſus* vermiculaire, s'il avoit été pourvû de glandules inteſtinales dont la diſpoſition & la ſtructure euſſent été les mêmes que dans l'animal dont nous venons de donner la deſcription. Ce n'eſt pas à dire pourtant, & nous n'avons garde de l'avancer, que le *proceſſus* vermiculaire ſoit une choſe ſuperfluë & inutile dans l'homme.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

On y voit les parties extérieures de l'animal, deſſinées d'après nature, avec la membrane clignottante fort manifeſte. let. *a*, *a*.

PLANCHE II.

Fig. I. La partie inférieure de la tête & de la bouche.
a. La lèvre ſupérieure avec la trompe qui s'avance beaucoup.
b. La lèvre inférieure.

Fig. II. *a*. Un des pieds de devant.
b. La ſurface inférieure du pied, tout à fait dégarnie de poils, & où l'on voit pluſieurs fentes, ou traits, comme dans la paume de la main humaine.
c. La ſurface inférieure des doits de devant.

Fig. III. *a*. Un des pieds de derrière.
b. La ſurface inférieure, dégarnie de poils, & montant juſqu'au talon.
c. La ſurface inférieure des doits de derrière.

PLANCHE III.

Fig. I La ſurface convexe du foye.
a. Le premier lobe, en forme d'arc, placé à gauche.
b. Le ſecond lobe.
c. Le troiſième lobe & le plus grand.
d. Le fonds de la veſicule du fiel, ſortant d'un trou quarré de ce lobe.
e. Le quatrième lobe, en forme de cœur, placé à droite.
f. Le cinquième lobe.
g. Le ſixième lobule, poſtérieur, ou de *Spigelius*.
h. La veine cave.
i. Une partie du ligament ſuſpenſoire.

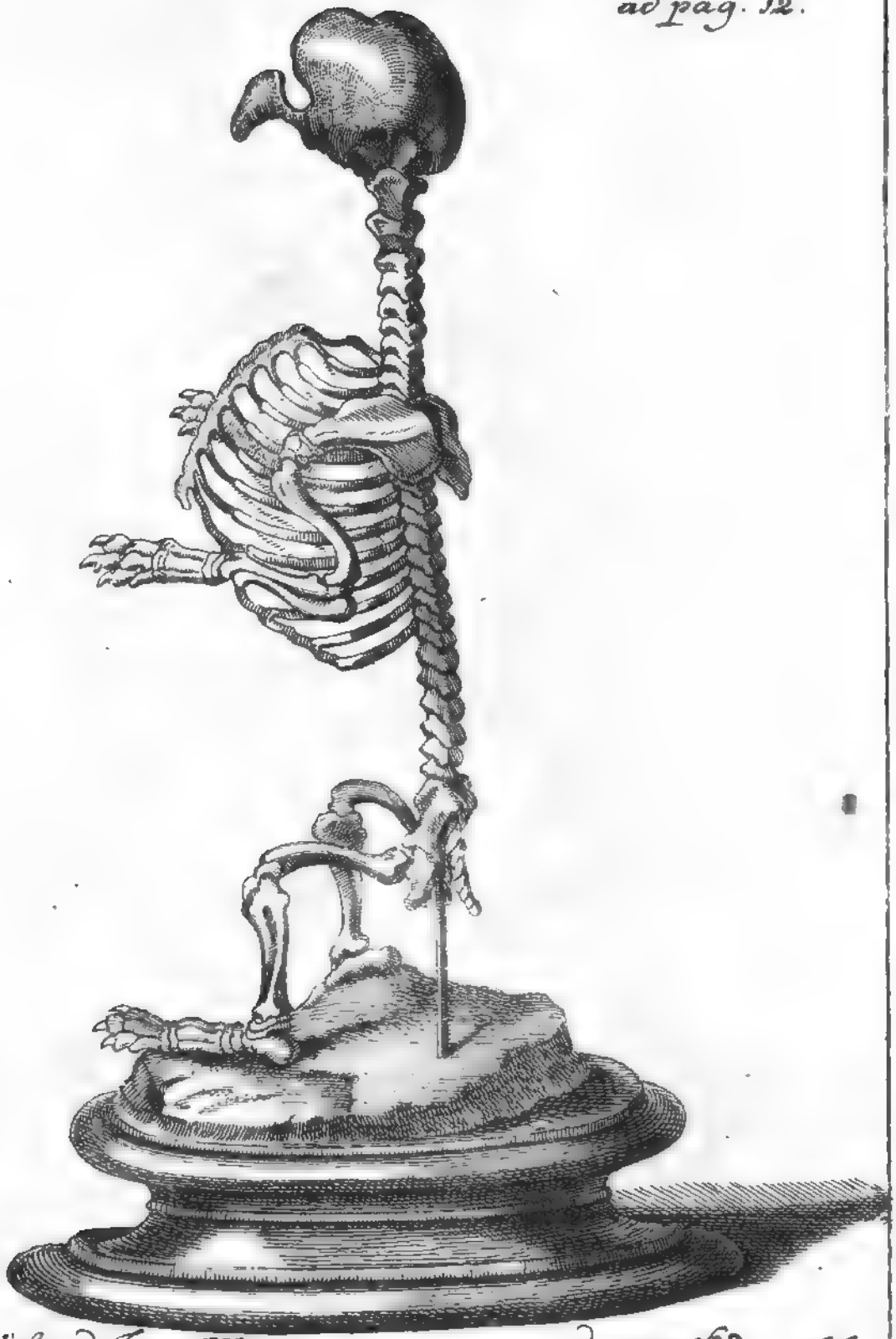
Fig. II. *a*. L'inteſtin grêle.
b. Le gros inteſtin.
c. La fin du grêle, & le commencement du gros inteſtin.
d, *d*. La partie d'un lieu glanduleux de l'inteſtin grêle, qui paroit au travers des tuniques, & qui tient la place du *proceſſus* vermiculaire.

ME'MOI-

Tab. I.
ad pag. 33.

Mem de l'Acad Tom XII. ad pag. 362.

Tab. II
ad pag. 12.



Mem. de l'Acad. Tom. XII. ad pag. 162. FF.

Mem. de l'Acad. Tom. XII. pag. 362.

Tab II.
ad pag. 150.

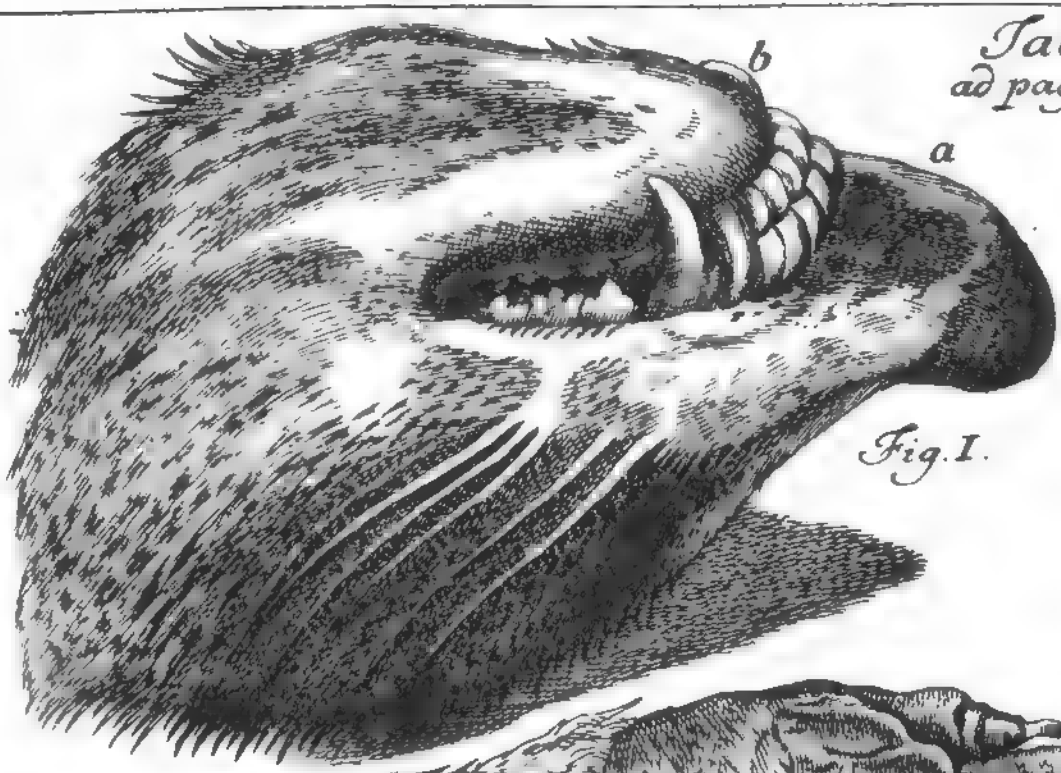


Fig. I.

Fig II

Fig. III

Frisch fc

Mem de l'Acad. Tom. XII. pag. 162.

Tab. III
ad pag. 352.

Fig. I.

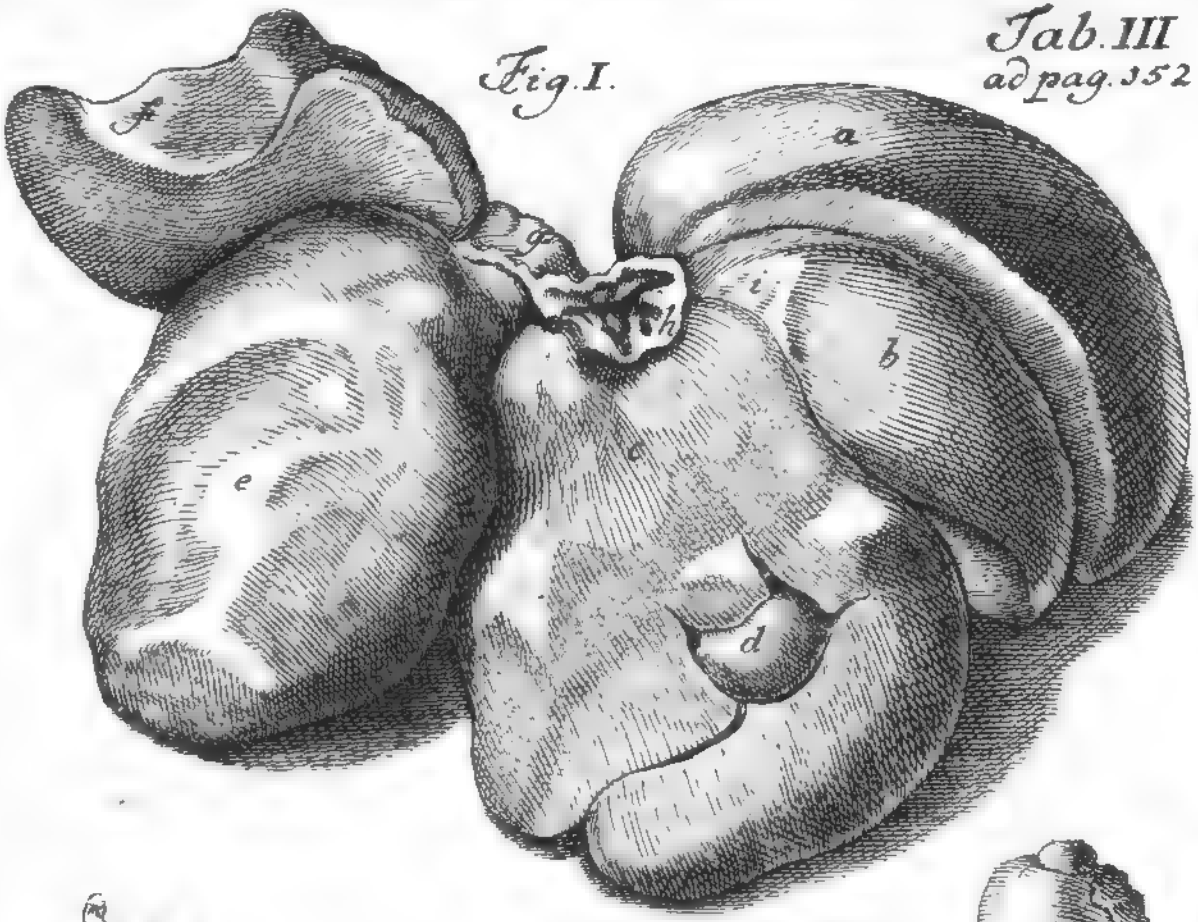


Fig. II.

Mem. de l'Acad. Tom. XII. p. 162.

Frisch. fc.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* *
*

RECHERCHES
PLUS EXACTES SUR L'EFFET DES MOULINS À VENT.

PAR M. EULER.

I.

Lorsque je traitai cette matiere, il y a quelques années, j'ai fondé mes calculs ſur l'hypotheſe commune, que l'effet d'un fluide, qui heurte contre une ſurface, eſt en raiſon compoſée du quarré de la viteſſe, & du quarré du ſinus de l'angle d'incidence : non que je croyois, que cette hypotheſe étoit entierement conforme à la vérité, mais plutôt, puisque la veritable loi de ces forces eſt encore inconnue. Je conviens même que, dans la détermination de la force du vent, cette hypotheſe peut s'ecarter très conſidérablement de la verité, à cauſe de la grande force de la preſſion de l'atmoſphère, qui peut être fort dérangée par l'impulſion du vent, tandis que la même hypotheſe, lorsqu'il s'agit de déterminer l'impulſion de l'eau, ſe trouve plus d'accord avec les expériences ; quoique les aberrations y deviennent auſſi ſouvent aſſés remarquables. Donc, ſi j'ai employé cette hypotheſe defectueuſe dans mes recherches ſur l'effet des moulins à vent, c'eſt uniquement à elle qu'il faudra attribuer les erreurs, que la comparaiſon du calcul avec les expériences nous donnera à connoitre.

II. Or il eſt certain, qu'un corps en repos, qui reçoit l'impulſion d'un fluide, en eſt également frappé, que ſi ce même corps ſe mouvoit dans le fluide avec la même viteſſe : & partant ce qu'on nomme impulſion dans le premier cas, ne differe point de ce qu'on nomme réſiſtance dans l'autre. C'eſt donc une complette connoiſſance de la réſiſtance, qui nous manque encore dans ces ſortes de recherches ; & avant qu'on parvienne à cette connoiſſance, on ne ſauroit eſpérer, que la théorie ſur les effets des machines, qui ſont agitées par l'impulſion de quelque fluide, ſoit parfaitement d'accord avec l'expérience. Il y a longtems qu'on a remarqué, que l'hypotheſe commune de la réſiſtance ſatisfait fort peu à quantité d'expériences, qu'on a faites ſur la réſiſtance des fluides : cependant on n'en a pu decouvrir jusqu'ici la veritable théorie, qui ſemble même demander des recherches trop profondes, pour que nous puiſſions eſpérer d'y arriver ſi tôt. On ne doit donc pas être ſurpris, ſi dans le calcul on s'arrête encore à cette hypotheſe, qu'on n'ignore pas être inſuffiſante.

III. Pour peu qu'on examine auſſi les fondemens, ſur lesquels cette hypotheſe eſt établie, on les trouve d'abord très foibles & entierement chimériques. On s'eſt repréſenté la réſiſtance comme l'effet d'un choc, qu'un corps éprouve à chaque inſtant, en traverſant un fluide : & afin que chaque partie du fluide, qui a déjà eſſuyé le choc, ne trouble pas le ſuivant, on s'imagine, comme ſi elle étoit ſubitement anéantie, & que le corps rencontre à chaque inſtant une nouvelle couche du fluide en repos, contre laquelle il choque avec ſa viteſſe entiere. Or on voit d'abord que toute cette repréſentation eſt chimérique, & que lorsqu'un corps ſe meut dans un fluide, celui-ci en eſt d'abord mis dans un certain mouvement, par lequel le corps pouſſe le fluide devant lui, qui découle enſuite autour du corps pour remplir l'eſpace, qu'il laiſſe vuide derriere lui. Dans cet état le fluide exerce tout autour du corps une certaine preſſion ſur lui, & la réſiſtance n'eſt autre choſe, que l'excés de la preſſion du fluide ſur la partie antérieure, ſur celle que la poſtérieure ſoutient ; d'où il eſt evident que la

reſis-

réſiſtance eſt fort mal repréſentée par une continuelle répétition d'un choc, que le corps exerce ſur les parties du fluide.

IV. Cependant il faut convenir que, quelque contraires que ſoient ces fondemens de l'hypotheſe commune à la vérité, il y a pourtant des cas, où elle ne s'écarte pas beaucoup de la vérité, & où l'on s'en peut ſervir ſans tomber dans des erreurs trop énormes. Cela arrive à peu près, lorsque la preſſion naturelle du fluide ſur le corps eſt fort petite, comme ſi la queſtion roule ſur la réſiſtance qu'un corps, qui nage ſur l'eau, ou qui n'y eſt pas profondement ſubmergé, éprouve. Mais, quand un corps eſt jetté dans l'air, la diverſe preſſion de l'atmosphere peut cauſer de ſi grands deſordres, que la réſiſtance devienne très différente de celle que l'hypotheſe commune indique. On n'a qu'à concevoir le cas, où le corps ſe meut plus vite, que l'air ne ſauroit occuper ſubitement les lieux, que le corps vient de quitter, de ſorte qu'il ſe trouve toujours derriere le corps un eſpace vuide d'air, & on verra qu'outre la réſiſtance ordinaire il s'oppoſe au mouvement du corps toute la preſſion de l'atmosphere ; qui agiſſant ſur la partie antérieure du corps, & n'étant pas contrebalancée par une ſemblable preſſion ſur la partie poſtérieure, doit très conſidérablement augmenter la réſiſtance.

V. Auſſi voit-on par les Expériences que Mr. *Robins* a faites ſur le mouvement des boulets à canon, que la réſiſtance eſt de beaucoup plus grande, qu'elle devroit être ſelon l'hypotheſe commune. Car, quand même leur viteſſe n'eſt pas ſi grande, qu'ils laiſſent après eux un eſpace vuide, l'air y doit toujours être moins denſe que devant le corps ; & alors, pour avoir la réſiſtance entiere, il y faut encore ajouter l'excès de la preſſion d'avant ſur celle de derriere. Il eſt auſſi clair que, plus le mouvement du corps eſt lent, plus petit auſſi doit être cet excès: & il y a apparence que cet excès croit dans une raiſon moindre que celle des quarrés de la viteſſe, puiſqu'il devient enfin conſtant. D'où il s'enſuit que la réſiſtance totale eſt compoſée de deux parties, dont l'une eſt proportionelle au quarré de la viteſſe, mais

mais l'autre à une fonction des viteſſes, qui croit moins que leur quarré. Par conſéquent la véritable réſiſtance des corps mûs dans l'air, ſera non ſeulement plus grande que l'hypotheſe commune l'indique, mais encore, en augmentant la viteſſe, elle croitra ſuivant une raiſon moindre que celle des quarrés de la viteſſe.

VI. Or, ſi la réſiſtance qu'un corps jetté dans l'air éprouve, eſt plus grande que ſelon l'hypotheſe commune, il s'enſuit néceſſairement, qu'un corps expoſé à l'impulſion du vent, en eſt pouſſé par une plus grande force que ſi on l'eſtimoit conformément à la même hypotheſe. Ou bien il ſouffrira, outre la force qu'on attribue communément au choc, encore l'excés de la preſſion de l'atmosphere que la partie expoſée au vent ſoutient ſur celle de derriere. Car ſi un corps, comme une voile, eſt oppoſé à la force du vent, on conçoit aiſément, que derriere ce corps la denſité, & partant auſſi la preſſion de l'air, ne ſauroit être ſi grande, que ſi l'air étoit en repos; & cela par la même raiſon, qu'un corps lancé dans l'air avec une fort grande viteſſe laiſſe après lui un eſpace vuide. On pourroit s'aſſurer de cet effet en plaçant derriere la voile pendant un grand vent un barometre, qui montreroit infailliblement une moindre hauteur, que s'il étoit aſſés eloigné de la voile. Pluſieurs expériences de cette eſpece fourniront auſſi le plus ſur moyen de nous donner à connoitre cet effet: puiſque la théorie eſt encore trop peu developée pour nous conduire à cette connoiſſance.

VII. Lorſque je déterminai dans le VIII. Volume de ces Mémoires la quantité d'eau, qu'un moulin à vent eſt capable d'elever à une hauteur donnée, je n'ai eu égard qu'à la partie de la force, qu'on attribue à l'impulſion, ayant fondé mes calculs uniquement ſur l'hypotheſe ordinaire. Mais, dans un Mémoire inſéré au IX. Volume ſur le mouvement des bombes, j'ai obſervé que la réſiſtance actuelle eſt environ trois fois plus grande, que ſi on la déterminoit par l'hypotheſe commune. Donc, puiſqu'il eſt à préſumer, que la force actuelle du vent reçoit une pareille augmentation à peu près, il n'y a aucun doute

que

que l'effet des moulins à vent ne ſurpaſſe très conſidérablement celui que je leur avois aſſigné, & qu'il ne puiſſe devenir jusqu'à trois fois plus grand : lorsqu'on obſerve tous les avantages, dont ces machines ſont ſusceptibles. Cependant, puisque la théorie nous manque, je n'oſerois prononcer rien de précis là deſſus : & il n'y a d'autres moyens pour nous éclaircir ſur cet article que les expériences, lesquelles étant faites avec toutes les précautions poſſibles, & ſous des circonſtances aſſez différentes, pourroient bien ſuppléer au defaut de la théorie.

VIII. Mr. *Lulofs*, très célébre Profeſſeur de l'Univerſité de Leyde, & Membre de notre Académie, vient de me communiquer des expériences faites ſur des moulins à vent, dont on ſe ſert en Hollande pour mettre à ſec les lieux marécageux. Il me marque qu'un tel moulin, lorsque le vent parcourt environ 30 pieds par ſeconde, eſt capable d'élever 1500 pieds cubiques d'eau par minute à la hauteur de 4 pieds, la roue étant garnie de 4 ailes, dont chacune avoit 43 pieds de longueur ſur $5\frac{1}{2}$ de largeur. Ces ailes n'étoient pas partout également inclinées à la direction du vent, qui donnoit presque perpendiculairement ſur les extrémités. Or prenant un milieu, il eſtime l'angle d'incidence moyen du vent ſur les ailes de 73°. Il ne me marque pas le tems d'une révolution de la roue; mais, ſi ce tems avoit été de $3\frac{3}{4}$ ſecondes, qui produiroit ſelon ma théorie le plus grand effet, cette machine n'auroit dû élever que 757 pieds cubiques d'eau dans une minute. Donc, puisqu'elle a actuellement élevé 1500 pieds cubiques, ce qui eſt presque le double, il s'enſuit que l'impulſion du vent eſt plus que deux fois plus grande, que je ne l'avois eſtimée par l'hypotheſe commune ; vû que je n'ai pas tenu compte du frottement, & que la viteſſe de la roue n'etoit peut être pas telle, que le plus grand avantage exigeoit.

IX. Mr. *Lulofs* remarque outre cela, que l'effet de ces moulins à vent ne ſuit pas la raiſon des cubes de la viteſſe abſolue du vent, comme la théorie fondée ſur l'hypotheſe commune montre ; mais que la raiſon de l'effet, ou de la quantité d'eau élevée dans un tems donné,

ne ſurpaſſe guéres celle des quarrés de la viteſſe du vent. De là on pourroit conclure, ce qui étoit déjà très probable, que la force de l'impulſion du vent croit ſuivant une moindre raiſon que celle des quarrés de la viteſſe. Cependant, pour mieux juger de la raiſon, que l'effet de ces machines tient à la viteſſe du vent, il faut principalement avoir égard au frottement de ces machines : article que j'ai négligé dans mes recherches ſur cette matiere, & qui augmente encore davantage la force de l'impulſion du vent, ſur celle qui convient à l'hypotheſe commune. Car, ſi une telle machine, nonobſtant le frottement, produit un effet deux fois plus grand, que la théorie indique : il faut bien que l'impulſion ſoit encore plus que deux fois plus grande, que celle de la théorie, où le frottement eſt négligé.

X. Après ces obſervations, je me propoſe de traiter de nouveau cette matiere ſur l'effet des moulins à vent, en ayant égard à cette augmentation de la force du vent, que l'expérience nous fait remarquer. Car, quoique la loy de cette augmentation ſoit inconnue, je l'introduirai en ſorte dans le calcul, qu'elle demeure indéterminée, afin qu'en comparant enſuite le calcul avec pluſieurs expériences, on en puiſſe trouver la quantité ; ce qui ſemble le plus ſûr moyen pour parvenir à une théorie de ces ſortes de machines, tandis que les veritables loix de l'impulſion du vent nous ſont cachées. Enſuite j'aurai auſſi égard au frottement, qui conſtitue dans ces machines un article très eſſentiel, puisqu'il entre dans l'arrangement le plus avantageux, auquel répond le plus grand effet. Car j'ai fait voir, que ſans conſidérer le frottement, l'effet des moulins à vent n'auroit point de bornes, & qu'il ſeroit toujours ſuſceptible de nouvelles augmentations en approchant davantage d'un angle droit l'angle d'incidence du vent ſur les ailes, pourvu qu'on augmentât conformément au calcul la viteſſe des ailes. Mais, puisqu'alors le moment du frottement devient plus grand, on conçoit aiſément, que c'eſt le frottement qui doit mettre des bornes au plus grand effet poſſible.

XI.

XI. Je commencerai donc par établir une formule convenable pour exprimer la force de l'impulſion, que le vent exerce ſur une ſurface plane; puisque celle des ailes eſt telle, ou peut être conſidérée comme telle. Soit donc une ſurface plane $AB = aa$, en repos, qui reçoive perpendiculairement ſelon les directions aA, bB l'impreſſion du vent, dont la viteſſe ſoit duë à la hauteur $= c$; & puisqu'on peut conſidérer la force, dont le vent agit ſur le plan, comme compoſée de deux parties, dont la premiere eſt celle qu'on attribuë communément au choc, & l'autre qui réſulte de la raréfaction de l'air derriere le plan: la premiere ſera la même qu'on trouve par l'hypotheſe commune. Elle ſera donc égale au poids d'une maſſe d'air, dont le volume eſt $= aac$: ou bien, ſi nous voulons exprimer les forces par des volumes d'eau dont les poids leur ſont égaux, en poſant la gravité ſpecifique de l'air m fois plus petite que celle de l'eau, cette force ſera $= \frac{1}{m} aac$, dont la direction eſt perpendiculaire au plan; ce qui eſt une régle générale pour toutes les preſſions. Fig. 1.

XII. L'autre partie de l'impulſion du vent réſulte de ce que la preſſion de l'atmoſphère eſt diminuée derriere le plan. Pour mieux comprendre cette diminution, nous n'avons qu'à concevoir, que l'air étant en repos, le plan AB s'y meuve avec une pareille viteſſe, ſelon les directions Aa & Bb: & alors il eſt clair, que l'air ne ſauroit parfaitement remplir les eſpaces derriere le plan: le mouvement de l'air chaſſé par avant, ſeroit bien détourné derriere le plan à peu près ſelon les directions $A\alpha$ & $B\beta$, d'où il ſe répandroit à cauſe de ſon reſſort par l'eſpace $A\alpha B\beta$; mais il eſt évident que ſa denſité y ſera moindre, & cela d'autant plus, plus le mouvement eſt rapide. On conviendra auſſi, que cette raréfaction ne ſauroit être la même partout derriere le plan; elle ſera ſans doute plus grande vers le milieu C que vers les bords A & B, autour desquels l'air ſe répand plus promtement. Mais ſi derriere le plan AB par toute l'étendue l'air eſt en repos, il ſe remet-

tra d'abord au même degré de denſité & d'elaſticité ; qui ſera par conſéquent moindre qu'avant le plan, ou à des diſtances, qui en ſont aſſez éloignées.

XIII. Suppoſons donc que la preſſion naturelle de l'atmoſphère ſoit égale au poids d'une colonne d'eau, dont la hauteur $= k$; mais que derriere le plan AB, la preſſion de l'air ſoit équivalente à celle d'une colonne d'eau, dont la hauteur ſoit $= q$, & il eſt certain qu'il y aura $q < k$. Or pour déterminer au juſte valeur de q, c'eſt en quoi la théorie nous abandonne, de ſorte que nous ſommes obligés de nous en tenir à quelques eſtimations, dans leſquelles il conviendra d'introduire quelque quantité indéterminée, par la détermination de laquelle on puiſſe enſuite mettre d'accord le calcul avec les expériences. Pour cet effet je remarque, que cette hauteur q doit être d'autant plus petite, plus la viteſſe du vent, ou la hauteur c qui lui eſt duë, ſera grande ; d'où je conclus que q eſt exprimée par une certaine fonction de c, dont nous connoiſſons ces deux qualités : 1°. qu'au cas de $c = 0$, où le vent ceſſe entierement, il ſoit $q = k$: & 2°. qu'au cas de $c = \infty$, la hauteur q ſoit réduite à zero, puiſqu'il ſe trouvera alors un vuide parfait derriere le plan.

XIV. Ayant donc ces deux conditions à remplir, que

I. poſant $c = 0$ il ſoit $q = k$

II. poſant $c = \infty$ il ſoit $q = 0$

il ſera aiſé d'imaginer une infinité de formules qui ſatisfaſſent. Les plus ſimples ſeront :

$$q = \frac{\alpha k}{\alpha + k}, \quad q = \frac{k}{1 + \alpha c + \beta cc}; \quad q = k e^{-c:b}$$

dont la premiere ne renferme qu'une indéterminée α, la ſeconde deux α & β, de même que la troiſième, où e pourroit marquer un nombre quelconque, poſitif & plus grand que l'unité, pendant que b marqueroit une ligne quelconque poſitive. Or de laquelle de ces formules, qu'on

qu'on veuille faire uſage, on peut ſe promettre un aſſez bon ſuccès, pourvu qu'on fixe la valeur des indéterminées par des expériences bien conſtatées.

XV. Or, quelque valeur qu'on choiſiſſe pour la hauteur q, la preſſion de l'atmoſphère ſur la face poſtérieure du plan AB étant $= aaq$, pendant que la preſſion ſur la face antérieure eſt $= aak$, la ſeconde partie de l'impulſion du vent ſera $= aa\,(k+q)$: d'où l'on tire la force entiere de l'impulſion $= \frac{1}{m}\,aac + aa\,(k-q)$ $= aa\,(\frac{c}{m} + k - q)$. On pourroit ici objecter, que la preſſion de l'atmoſphère ſur la face antérieure devroit être augmentée par la même raiſon, que celle de la face poſtérieure a été diminuée ; je conviens aiſément de cette augmentation, mais je dis qu'elle eſt déjà préciſément compriſe dans le terme $\frac{c}{m}$. Car, puiſqu'il ne ſe fait point de choc proprement ainſi dit, tout l'effet du vent conſiſte uniquement dans la différence des preſſions ſur les deux faces du plan : & partant $k + \frac{c}{m}$ répond à la preſſion entiere du vent ſur la face antérieure.

XVI. Puiſque la colonne d'eau, qui meſure la preſſion de l'atmoſphère ſur la face antérieure, eſt $= k\left(1 + \frac{c}{mk}\right)$; au lieu de cette formule on pourroit bien ſe ſervir de celle-ci $k\,e^{\frac{c}{mk}}$ en prenant pour e le nombre, dont le logarithme hyperbolique eſt $= 1$. Car tant que c eſt beaucoup plus petit que mk, la valeur de $e^{\frac{c}{mk}}$ ne différe

re pas ſenſiblement de $1 + \frac{c}{mk}$: car, comme $k = 32$ pieds à peu près, & $m = 700$, la hauteur mk devient $= 22400$ pieds, à laquelle répond une viteſſe, qui feroit 1182 pieds par ſeconde: d'où il n'y a aucun doute que la viteſſe du vent ne ſe trouve toujours fort au deſſous de ce nombre. Maintenant, ſi $ke^{\frac{c}{mk}}$ exprime la preſſion en avant, la reſſemblance nous fait conjecturer, que celle de derriere pourroit bien être exprimée par cette formule $ke^{\frac{-c}{mk}}$, qui ſatisfait auſſi aux deux propriétés réquiſes. De là nous aurions pour toute la force de l'impulſion du vent $aak\left(e^{\frac{c}{mk}} - e^{\frac{-c}{mk}}\right)$ qui ne s'écartera peut-être pas ſenſiblement de la vérité. Cependant je ne veux rien décider là deſſus, puiſque les vrais principes, d'où il faudroit puiſer ces éclairciſſemens, nous ſont encore trop inconnus.

XVII. Cette augmentation de la force du vent eſt donc uniquement cauſée par la moindre preſſion de l'atmoſphère derriere le plan. Or on voit que ce n'eſt qu' immédiatement prés du plan, que la preſſion eſt ſi petite : à quelque diſtance de là, comme en α, $\mathfrak{G}$ la preſſion ne différera plus de la naturelle. Donc, ſi l'on attachoit au plan AB un corps $A\alpha\mathfrak{G}B$, convergent en arriere, à peu près comme la pouppe d'un vaiſſeau, il y éprouveroit partout l'entiere preſſion de l'atmoſphère; & partant la force du vent ſur la face antérieure AB en ſeroit conſidérablement diminuée, & à peu près conforme à l'hypotheſe commune. De là nous pouvons tirer une remarque fort importante touchant la figure de la pouppe d'un vaiſſeau, pour diminuer la réſiſtance. Car il eſt clair, que ſi la proüe étoit terminée en arriere par un plan, la force de l'eau ſur la face d'avant, ou la réſiſtance, ſeroit pareille-

reillement augmentée par la diminution de la preſſion de l'eau en arriere. D'où l'on voit, qu'une pouppe bien allongée & façonnée eſt fort propre à diminuer la réſiſtance d'un vaiſſeau ; de ſorte qu'elle ne dépend point uniquement de la figure de la prouë, comme on s'imagine ordinairement. De plus, puisque la hauteur k entre dans cette détermination, il s'enſuit, que plus un vaiſſeau a de profondeur, & plus la figure de la pouppe peut concourir à la diminution de la réſiſtance.

XVIII. Ayant établi des formules propres à marquer la force du vent, lorsqu'un plan en eſt frappé perpendiculairement, il reſte à voir, combien cette force ſera diminuée, quand le vent vient frapper obliquement le même plan. Soit comme auparavant la ſurface du plan $AB = aa$, & c la hauteur duë à la viteſſe du vent, le plan étant ſuppoſé en repos ; or que Φ ſoit l'angle, que fait la direction du vent avec la ſurface. Cela poſé, on ſoutient que la premiere partie de l'impulſion eſt diminuée en raiſon du quarré du ſinus de l'angle Φ : donc cette force ſera $= \frac{1}{m} aac \sin \Phi^2$, prenant l'unité pour marquer le ſinus total. Pour la diminution de la preſſion en arriere, on voit auſſi qu'elle ſera diminuée par l'obliquité : car, ſi l'angle Φ évanouïſſoit entierement, la denſité de l'air ne ſouffriroit aucune diminution derrière le plan, & partant la ſeconde partie de la force d'impulſion deviendra auſſi d'autant plus petite, plus l'angle Φ ſera petit. Cependant il eſt incertain, ſi cette diminution ſuit la raiſon du quarré du ſinus de l'angle Φ, ou quelqu'autre fonction. Fig. 2.

XVIIII. Donc l'autre partie de l'impulſion du vent, qui étoit pour l'impulſion perpendiculaire $= aa(k-q)$, deviendra auſſi d'autant plus petite, plus l'angle d'incidence Φ s'écarte d'un droit, & puiſqu'il faut multiplier la premiere partie par $\sin \Phi^2$, il ſemble fort probable que l'autre partie doit être diminuée ſelon la même raiſon. De là nous aurons pour la force du vent, qui frappe obliquement, cette formule $aa\left(\frac{c}{m} + k - q\right) \sin \Phi^2$, où il faut donner à q une valeur

con-

convenable décrite cy-deſſus. Donc, ſi nous prenons ſelon la premiere formule $q = \frac{b\,k}{b+c}$, la force du vent ſera $= a\,a\left(\frac{c}{m} + \frac{c\,k}{b+c}\right)\text{ſin}\,\varphi^2$, or poſant ſelon la troiſième formule $q = k\,e^{\frac{-c}{b}}$, nous aurons pour la force du vent $a\,a\left(\frac{c}{m} + k - k\,e^{\frac{-c}{b}}\right)$: laquelle ne différe pas ſenſiblement de la premiere, lorsque c eſt beaucoup plus petite que b. Or b eſt ici une quantité indéterminée, qu'il conviendra laiſſer telle, pour pouvoir accorder la théorie avec quelques expériences: dans cette vuë j'employerai la formule $a\,a\left(\frac{c}{m} + \frac{c\,k}{b+c}\right)\text{ſin}\,\varphi^2$, ou $a\,a\,c\left(\frac{1}{m} + \frac{k}{b+c}\right)\text{ſin}\,\varphi^2$, comme la plus ſimple.

XX. Mais, puisque le vent ne rencontre pas les ailes du moulin en repos, il faut voir, combien le mouvement des ailes change la
Fig. 3. force du vent, ce qui ſe pourra faire ſans le ſecours de la théorie, qui étoit inſuffiſante pour les recherches précédentes. Soit donc VC la direction du vent, qui repréſente en même tems ſa viteſſe $= Vc$; & que le plan AB $= a\,a$ ſe meuve d'un mouvement parallele ſelon la direction CU, qui en repréſente auſſi la viteſſe $= Vu$: or je ſupoſe que le plan AB ſoit perpendiculaire au plan repréſenté par les deux directions CV & CU, puisque cela arrive dans les moulins à vent. Qu'on conçoive imprimé à tout l'eſpace un mouvement contraire & egal à celui du plan AB, afin que ce plan ſoit réduit en repos, & ce mouvement imaginaire ſe fera ſelon la direction Cu, avec la viteſſe Cu = CU $= Vu$. Par là le mouvement du vent ſelon Cv ſera réduit au mouvement repréſenté par la diagonale Cs du parallelogramme formé des deux côtés Cv $= Vc$, & Cu $= Vu$.

XXI.

XXI. Qu'on prenne $CS = Cs$ dans la même direction, & la droite SC donnera la direction & la viteſſe du vent, qui produiroit ſur le plan AB en repos le même effet, que le vent propoſé produit ſur le plan AB mû, comme je viens de le ſuppoſer. Pour trouver cette force, poſons l'angle $VCU = vCu$ que fait la direction du vent VC avec celle du plan $CU = \alpha$, & l'angle Cvs étant $= 180 - \alpha$, & les côtés $Cv = Vc$ & $vs = Cu = Vu$, nous aurons la diagonale

$$Cs = V(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)$$

qui exprime la viteſſe du vent SC, & ſa direction, dont il faut concevoir, qu'il frappe le plan AB en repos. L'angle d'incidence ſera donc $= BCS$, & pour trouver ſon ſinus, ſoit l'angle $BCV = \omega$, pour avoir $BCS = \omega - VCS$, &

$$\sin BCS = \sin\omega \cos VCS - \cos\omega \sin VCS.$$

Mais $$\cos VCS = \cos vCs = \frac{2c + 2\cos\alpha . Vcu}{2Vc(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)}$$

$$\sin VCS = \sin vCs = \frac{\sin\alpha . Vu}{V(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)}$$

d'où il s'enſuit :

$$\sin BCS = \frac{\sin\omega(Vc + \cos\alpha . Vu) - \cos\omega \sin\alpha . Vu}{V(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)}$$

XXII. Donc, ſi le vent, qui ſouffle dans la direction VC avec la viteſſe $= Vc$, frappe ſous l'angle $BCV = \omega$ le plan $AB = aa$, qui ſe meut lui-même avec la viteſſe $= Vu$ ſelon la direction CU, qui fait avec celle du vent un angle $VCU = \alpha$, l'effet du vent ſur ce plan mû ſera le même, que ſi le plan étoit en repos, & que le vent vint frapper là deſſus avec une viteſſe $= V(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)$, & ſous une telle obliquité dont le ſinus fut :

$$\frac{\sin\omega(Vc + \cos\alpha . Vu) - \cos\omega \sin\alpha . Vu}{V(c + u + 2\cos\alpha . Vcu)}$$

d'où l'on pourra eſtimer la force par la régle donnée cy-deſſus. Ayant ainſi réduit le cas à celui, où le plan ſeroit en repos, il eſt évident que la réſiſtance, que le plan rencontre de l'autre côté, y eſt déjà compriſe, & qu'il ſeroit hors de ſaiſon, d'en vouloir encore tenir compte dans le calcul. Mais il faut bien remarquer, que le plan AB eſt ſuppoſé ici perpendiculaire au plan detérminé par les deux directions V C & C U : & ſi le plan AB y étoit incliné, il en faudroit tenir compte, ce qui rendroit la derniere formule plus compliquée ; mais nous n'avons point beſoin de ce cas dans nos recherches ſur les moulins à vent.

XXIII. Après avoir établi ces principes, conſidérons l'aile d'un
Fig. 4. moulin à vent OGGHH, étendue autour du rayon OEF, que nous ſuppoſons perpendiculaire à l'axe du moulin, autour duquel cette aile tourne. Qu'on conçoive cette aile partagée en des parallelogrammes infiniment petits M *m m* M par des droites MM, *mm* perpendiculaires au rayon OF ; & poſant la diſtance OP $=$ x, ſoit la largeur de l'aile MM $=$ y, & partant l'aire M *m m* M $=$ $y\,dx$. Comme l'aile tourne autour de l'axe O, ſoit à l'extrémité F la viteſſe $=$ $V v$, ou bien v la hauteur duë à cette viteſſe ; & la diſtance OF $=$ f. De là nous aurons la viteſſe dont le point P tourne autour de l'axe O, $=$ $\frac{x\,V\,v}{f}$. Puiſque l'axe du moulin doit toujours être tourné vers le vent, la direction du vent ſera partout parallele à cet axe : poſons donc que la direction du vent faſſe avec le plan du parallelogramme M *m m* M un angle $=$ ω, que je regarderai comme variable par raport à la diſtance OP $=$ x, de même que la largeur de l'aile MM $=$ y. Cependant cette variabilité de l'angle ω n'empêchera pas, qu'on ne puiſſe regarder la ſurface entiere de l'aile comme l'intégrale $\int y\,dx$.

XXIV. Qu'on conçoive un plan parallele à l'axe du moulin,
Fig. 5. qui paſſe par la ſection MM, & que la planche (fig. 5) repréſente ce plan, ſur lequel la droite VP marque la direction du vent, dont la viteſſe $=$ $V c$, qui faſſe avec MM l'angle VPM $=$ ω. Or le plan

plan M M aura un mouvement ſelon la direction P U perpendiculaire à V P, avec la viteſſe $= \frac{x V v}{f}$; de ſorte que ce qui a été nommé ci-deſſus $V u$, eſt maintenant $= \frac{x V v}{f}$, & l'angle α ſera ici droit, enfin pour $a a$ il faudra mettre ici $y dx$. Donc le vent produira ſur cet élément de l'aile M M $= y dx$ le même effet, que ſi cet élément étoit en repos, & que la viteſſe du vent fût $= V\left(c + \frac{x x v}{f f}\right)$ à cauſe de $\alpha = 90°$ & $u = \frac{x x v}{f f}$, & qu'il y tombât ſous un angle, dont le ſinus ſeroit

$$\frac{\text{ſin } \omega . V c - \frac{x V v}{f} \text{ cof } \omega}{V\left(c + \frac{x x v}{f f}\right)}$$

On doit donc mettre cette derniere valeur à la place de ſin φ, & l'autre à la place de $V c$.

XXV. Or nous avons trouvé ci-deſſus (19) cette formule pour exprimer la force du vent, $a a c\left(\frac{1}{m} + \frac{k}{b + c}\right)$ ſin φ^2; où nous devons mêttre les valeurs ſuivantes

$y dx$ au lieu de $a a$

$c + \frac{x x v}{f f}$ au lieu de c

$\left(\text{ſin } \omega . V c - \text{cof } \omega . \frac{x V v}{f}\right)^2$ au lieu de c ſin φ^2

& partant la force du vent ſur l'élément M $m m$ M de l'aile ſera égale au poids d'une maſſe d'eau, dont le volume eſt

$$y\,dx\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ff\,k}{(b+c)\,ff+x\,x\,v}\right)$$

Mais la direction de cette force étant perpendiculaire au plan selon PN, il la faut décomposer selon la direction Pv parallele à l'axe, & la direction du mouvement P U: or l'angle N P U étant égal à l'angle MPV$=\omega$, la force qui agit selon la direction du mouvement P U sera

$$y\,dx\cos\omega\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ff\,k}{(b+c)\,ff+x\,x\,v}\right)$$

XXVI. Si nous multiplions cette force par la viteſſe de l'élément MmmM, qui eſt $=\frac{x\sqrt{v}}{f}$, nous aurons l'élément du moment d'impulſion qui repond à l'élément de l'aile MmmM, & partant le moment d'impulſion ſur l'aile entiere ſera

$$\int\frac{x\,y\,dx\sqrt{v}}{f}\cos\omega\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ff\,k}{(b+c)\,ff+x\,x\,v}\right).$$

Dans cette intégration la quantité y & l'angle ω doivent être regardés comme des fonctions de x, pendant que les autres quantités f, v, k, b, c, & m ſont conſtantes; & après avoir trouvé l'intégrale, il faut l'etendre par toute la ſurface de l'aile. Enſuite il faut la multiplier par 4, puisque les moulins ſont ordinairement garnis de quatre ailes, & alors on obtiendra l'entier moment d'impulſion, que le vent exerce ſur les ailes, & auquel le moment d'effet, que la machine eſt capable de produire, ſera égal. Or, pour faciliter cette intégration, on pourra regarder le terme $\frac{ff\,k}{(b+c)\,ff+x\,x\,v}$ comme conſtant, attendu que dans le dénominateur la partie $x\,x\,v$ eſt extrémement petite par rapport à la partie $(b+c)\,ff$: car l'indéterminée b eſt apparemment fort grande.

XXVII. Poſons donc le dernier facteur de notre formule, puisque nous le pouvons regarder comme conſtant,

$$\frac{1}{m}$$

$$= \frac{1}{m} + \frac{ff\,k}{(b+c)\,ff + x\,x\,v} = \frac{n}{m}$$

de ſorte qu'au lieu de l'indéterminée b nous ayons à déterminer le nombre n, d'où enſuite il ſera aiſé de connoitre la conſtante b, ayant à peu près $\frac{b+c}{k} = \frac{m}{n-1}$ ou $b = \frac{m\,k}{n-1} - c$. Cela poſé, ſi le moulin eſt garni de 4 ailes ſemblables, le moment entier d'impulſion du vent ſera

$$\frac{4\,n\,V\,v}{m\,f} \int x\,y\,dx \cos\omega \left(\sin\omega . V\,c - \cos\omega . \frac{x\,V\,v}{f}\right)^2$$

ou bien

$$\frac{4\,n\,c\,V\,v}{m\,f} \int x\,y\,dx \cos\omega \left(\sin\omega - \frac{x\,V\,v}{f\,V\,c} \cos\omega\right)^2$$

auquel le moment d'effet de la machine eſt égal, pourvu qu'on y tienne compte du frottement. Conſidérons d'abord la figure des ailes comme connue, de même que ſon inclinaiſon à la direction du vent, & voyons quel effet la machine ſera capable de produire; enſuite nous chercherons les arrangemens les plus avantageux pour obtenir le plus grand effet, ce qui ſera le ſujet des problèmes ſuivans.

PROBLEME I.

XXVIII. *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent; ſi l'on connoit tant la viteſſe du vent, que celle dont les ailes tournent, trouver le moment d'impulſion.*

SOLUTION.

Soit la largeur conſtante de chaque aile $GG = MM = HH = h$, de ſorte que $y = h$; & la longueur $OF = f$; que v marque la hauteur duë à la viteſſe, dont l'extrémité F tourne autour de l'axe O, & c celle qui eſt duë à la viteſſe du vent, dont la direction faſſe un angle Fig. 4.

conſtant $= \omega$ avec les faces des ailes. Donc, puisque l'angle ω eſt conſtant, notre expreſſion pour le moment d'impulſion

$$\frac{4nchcof\omega.Vv}{mf}\int xdx\left(\sin\omega - \frac{xVv}{fVc}\cos\omega\right)^2$$

s'intégrera aiſément : car l'intégrale étant

$$\frac{4nchcof\omega.Vv}{mf}\left(\tfrac{1}{2}xx\sin\omega^2 - \frac{2x^3Vv}{3fVc}\sin\omega\cos\omega + \frac{x^4v}{4ffc}\cos\omega^2\right)$$

Si nous poſons $x = f$, le moment d'impulſion ſur toutes les quatre ailes ſera exprimé en ſorte :

$$\frac{4ncfhcof\omega.Vv}{m}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2 - \frac{2Vv}{3Vc}\sin\omega\cos\omega + \frac{v}{4c}\cos\omega^2\right).$$

COROLL. 1.

XXIX. C'eſt donc à cette quantité que ſera égal le moment d'effet de la machine, ou bien le produit de la réſiſtance par la viteſſe dont elle ſera vaincue, pourvû qu'on y comprenne auſſi le frottement. Car c'eſt une regle générale pour toutes les machines que le moment d'impulſion eſt égal au moment d'effet.

COROLL. 2.

XXX. Cette égalité étant fondée ſur l'état d'équilibre ſuppoſe l'uniformité dans l'action de la machine. Or au premier inſtant, où la machine eſt encore en repos, il faut bien que l'impulſion ſoit plus forte que la réſiſtance, pour mettre la machine en mouvement, mais enſuite le mouvement devient de plus en plus uniforme, & ce n'eſt qu'alors, que les deux momens mentionnés deviennent égaux.

COROLL. 3.

XXXI. La formule que je viens de trouver pour le moment d'impulſion dépend principalement de la viteſſe des ailes Vv, & elle deviendroit même infinie, ſi l'on augmentoit cette viteſſe à l'infini ; puiſque

que le dernier facteur $\frac{1}{3}\sin\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\sin\omega\cos\omega + \frac{v}{4c}\cos\omega^2$ ne ſauroit jamais évanouir, ou devenir négatif.

SCHOLIE.

XXXII. Cependant il eſt très certain que le moment d'impulſion ne ſauroit jamais ſurpaſſer de certaines limites, de ſorte que l'augmentation de la viteſſe $\sqrt{v}$ eſt néceſſairement reſtrainte à quelque détermination. Il eſt donc bien important d'examiner cette détermination, que la conſidération de notre analyſe nous découvrira d'abord. Car puisque le vent, qui frappe ſur les ailes miſes en mouvement, y exerce la même force, que ſi les ailes étoient en repos, & que le vent y frappât avec une viteſſe $= \sqrt{\left(c + \frac{xxv}{ff}\right)}$ ſous un angle dont le ſinus ſeroit

$$= \frac{\sin\omega - \frac{x\sqrt{v}}{f}\cdot\cos\omega}{\sqrt{\left(c + \frac{xxv}{ff}\right)}},$$ il eſt clair que, ſi ce ſinus devenoit négatif, la force du vent repouſſeroit les ailes en arriere. Or, puisque le quarré de ce ſinus entre dans notre formule, il ſemble que l'effet devoit être le même, ſoit que ce ſinus ſoit négatif ou poſitif; & on ſe tromperoit énormement ſi l'on vouloit appliquer notre formule à des cas, où le ſinus d'incidence deviendroit négatif: car alors il faudroit abſolument regarder l'impulſion comme négative. Donc, pour que notre formule ſoit conforme à la verité, il faut que l'expreſſion $\sin\omega.\sqrt{c} - \frac{x\sqrt{v}}{f}\cdot\cos\omega$, ne devienne nulle part négative; donc notre théorie ſuppoſe abſolument, que pour tous les élémens des ailes cette condition ait lieu, qu'il ſoit $\tang\omega > \frac{x\sqrt{v}}{f\sqrt{c}}$; d'où l'on voit que

la

la viteſſe $V v$ ne ſauroit être augmentée à volonté. Donc, notre formule trouvée pour le moment d'impulſion ne ſauroit ſubſiſter, à moins qu'il ne fût pour tous les élémens des ailes tang $\omega > \frac{x V v}{f V c}$: & s'il arrivoit que pour quelque partie des ailes la quantité $\frac{x V v}{f V c}$ devint plus grande que tang. ω, il en réſulteroit une force contraire au mouvement des ailes, quoique le calcul ne le montrât point. Voilà donc une condition très eſſentielle, & ſans laquelle le moment d'impulſion trouvé ne ſeroit jamais juſte, qui exige que la quantité $\frac{x V v}{f V c}$ ne ſurpaſſe nulle part tang ω. Et partant dans le cas de notre probleme, où l'angle ω eſt conſtant, la valeur de $\frac{x V v}{f V c}$ ſera toujours moindre que tang ω, pourvû que $\frac{V v}{V c}$ ne ſurpaſſe point tang ω, d'où il eſt évident que dans le cas préſent la formule donnée pour le moment d'impulſion exige néceſſairement qu'il ſoit $V v <$ tang $\omega . V c$ & que ſans cette condition elle ſeroit infailliblement fauſſe. La viteſſe des ailes $V v$ obtient par là un terme qu'elle ne doit jamais paſſer, & le dernier degré étant $V v =$ tang $\omega . V c$ donne le moment d'impulſion $= \frac{n c f h V c}{3 m}$ ſin ω^3, qui eſt encore juſte. Mais, ſi l'on augmentoit la viteſſe $V v$ au delà, l'impulſion diminueroit certainement, quoique le calcul la montrât plus grande.

PROBLEME II.

XXXIII. *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent, ſi l'on connoit la ſtructure de la machine, & la réſiſtance qui doit être vaincue, déterminer l'action de la machine, qui ſera produite par un vent donné.*

SOLU-

SOLUTION.

Soit comme auparavant la largeur des ailes $MM = h$, leur longueur $OF = f$, & l'inclinaiſon de leurs faces à la direction du vent $= \omega$, dont la viteſſe ſoit dûe à la hauteur $= c$. Maintenant, de quelque maniere que la machine ſoit conſtruite, on la peut toujours réduire à l'action d'un tambour RSRS, fixé ſur l'axe des ailes OO, autour duquel paſſe une corde TZ, qui éléve un poids P, pendant que les ailes tournent. Soit donc le rayon de ce tambour $= r$, & le poids P égal à celui d'une maſſe d'eau, dont le volume $= p^3$; de ſorte que la lettre r renferme la conſtruction de la machine, & p^3 la réſiſtance qu'il faut ſurmonter. Suppoſons que la machine ſoit déjà parvenue à l'uniformité de mouvement, & que les extrémités des ailes F tournent avec la viteſſe $= V v$, & la viteſſe, dont le poids P monte, ſera $= \frac{rVv}{f}$: donc le moment d'effet de la machine doit être eſtimé $= \frac{p^3 rVv}{f}$: lequel étant égal au moment d'impulſion trouvée ci-deſſus donnera l'équation ſuivante, après avoir diviſé par Vv: Fig. 6

$$\frac{4ncfh}{m}\cos\omega\left(\frac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2Vv}{3Vc}\sin\omega\cos\omega+\frac{v}{4c}\cos\omega^2\right)=\frac{p^3 r}{f}.$$

Mais, avant que la machine puiſſe parvenir à l'état d'uniformité, il faut que d'abord, lorsque la machine eſt encore en repos, l'impulſion ſoit plus forte que la réſiſtance: il faut donc qu'il ſoit $\frac{2ncfh}{m}\sin\omega^2\cos\omega > \frac{p^3 r}{f}$, ou $c > \frac{m p^3 r}{2nffh\sin\omega^2\cos\omega}$, & tant que la viteſſe du vent ſeroit moindre, la machine demeureroit en repos. Or, par les raiſons alleguées dans le §. préc: il faut auſſi qu'il ſoit $Vv < \text{tang}\ \omega . Vc$, puiſqu'ailleurs le calcul ſeroit contraire à la vérité. Ayant donc bien remarqué ces deux circonſtances, nous pourrons trouver la viteſſe des ailes Vv, qui conviendra au mouvement uniforme:

me : pour rendre cette recherche plus aiſée, poſons $\frac{Vv}{Vc} = z \tang \omega$, & notre équation prendra cette forme :

$$\frac{4 n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m} \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{3} z + \tfrac{1}{4} z z\right) = \frac{p^3 r}{f}$$

d'où nous tirons

$$z z - \tfrac{8}{3} z + 2 = \frac{m p^3 r}{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$$

$$\& \quad z = \tfrac{4}{3} \pm V\left(\frac{m p^3 r}{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega} - \tfrac{2}{9}\right)$$

par conſéquent

$$\frac{Vv}{Vc} = \tfrac{4}{3} \tang \omega \pm V\left(\frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \tfrac{2}{9} \tang \omega^2\right).$$

Mais il faut qu'il ſoit $\frac{Vv}{Vc} < \tang \omega$, d'où il eſt évident que le ſigne + devant le radical ne ſauroit avoir lieu, & le ſigne — ne ſauroit ſubſiſter, à moins qu'il ne fût

$$\frac{Vv}{Vc} = \tfrac{4}{3} \tang \omega - V\left(\frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \tfrac{2}{9} \tang \omega^2\right) < \tang \omega$$

$$\text{ou} \quad \tfrac{1}{3} \tang \omega < V\left(\frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \tfrac{2}{9} \tang \omega^2\right)$$

& partant prenant les quarrés :

$$\tfrac{1}{3} \tang \omega^2 < \frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} \quad \text{ou bien}$$

$$c < \frac{3 m p^3 r}{n f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$$

Or la premiere condition exige, qu'il ſoit

$$c > \frac{m p^3 r}{2 n f f h \sin \omega^2 \cos \omega}.$$

Done

Donc, à moins que la viteſſe du vent ne ſoit entre ces deux limites, le mouvement uniforme ne ſauroit avoir lieu ; car, ſi elle étoit au deſſous de la moindre limite, la machine ne produiroit aucune action, & ſi elle étoit au deſſus de la plus grande, le mouvement de la machine ſeroit continuellement accéléré, ſans qu'il parvint jamais à l'état d'uniformité. Or, tant que la viteſſe du vent ſubſiſte entre ces deux limites, la formule irrationelle trouvée ſera toujours réelle, & on pourra aſſigner la viteſſe, dont les ailes tourneront dans l'état d'uniformité : d'où l'on connoitra auſſi la viteſſe du fardeau, & partant le moment d'effet de la machine.

COROLL. 1.

XXXIV. Il eſt d'abord clair que le vent doit avoir quelque force, avant qu'il ſoit en état de mettre la machine en mouvement. Si nous poſons pour abréger $\frac{p^3\ r}{ffh \sin\omega^2 \cos\omega} = u$, la hauteur dûe à la viteſſe du vent c doit être plus grande que $\frac{mu}{2n}$, & tant que le vent eſt plus foible, la machine demeure ſans action.

COROLL. 2.

XXXV. Cette quantité u dépend donc 1°. de la longueur f, de la largeur h, & de l'inclinaiſon des ailes, ou de l'angle ω, ſuppoſé que tant la largeur que l'inclinaiſon ſoit par tout la même : 2°. de la ſtructure de la machine, qui eſt renfermée dans la quantité r : & 3°. de la grandeur du fardeau, qu'il faut élever p^3, ou en général de la réſiſtance qu'il faut vaincre.

COROLL. 3.

XXXVI. Donc, pour que le vent ſoit capable de mettre la machine en action, il faut qu'il ſoit $c > \frac{mu}{2n}$: & alors ayant $z =$

$\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{m u}{n c} - \frac{2}{9}\right)}$, la viteſſe des ailes à leur extrémité ſera $\sqrt{v} = z \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$; ou bien

$$\sqrt{v} = \text{tang } \omega \left(\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{m u}{n c} - \frac{2}{9}\right)}\right) \sqrt{c}$$

De là on connoitra la viteſſe $\frac{r\sqrt{v}}{f}$, dont le fardeau ſera élevé.

COROLL 4.

XXXVII. Il eſt auſſi évident, que plus la viteſſe du vent augmente, plus auſſi la quantité z, & partant à plus forte raiſon la viteſſe des ailes $\sqrt{v}$, deviendra grande. Cependant notre formule n'a lieu, que tandis que la hauteur duë à la viteſſe du vent c eſt moindre que $\frac{3mu}{n}$; lorsqu'elle devient plus grande, la valeur de $\sqrt{v}$ ne ſera plus conforme à notre formule.

COROLL 5.

XXXVIII. Or, ſi $c = \frac{3mu}{n}$, qui contient la plus grande force du vent, à laquelle notre formule puiſſe être appliquée, nous aurons $z = \frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right)} = 1$. & partant on aura pour la viteſſe des ailes $\sqrt{v} = \text{tang } \omega . \sqrt{c} = \text{tang } \omega . \sqrt{\frac{3mu}{n}}$: & pour la viteſſe du fardeau $\frac{r\sqrt{v}}{f} = \frac{r \text{ tang } \omega}{f} \sqrt{\frac{3mu}{n}}$.

SCHOLIE.

XXXIX. Quand le vent augmente au delà de ce degré, notre formule ne ſauroit plus avoir lieu; car, puisque alors le mouvement des ailes devient plus rapide, ou $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} > \text{tang } \omega$, l'effet du vent ſur

les

les extrémités des ailes ſera négatif, ou les ailes y ſeront frappées du côté oppoſé, ce qui diminuera la force d'impulſion, au lieu que notre calcul change cette diminution en augmentation. La force de l'impulſion étant donc dans ces cas plus petite, que notre calcul l'indique, l'effet de la machine en ſera auſſi diminué. Et partant un vent plus fort, en faiſant tourner plus vite les ailes, produira bien un plus grand effet, mais cet effet ſera de beaucoup moindre, que ſelon le calcul ; ce qui eſt ſans doute le cas que Mr. *Lulofs* a en vuë, quand il dit avoir obſervé que les effets des vent plus rapides ne croiſſent pas dans la raiſon du cube de leur viteſſes, & pas même dans celle de leurs quarrés. Cela n'eſt donc pas contraire à ce que j'avois avancé, que l'effet du vent croiſſoit dans la raiſon du cube de ſa viteſſe ; car je parlois alors des plus grands effets, que chaque vent eſt capable de produire ; or cet avantage exige pour chaque viteſſe du vent un arrangement particulier dans la diſpoſition de la machine. Mais, lorsque l'arrangement demeure le même, il eſt également vray, que l'effet des vents les plus forts ſuive une raiſon beaucoup plus petite que celle des cubes de leur viteſſe, quoiqu'il fût poſſible en changeant la diſpoſition de la machine, ou la quantité r, d'en tirer un effet, qui ſeroit à peu près proportionnel au cube de la viteſſe. Dans le problème préſent j'ai ſuppoſé l'arrangement de la machine, ou la quantité r, la même pour tous les degrés du vent ; & il eſt clair que cet arrangement ne ſauroit être le plus avantageux que pour un ſeul degré de viteſſe ; & par la raiſon alléguée il eſt clair, que lorsque $c > \frac{3mu}{n}$, on perd principalement beaucoup ſur l'effet que la machine ſeroit capable de produire, ſi l'on y changeoit convenablement la quantité r, d'où depend celle de u.

PROBLEME III.

XL. *Si dans le cas du problème précédent la viteſſe du vent eſt ſi grande, que notre calcul n'y ſauroit plus être appliqué, déterminer l'action de la machine, qu'un tel vent ſera capable de produire.*

SOLUTION.

Dans ce cas toute la difficulté revient à ce que les ailes tournent ſi vite, qu'une partie vers leurs extremités eſt frappée en derriere par le vent, dont l'effet par conſéquent eſt contraire au mouvement de la machine. Soit donc la viteſſe des ailes à leur extrémité $F = Vv$, &
Fig. 4. que la partie TTHH reçoive le choc du vent par la face de derriere, tandis que la partie GGTT le reçoit par avant : poſons la diſtance $OS = s$, & le moment d'impulſion pour la partie GGTT ſera

$$\frac{4nchss\cos\omega.Vv}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2sVv}{3fVc}\sin\omega.\cos\omega+\frac{ssv}{4ffc}\cos\omega^2\right).$$

Or la partie TTIIH fournira, pour ainſi dire, un moment de répulſion, qui ſera

$$+\frac{4ncfh\cos\omega.Vv}{m}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2Vv}{3Vc}\sin\omega.\cos\omega+\frac{v}{4c}\cos\omega^2\right)$$

$$-\frac{4nchss\cos\omega.Vv}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2sVv}{3fVc}\sin\omega.\cos\omega+\frac{ssv}{4ffc}\cos\omega^2\right).$$

Retranchant celui-ci de celui-là, il reſtera le moment de l'impulſion actuelle, qui ſera :

$$+\frac{8nchss\cos\omega.Vv}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2sVv}{3fVc}\sin\omega\cos\omega+\frac{ssv}{4ffc}\cos\omega^2\right)$$

$$-\frac{4ncfh\cos\omega.Vv}{m}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2Vv}{3Vc}\sin\omega\cos\omega+\frac{v}{4c}\cos\omega^2\right)$$

Or, puiſque en TT eſt la ſéparation des impulſions poſitives & négatives, il y aura $\sin\omega\ Vc-\frac{sVv}{f}\cos\omega=0$, ou $s=f\,\mathrm{tang}\,\omega.V\frac{c}{v}$, & cette valeur étant ſubſtituée à la place de s, on aura le vray moment d'impulſion des cas en queſtion

$$\frac{ncfh\sin\omega^2\cos\omega.Vv}{m}\left(\frac{2c\sin\omega^2}{3v\cos\omega^2}-2+\frac{8Vv}{3Vc}.\frac{\cos\omega}{\sin\omega}-\frac{v\cos\omega^2}{c\sin\omega^2}\right)$$

&

& cette formule aura lieu toutes les fois que $\frac{Vv}{Vc} > \text{tang } \omega$ C'eſt donc à cette formule qu'il faut égaler le moment d'effet $\frac{p^3 r Vv}{f}$, lorſqu'il y aura $c > \frac{3mp^3r}{nffh \sin\omega^2 \cos\omega^2}$. Poſons comme auparavant pour abréger $\frac{p^3 r}{ffh \sin\omega^2 \cos\omega} = u$, de ſorte que nous ayons à conſidérer les cas où $c > \frac{3mu}{n}$ & l'équation d'où il faut tirer la viteſſe des ailes Vv ſera

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2c \sin\omega^2}{3v\cos\omega^2} - 2 + \frac{8Vv}{3Vc} \cdot \frac{\cos\omega}{\sin\omega} - \frac{v\cos\omega^2}{c\sin\omega^2}$$

Soit encore $\frac{Vv}{Vc} \cdot \frac{\cos\omega}{\sin\omega} = z$ ou $\frac{Vv}{Vc} = z \text{ tang } \omega$, pour avoir

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz$$

d'où l'on voit qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$ ou $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3}$, il y aura $z = 1$. Soit donc $c > \frac{3mu}{n}$, & partant $\frac{mu}{nc} < \frac{1}{3}$; & voyon quelle ſera la valeur de z. Poſons pour cet effet $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3} - v$, & $z = 1 + \xi$, en regardant v & ξ comme des fractions fort petites, de ſorte que $\frac{1}{zz} = 1 - 2\xi$ & $zz = 1 + 2\xi$, & nous aurons :

$$\frac{1}{3} - v = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}\xi - 2 + \frac{8}{3} + \frac{8}{3}\xi - 1 - \xi = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\xi$$

donc $\xi = \frac{3}{2}v$ ou $z = \frac{3}{2} - \frac{3mu}{2nc}$ Par conſéquent, lorſque la viteſſe du vent ſurpaſſe tant ſoit peu la limite marquée, ou qu'il y

$c =$ a

$c = \frac{3mu}{(1-3v)n}$, marquant par v une fraction extrèmement petite, nous aurons $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} \cdot \frac{\text{cof}\,\omega}{\text{fin}\,\omega} = 1 + \frac{3}{2}v = \frac{3}{2} - \frac{3mu}{2nc}$, donc

$$\sqrt{v} = \tfrac{1}{2}\,\text{tang}\,\omega\left(\sqrt{c} - \frac{mu}{n\sqrt{c}}\right) \text{ à peu près.}$$

Ou bien ſi $c = \frac{3mu}{(1-3v)n} = \frac{3mu}{n}(1+3v)$, nous aurons

$$\sqrt{v} = \text{tang}\,\omega\,(1+3v)\sqrt{\frac{3mu}{n}}.$$

COROLL. 1.

XLI. Donc, ſi la viteſſe du vent ſurpaſſe infiniment peu la limite trouvée $c = \frac{3mu}{n}$, de ſorte que $c = \frac{3mu}{n}(1+3v)$, la viteſſe des ailes à leur extrémité ſera

$$\sqrt{v} = \frac{c\,\text{tang}\,\omega}{\sqrt{\frac{3mu}{n}}}$$

COROLL 2.

XLII. Or on trouve le même rapport, ſi la viteſſe du vent eſt tant ſoit peu plus petite que ladite limite, de ſorte que près de cette limite la viteſſe des ailes, & partant auſſi celle du fardeau, ou l'effet de la machine, eſt proportionelle au quarré de la viteſſe du vent.

COROLL 3.

XLIII. Mais, ſi la viteſſe du vent ſurpaſſe conſidérablement cette limite, l'effet ne croitra plus dans la même raiſon. Poſons $c = \frac{6mu}{n}$, ou que la viteſſe du vent ſoit à celle de la limite comme $\sqrt{2}$ à 1, ou le

le quarré deux fois plus grand, & on aura à réſoudre l'équation, $\frac{1}{8} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz$ ou celle cy

$$z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{13}{8}zz - \frac{2}{3} = 0$$

d'où l'on tire à peu près $z = \frac{1}{2}$ & $V v = \frac{4}{3}$ tang $\omega \sqrt{\frac{6mu}{n}}$

COROLL 4.

XLIV. Or dans le cas $c = \frac{3mu}{n}$, on a $V v = $ tang $\omega . \sqrt{\frac{3mu}{n}}$: donc, lorsque le quarré de la viteſſe du vent devient deux fois plus grand, la viteſſe des ailes, ou l'effet, ſera augmenté dans le rapport de 1 à $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ ou de 1 à $\sqrt{\frac{32}{9}}$; & cette augmentation eſt moindre que ſi elle ſuivoit la raiſon du quarré des viteſſes du vent.

COROLL 5.

XLV. Poſons la viteſſe du vent deux fois plus grande que dans la limite, ou ſoit $c = \frac{12mu}{n}$, & l'équation à réſoudre ſera

$\frac{1}{112} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz$, ou $z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{25}{12}zz - \frac{2}{3} = 0$,

d'où l'on trouve à peu près $z = \frac{16}{11}$, & partant $V v = \frac{16}{11}$ tang $\omega \sqrt{\frac{12mu}{n}}$. Donc l'effet ſera $\frac{32}{11}$ ou 3 fois plus grand, qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$ quoique le quarré de la viteſſe ſoit 4 fois plus grand.

COROLL 6.

XLVI. De la même maniere on trouvera, que quand même la viteſſe du vent deviendroit 100 fois plus grande qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$, l'effet ne ſeroit que $\frac{11}{7}$. 100 ou 157 fois plus grand; de ſorte qu'enfin les effets ne ſuivront que la raiſon ſimple de la viteſſe du vent.

SCHOLION.

XLVII. Si l'on donne l'excluſion à ces cas où $c > \frac{3mu}{n}$, la machine décrite ne peut ſervir que lorsque la viteſſe du vent eſt renfermée entre ces deux limites, $c = \frac{mu}{2n}$ & $c = \frac{3mu}{n}$, de ſorte que la viteſſe du plus fort ne ſurpaſſe celle du plus foible que dans la raiſon de $\sqrt{6}$ à 1. Or, quand le vent ſe trouve entre ces deux limites, il eſt aiſé de déterminer la viteſſe des ailes $\sqrt{v}$, & partant auſſi celle que le vent imprimera à la machine. Il ſera donc bon de calculer les cas principaux, afin qu'on les puiſſe mieux comparer avec ceux que je viens de développer ici, quand $c > \frac{3mu}{n}$.

$c = \frac{mu}{2n}$	$\sqrt{v} = 0$
$c = \frac{mu}{n}$	$\sqrt{v} = 0{,}44141 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{3mu}{2n}$	$\sqrt{v} = 0{,}66666 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{2mu}{n}$	$\sqrt{v} = 0{,}80628 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{5mu}{2u}$	$\sqrt{v} = 0{,}91170 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{3mu}{n}$	$\sqrt{v} = \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{6mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{4}{3} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{12mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{16}{11} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{30000mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{17}{7} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$

Com-

Comparons enſemble les cas $c = \frac{3mu}{2n}$ & $c = \frac{3mu}{n}$, où la raiſon des quarrés des viteſſes du vent eſt 1 : 2, & celle des effets $\frac{8}{3} : V2$, qui eſt un peu plus grande que celle-là ; & nous verrons, que l'obſervation de Mr. *Lulofs* eſt aſſez bien d'accord avec ce calcul : par lequel nous voyons auſſi, que la diſpoſition de la Machine demeurant la même, les effets ſont à peu près dans la raiſon du quarré de la viteſſe du vent, pourvu qu'on on excepte les cas, où le vent eſt, ou très foible, ou extrémement fort. Or, ce nonobſtant, je ſoutiens qu'il eſt poſſible d'augmenter l'effet en raiſon du cube de la viteſſe du vent : mais alors il faut changer la diſpoſition de la machine, repréſentée par la quantité r, & pour chaque viteſſe du vent on pourra déterminer une valeur de r, qui produiſe le plus grand effet : quoique je ſuppoſe, que les ailes demeurent les mêmes, & qu'on ait le même fardeau p^3 à élever, ou en général la même réſiſtance à vaincre. Ce ſera le ſujet du problême ſuivant.

PROBLEME IV.

XLVIII. *La largeur des ailes, & leur inclinaiſon à la direction du vent étant par tout les mêmes & données, de même que la réſiſtance, qui doit être vaincuë, trouver la diſpoſition de la machine, pour que le plus grand effet ſoit produit, pour chaque viteſſe du vent, en faiſant abſtraction du frottement.*

SOLUTION.

Les choſes données ſont donc la longueur de chaque aile $OF = f$, Fig. 4. la largeur $HH = h$, l'inclinaiſon à la direction du vent $= \omega$: enſuite la réſiſtance à vaincre, repréſentée par le poids d'un volume d'eau $= p^3$, & enfin la viteſſe du vent, qui ſoit duë à la hauteur $= c$. Or nous cherchons la diſpoſition de la machine, qui, quelque compoſée qu'elle ſoit, ſe réduit au rapport entre les viteſſes du fardeau & de la force, qui étant ſuppoſé comme r à f, tout revient à la détermination

de la quantité r, que nous avons repréſentée par le rayon du tambour RRSS (fig. 5) Or cette quantité r dépend de la viteſſe $V v$, dont les ailes tournent à leurs extrémités ; & puisque le moment d'effet eſt égal au moment d'impulſion, nous n'avons qu'à chercher la viteſſe $V v$, pour que le moment d'impulſion devienne le plus grand. Or le moment d'impulſion étant trouvé

$$\frac{4ncfh \cdot \text{cof}\,\omega . V v}{m} \left(\tfrac{1}{2} \text{ ſin } \omega^2 - \frac{2 V v}{3 V c} \text{ ſin}\,\omega \,\text{cof}\,\omega + \frac{v}{4c} \text{ cof}\,\omega^2 \right)$$

poſons pour abréger $\frac{V v}{V c} = z$ tang ω, & l'expreſſion ſuivante

$$\frac{4ncfhz \text{ ſin } \omega^3 . V c}{m} - \left(\tfrac{1}{4} - \tfrac{2}{3} z + \tfrac{1}{4} z z \right)$$

doit être reduite à un *maximum*, par la détermination de la variable z. Nous aurons donc à égaler à un *Maximum* cette formule $2z - \frac{2}{3} z z + z^3$. d'où nous tirons

$$2 - \tfrac{16}{3} z + 3 z z = 0 \text{ \& partant}$$

$$z = \frac{V v}{V c} \text{ cotang } \omega = \frac{8 \pm V 10}{9}$$

Mais, pour que notre expreſſion du moment d'impulſion ait lieu, il faut que $V v <$ tang $\omega . V c$ ou $z < 1$, d'où l'on voit que l'ambiguité des ſignes ſe réduit au ſigne —, de ſorte que nous ayons

$$V v = \frac{8 - V 10}{9} \text{ tang } \omega . V c$$

Et ſubſtituant cette valeur, le moment d'impulſion ſera

$$\frac{ncfh \text{ ſin } \omega^3 \, V c}{m} \cdot \frac{8 - V 10}{9} \cdot \frac{44 + 8 V 10}{81}$$

ou $$\frac{ncfh \text{ ſin } \omega^3 . V c}{m} \cdot \frac{272 + 20 V 10}{729}$$

Poſons

Poſons pour abréger ces facteurs irrationnels

$$\frac{8 - \sqrt{10}}{9} = \lambda = 0{,}537514$$

$$\frac{44 + 8\sqrt{10}}{81} = \mu = 0{,}855544$$

$$\frac{272 + 20\sqrt{10}}{729} = \nu = 0{,}459873$$

de ſorte que $\nu = \lambda\,\mu$, & la viteſſe des ailes ſera

$$\sqrt{v} = \lambda \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$$

& le moment d'impulſion, qui eſt le plus grand

$$\frac{\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 \sqrt{c}}{m}$$

auquel doit être égal le moment d'effet $\frac{p^3 r \sqrt{v}}{f}$, d'où nous tirons

$$\frac{\lambda p^3 r \text{ tang } \omega . \sqrt{c}}{f} = \frac{\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 . \sqrt{c}}{m}$$

ou $p^3 r = \frac{\mu ncffh \text{ ſin } \omega^2 . \text{ cof } \omega}{m}$,

donc $r = \frac{\mu ncffh \text{ ſin } \omega^2 . \text{ cof } \omega}{mp^3}$,

d'où l'on connoit la diſpoſition de toute la machine.

COROLL. I.

XLIX. Donc, pour qu'une telle machine produiſe le plus grand effet, il faut que pour chaque viteſſe du vent on donne à la quantité r une valeur particuliere : laquelle eſt proportionnelle au quarré de la viteſſe du vent.

COROLL 2.

L. La diſpoſition de la machine doit donc être telle, que le rapport entre les viteſſes du fardeau & de la rouë principale, ou le rapport entre f & r, puiſſe être changé : ou bien que le rayon du tambour r puiſſe être augmenté & diminué dans la raiſon doublée de la viteſſe du vent.

COROLL 3.

LI. Donc, ſi le tambour a une grandeur fixe, comme nous l'avons ſuppoſé dans les propoſitions précédentes, il n'y a qu'un ſeul degré du vent, où la machine produiſe le plus grand effet, ce qui arrive lorsque $c = \frac{mp^3 r}{\mu nffh \text{ ſin } \omega^2 \text{ coſ } \omega}$. Tous les autres vents produiront un moindre effet, qu'ils ne feroient capables de produire, l'on pouvoit changer la diſpoſition de la machine, ou la quantité r.

COROLL 4.

LII. Or, ſi l'on donne à r pour chaque vent ſa valeur convenable $r = \frac{\mu ncffh \text{ ſin } \omega^2 \text{ coſ } \omega}{mp^3}$, la machine produira le plus grand effet, dont le moment ſera $= \frac{\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 \sqrt{c}}{m}$. Cet effet eſt donc proportionnel au cube de la viteſſe du vent ; pendant qu'il en ſuit à peine la raiſon du quarré, ſi la valeur de r demeure fixe.

COROLL 5.

LIII. On voit auſſi que ce plus grand effet eſt proportionnel à la ſurface des ailes, ou à fh, & outre cela auſſi au cube du ſinus de l'angle d'incidence du vent ω. D'où il eſt evident, qu'il eſt fort avantageux d'approcher ce angle ω autant d'un droit, qu'il eſt poſſible.

SCHOLION. 1.

LIV. $\sqrt{c}$ entre dans nos formules, entant qu'il exprime la viteſſe du vent, & il ſera aiſé d'introduire à ſa place l'eſpace que le vent parcourt dans une ſeconde. Que g marque la hauteur, par laquelle

un

un corps tombe dans une ſeconde, & $2\sqrt{gc}$ ſera l'eſpace, que le vent parcourt dans une ſeconde : poſant maintenant $2\sqrt{gc}$ à la place de $\sqrt{c}$, l'expreſſion $\frac{2\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 . \sqrt{gc}}{m}$ donnera l'effet de la machine produit dans une ſeconde, ou bien la réſiſtance multipliée par l'eſpace, par lequel elle avance dans une ſeconde. Et ſi la machine eſt employée à élever de l'eau, cette même expreſſion définit la quantité d'eau élevée par ſeconde, multipliée par la hauteur, à laquelle l'eau eſt élevée. Soit donc a la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée, & M la maſſe d'eau élevée dans une ſeconde, qu'il faut exprimer en pieds cubiques, ſi les quantités c, f, h, & g, ſont données en pieds, & on aura $Ma = \frac{2\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 \sqrt{gc}}{m}$, d'où l'on aura la quantité d'eau M, qui ſera élevée par ſeconde à la hauteur donnée a.

$$M = \frac{2\nu ncfh \text{ ſin } \omega^3 . \sqrt{c}}{ma}$$

Pour en donner un exemple, ſuppoſons ſelon le cas propoſé par Mr. *Lulofs*

$f = 43$ pieds, $h = 5\frac{1}{2}$ pieds, $a = 4$ pieds, & l'angle $\omega = 73°$ enſuite $2\sqrt{gc} = 30$ pieds : donc à cauſe de $g = 15\frac{1}{6}$ pieds, il y aura $c = \frac{7}{3}$ pieds, d'où nous obtiendrons,

ſin $\omega^3 = \frac{7}{8}$ & $M = \frac{30 . 72 . 43 . 11 . 7}{4 . 5 . \quad 2 . 8} \cdot \frac{\nu n}{m}$ pieds cubiques,

ou $M = \frac{89497}{4} \cdot \frac{\nu n}{m} = 10289 . \frac{n}{m}$ pieds cubiques.

Prenons $m = 700$, & nous aurons $M = 14\frac{7}{10} n$. Donc dans une minute cette machine élevera $882n$ pieds cubiques d'eau à la hauteur de 4 pieds. Donc, ſi cette machine élevoit 1500 pieds cubiques, il faudroit mettre $n = \frac{1500}{882}$: d'où il eſt evident que la valeur de n eſt encore plus grande, puisque d'un côté j'ai négligé ici le frottement, & d'un autre côté il n'eſt pas probable, que la diſpoſition de la machine

chine ait été conforme au plus grand avantage. J'ai ſuppoſé ici la gravité ſpecifique de l'air 700 fois plus petite que celle de l'eau, au lieu que dans mes premiers calculs je l'avois priſe 850 fois moindre, & c'eſt la raiſon que j'ai trouvé ici le nombre 882 au lieu de 757, que j'ai rapporté cy deſſus (§. 8). Cependant je ne voudrois encore rien décider ſur la véritable valeur de la lettre n, puisque le cas de l'expérience n'eſt pas aſſez d'accord avec celui, auquel j'ai appliqué ici le calcul. Car Mr. *Lulofs* a marqué exprès, que l'inclinaiſon des ailes au vent n'étoit pas par toute leur longueur la même ; mais que l'angle ω étoit moindre près de l'axe, & plus grand vers les extrémités, que 73°, & qu'il avoit pris un milieu. Or il eſt encore fort douteux, ſi un tel milieu eſt équivalent ; je différerai donc la déciſion, jusqu'à ce que j'aurai examiné le cas, où l'angle ω eſt variable par la longueur des ailes.

LV. Il eſt ici fort remarquable que l'effet de ces machines eſt proportionnel au cube du ſinus de l'angle d'inclinaiſon ω, d'où il s'enſuit que, pour produire le plus grand effet, il faudroit rendre cet angle droit. Cependant il eſt très certain qu'alors le vent n'exerceroit plus aucune force ſur les ailes ; & qu'il ne ſeroit pas capable de vaincre la moindre réſiſtance : auſſi trouvons-nous pour ce cas $r = 0$ à cauſe de $\cos \omega = 0$, de ſorte que le moment de la réſiſtance évanouïroit tout à fait, & la viteſſe des ailes $V v$ deviendroit infinie. Par cette raiſon on voit bien que ce cas eſt impoſſible, puisque les ailes rencontrent toujours par leur tranchant une réſiſtance de la part de l'air, laquelle croiſſant dans la raiſon des quarrés de la viteſſe arrêteroit bientôt l'accélération ulterieure des ailes, quand même la réſiſtance de la machine évanouïroit. Mais, quoiqu'il fut $r = 0$, où la force de la réſiſtance ſeroit réduite à rien, le moindre frottement de la machine rendroit ce cas inutile, & l'arrêteroit en repos. De là il eſt évident qu'on ne ſauroit négliger, ni le frottement, ni la réſiſtance de l'air, que les ailes ſouffrent par leur tranchant, dès que l'angle ω approche fort d'un droit, & que la viteſſe des ailes devient fort rapide : puisqu'alors ces deux

deux circonſtances fournissent les principales déterminations de la machine & de ſon mouvement. Il eſt donc de la derniere importance, qu'en traitant ce problème on ait égard tant au frottement qu'à la réſiſtance de l'air, & ce ſera de là qu'on pourra déterminer, jusqu'à quel point on puiſſe augmenter l'angle ω, afin que le véritable effet devienne le plus grand. Or le ſeul frottement mettra déjà de telles bornes à la viteſſe des ailes, qu'on pourra ſe diſpenſer d'avoir égard à la réſiſtance de l'air, tant puisqu'elle n'eſt pas fort conſidérable, quand le mouvement des ailes n'eſt pas extrémement rapide, que puisque ſon effet peut être réuni à peu près avec celui du frottement. Car, quoique celui-cy ſuive la raiſon ſimple de la viteſſe, & celui-là la doublée, on pourra bien ſe paſſer de la petite différence qui en réſulteroit.

PROBLEME V.

LVI. *Les mêmes choſes étant données que dans le problême précedent, trouver la diſpoſition de la machine, afin qu'elle produiſe le plus grand effet, en ayant égard au frottement, auquel la machine eſt aſſujettie.*

SOLUTION.

Pour vaincre le frottement ſoit requiſe la force F, qui étant appliquée à l'extrémité d'une aile, contrebalance préciſément le frottement. Cette force etant contraire à la force d'impulſion, ſon moment, qui eſt $F\sqrt{v}$, doit être retranché du moment d'impulſion, de ſorte que, pour mettre la machine en action, on aura ce moment d'impulſion

$$\frac{4ncfh\cos\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2-\frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\sin\omega\cos\omega+\frac{v}{4c}\cos\omega^2\right)-F\sqrt{v}$$

qu'il faut rendre un *maximum*. Poſons comme auparavant pour abréger $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}}=z\tang\omega$, & nous aurons :

$$\frac{ncfhz\sin\omega^3\sqrt{c}}{m}\left(2-\tfrac{8}{5}z+zz\right)-Fz\tang\omega.\sqrt{c}$$

Soit de plus $\frac{m\,F\,\text{tang}\,\omega}{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^3} = \Phi$, & il faudra rendre un *maximum*

$$2\,z - \tfrac{8}{3}\,zz + z^3 - \Phi\,z, \quad \text{d'où nous tirons}$$

$$3zz - \tfrac{16}{3}\,z + 2 - \Phi = 0 \quad \text{& partant :}$$

$$z = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\,\Phi)}}{9}$$

C'eſt donc le nombre Φ, qui renferme l'effet du frottement, ayant ſuppoſé $\Phi = \frac{m\,F}{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^2\,\text{cof}\,\omega}$, & de là nous aurons pour la viteſſe des ailes :

$$\sqrt{v} = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\,\Phi)}}{9}\,\text{tang}\,\omega.\,\sqrt{c}$$

Enſuite, puisque $F = \frac{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^2\,\text{cof}\,\omega}{m}\,\Phi$, le plus grand moment d'impulſion ſera :

$$\frac{8-\sqrt{(10+27\Phi)}}{9} \cdot \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} \cdot \frac{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^3.\sqrt{c}}{m} \cdot$$

ou $\frac{272-648\Phi+(20+54\Phi)\sqrt{(10+27\Phi)}}{729} \cdot \frac{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^3.\sqrt{c}}{m}$

auquel doit être égal le moment de l'effet $\frac{p^3\,r\,\sqrt{v}}{f}$, d'où l'on tire

$\frac{p^3\,r}{f} = \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} \cdot \frac{n\,c\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^2\,\text{cof}\,\omega}{m}$, & partant

$$r = \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} \cdot \frac{n\,c\,f\,f\,h\,\text{fin}\,\omega^2\,\text{cof}\,\omega}{m\,p^3}$$

COROLL.

COROLL. 1.

LVII. Donc, après avoir posé $\phi = \frac{m\,F}{n\,c\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega}$, nous venons de trouver $z = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\phi)}}{9}$, & de là nous avons la viteſſe des ailes à leurs extrémités $\sqrt{v} = z \tang \omega . \sqrt{c}$, & le moment d'impulſion, ou plûtot celui de l'effet, $= \frac{n\,c\,f\,h\,z \sin\omega^3 \sqrt{c}}{m}\left(2 - \frac{8}{3}z + zz - \phi\right)$, puisque nous avons déjà retranché le frottement de l'impulſion actuelle. Enfin, pour la diſpoſition la plus avantageuſe, nous aurons $r = \frac{n\,c\,f\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega}{m\,p^3}\left(2 - \frac{8}{3}z + zz - \phi\right)$, ſi l'on donne à z la valeur trouvée.

COROLL. 2.

LVIII. Sans avoir égard à la diſpoſition la plus avantageuſe, il faut, que la machine étant encore en repos, ou $z = 0$, la force du vent ſoit au moins capable de vaincre le frottement ; d'où il faut qu'il ſoit $\phi < 2$. Enſuite, pour qu'elle puiſſe auſſi vaincre la réſiſtance, il faut qu'il ſoit $\frac{n\,c\,f\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega}{m}(2 - \phi) < p^3\,r$. Enfin, par la raiſon alléguée cy-deſſus, z doit être moindre que l'unité, ou $z < 1$.

COROLL. 3.

LIX. Donc, puisque $\phi = \frac{m\,F}{n\,c\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega}$, il eſt abſolument néceſſaire qu'il ſoit $\frac{m\,F}{n\,c\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega} < 2$, & partant $c > \frac{m\,F}{2\,n\,f\,h \sin\omega^2 \cos\omega}$ d'où l'on connoit quelle force doit avoir le vent, avant qu'il ſoit capable de vaincre le frottement. Or, pour empêcher que la valeur

de Φ ne devienne trop grande, il eſt évident, que l'angle ω ne ſauroit être ni trop petit, ni trop approchant d'un droit.

COROLL. 4.

LX. Or, ſi $\Phi < 2$; on trouve toujours pour z une valeur poſitive moindre que l'unité, par laquelle on déterminera la plus avantageuſe diſpoſition de la Machine, ou la quantité r. Où l'on peut remarquer que la formule trouvée ſe change aiſément dans cette forme.

$$r = \frac{[8-V(10+27\Phi)]\ [8+2V(10+27\Phi)]}{81} \cdot \frac{ncffh \sin\omega^2 \cos\omega}{mp^3}.$$

Et le moment de l'effet ſera alors

$$\frac{[8-V(10+27\Phi)]^2\ [8+2V(10+27\Phi)]}{729} \cdot \frac{ncfh \sin\omega^3 Vc}{m}.$$

COROLL. 5.

LXI. Ce plus grand moment, dès qu'il commence à devenir réel, ou que $\Phi < 2$, augmente avec la viteſſe du vent ; & lorsque le vent devenoit infiniment rapide, ce moment, ou l'effet de la machine, ſuivroit encore la raiſon du cube de la viteſſe du vent. Or, ſi la viteſſe du vent diminue, la valeur de Φ augmente, & rend le coëfficient irrationel plus petit, d'où l'effet décroitra dans une raiſon plus grande que celle des cubes de la viteſſe.

COROLL. 6.

LXII. Or ce coëfficient irrationel $[8 - V(10 + 27\ \Phi)]^2\ [8 + 2\ V(10 + 27\ \Phi)]$ évanouit lorsque $\Phi = 2$, & pendant que la valeur de Φ décroit, ou que la viteſſe du vent augmente, il deviendra de plus en plus grand, & approchera de $(8 - V\ 10)^2\ (8 + 2\ V\ 10)$, qui eſt ſa valeur pour le cas $\Phi = 0$; ou la viteſſe du vent infinie. Donc, puisque ce coëfficient croit avec la viteſſe du

du vent, il eſt clair que le plus grand effet de la machine croit dans une plus grande raiſon, que celle des cubes de la viteſſe du vent.

SCHOLION.

LXIII. Nous avons conſidéré ici l'inclinaiſon des ailes à la direction du vent, ou l'angle ω comme donné ; or on voit que le plus grand effet qu'on obtient, ſi l'on donne à la machine la diſpoſition prescrite, dépend beaucoup de cet angle ω. Car, ſi l'on faiſoit l'angle ω à peu près de 90°, ce qui ſeroit le cas le plus avantageux s'il n'y avoit point de frottement, le facteur $\frac{ncfh \text{ ſin } \omega^3 \sqrt{c}}{m}$ deviendroit bien le plus grand, mais le facteur irrationel diminueroit l'effet, à cauſe de la valeur de Φ, qui eſt réciproquement proportionelle à ſin ω^2 coſ ω: & nous avons vû, que ſi $\Phi = 2$ ou même plus grand que 2, la machine ne ſauroit plus être miſe en mouvement. Il faut donc prendre l'angle ω en ſorte qu'il en réſulte une valeur pour Φ, qui ſoit moindre que 2, & pour cet effet il faut exclure, tant les cas où l'angle ω eſt trop petit, que ceux où il aproche trop d'un angle droit, puisque l'un & l'autre cas augmente la valeur de Φ. En ne regardant que l'angle ω comme variable, la valeur de Φ devient la plus petite ſi l'on prend ſin $\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}$ & coſ $\omega = \sqrt{\frac{1}{3}}$, ou bien l'angle $\omega = 54°, 44'$, auquel cas on aura $\Phi = \frac{3mF\sqrt{3}}{2ncfh}$, qui eſt ſa plus petite valeur. Mais, ſoit qu'on prenne l'angle ω plus grand ou plus petit que 54°, 44', la valeur de Φ deviendra plus grande, de ſorte qu'il y a toujours deux angles pour ω, qui donnent la même valeur pour Φ, dont l'un eſt plus grand que 54°, 44', & l'autre plus petit. Or il eſt évident que de ces deux valeurs il eſt toujours bon de choiſir la plus grande, puisque alors ſin ω^3, ou le dernier facteur devient plus grand, le premier irrationel demeurant le même : ainſi ces deux angles $\omega = 45°$, & $\omega = 64°, 5', 11''$ donnent la même valeur ſin ω^2 coſ $\omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, & partant auſſi la même pour Φ. Cepen-

dant, en prenant $\omega = 64°, 5', 11''$ au lieu de $\omega = 45°$, l'effet de la machine ſera $= 2\frac{1}{17}$ fois plus grand. On comprend auſſi qu'il eſt plus avantageux de prendre l'angle ω plus grand que $54°, 44'$; car, quoique la valeur de Φ devienne plus grande, & partant le facteur irrationel $\frac{[8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}]^2 [8 + 2\sqrt{(10 + 27\Phi)}]}{729}$ plus petit, l'autre facteur $\frac{ncfh \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$, prend en échange une plus grande valeur, de ſorte que le produit de ces deux formules devient plus grand : car, ſi l'on augmente tant ſoit peu l'angle ω au delà de $54°, 44'$, le nombre Φ, & partant auſſi le facteur irrationel, n'en change point, tandis que l'autre facteur en reçoit une augmentation ſenſible. Il eſt donc important de déterminer l'angle ω, ſous lequel il faut incliner les ailes à la direction du vent, afin que la machine produiſe le plus grand effet ; ce que nous ferons dans le problème qui ſuit.

PROBLEME VI.

LXIV. *Quand les ailes ſont partout également larges, & également inclinées à la direction du vent, trouver quelle inclinaiſon il leur faut donner, afin que la machine produiſe le plus grand effet, en tenant compte du frottement.*

SOLUTION.

Après avoir poſé comme ci-deſſus $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = z \operatorname{tang} \omega$, le moment d'impulſion diminué de celui du frottement eſt

$$\frac{ncfhz \sin \omega^3 . \sqrt{c}}{m} (2 - \tfrac{8}{3} z + zz) - Fz \operatorname{tang} \omega \sqrt{c}$$

qu'il s'agit de rendre un *maximum*. Or, puiſqu'on demande l'angle le plus convenable ω, en ſuppoſant qu'on ait déjà donné à z la valeur, que la plus avantageuſe diſpoſition de la machine exige, ſavoir

$z =$

$z = \frac{8 - V(10 + 27\Phi)}{9}$, ayant poſé $\Phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$,

il faut différentier l'expreſſion du moment en ſuppoſant tant z que l'angle ω variable. Or le différentiel qui réſulte de la variabilité de z évanouit déjà, ſi l'on donne à z la valeur trouvée ; il ne reſte donc qu'à conſidérer l'angle ω ſeul comme variable, & poſant le différentiel $= 0$ nous aurons cette équation.

$$\frac{3ncfhz \sin\omega^2 \cos\omega V c}{m}(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{Fz V c}{\cos\omega^2} = 0 \text{ ou}$$

$$\frac{3ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}{m}(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{F}{\cos\omega^2} = 0$$

Poſons pour F ſa valeur $\frac{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}{m}\Phi$ pour avoir

$$3(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{\Phi}{\cos\omega^2} = 0$$

ou

$$\Phi = 3c\cos\omega^2(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) = \frac{c\cos\omega^2[8 - V(10 + 27\Phi)][8 + 2V(10 + 27\Phi)]}{27}$$

Donc nous aurons

$$\frac{27\Phi}{\cos\omega^2} = 44 - 54\Phi + 8V(10 + 27\Phi)$$

Mais, puisque $\Phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$, poſons pour abréger $\frac{mF}{ncfh} = \frac{4\alpha}{27}$, de ſorte que $27\Phi = \frac{4\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega}$, & nous aurons

$$\frac{\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega^3} = 11 - \frac{2\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega} + 2V\left(10 + \frac{4\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega}\right)$$

ou

$$\alpha + 2\alpha\cos\omega^2 - 11 \sin\omega^2 c\omega^3 = 2\sin\omega c\omega^2 V(10 \sin\omega^2 c\omega^2 + 4\alpha c\omega)$$

qui

qui étant délivrée des irrationels prendra cette forme

$$\alpha\alpha(1+2\cos\omega^2)^2-2\alpha\sin\omega^2\cos\omega^3(11+30\cos\omega^2)+81\sin\omega^4\cos\omega^6=0$$

où il faut ſe ſouvenir que $\frac{4\alpha}{\sin\omega^2\cos\omega}$ doit être moindre que 54, & partant $\sin\omega^2\cos\omega > \frac{4\alpha}{54}$, ou $\sin\omega^2\cos\omega > \frac{2\alpha}{27}$. Tout revient donc à réſoudre cette équation, & à en déterminer l'angle ω. Comme elle peut avoir pluſieurs racines, il eſt bon de remarquer, que l'angle ſatisfaiſant eſt toujours plus grand que 54°, 44′, comme j'ai fait voir ci-deſſus.

COROLL. 1.

LXV. La conſtante $\alpha = \frac{27\,mF}{4\,ncfh}$ renferme le frottement F, auquel elle eſt proportionelle. Et au cas que le frottement évanouir, notre équation nous découvre $\cos\omega = 0$, ou l'angle ω droit, tout comme nous l'avons déjà remarqué.

COROLL. 2.

LXVI. Donc, ſi le frottement eſt extrémement petit, nous voyons que l'angle ω doit approcher fort d'un angle droit, de ſorte que $\cos\omega$ ſera une fraction très petite. Nous pourrons donc ſuppoſer $1+2\cos\omega^2 = 1$ & $11+30\cos\omega^2 = 11$, & notre équation à réſoudre ſera

$$\alpha\alpha = 22\,\alpha\sin\omega^2\cos\omega^3 - 81\sin\omega^4\cos\omega^6$$

d'où nous tirons :

$$\alpha = (11\pm\sqrt{40})\sin\omega^2\cos\omega^3 \text{ ou } \sin\omega^2\cos\omega^3 = \frac{\alpha}{11\pm\sqrt{40}}.$$

Et, puisque $\sin\omega$ eſt à peu près $= 1$, on aura $\cos\omega = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{11\pm\sqrt{40}}}$

où

où il faudra prendre le ſigne $+$, afin que l'angle ω approche plus d'un droit.

COROLL. 3.

LXVII. On pourra auſſi déterminer les cas, où un angle donné ω eſt le plus propre pour procurer le plus grand effet de la machine. Car, prenant pour ω un angle quelconque plus grand que $54°, 44'$, on trouve

$$\alpha = \frac{11 + 30\cos\omega^2 \pm V[(7 + 24\cos\omega^2)^2 - 9]}{(1 + 2\cos\omega^2)^2} \cdot \sin\omega^2 \cos\omega^2$$

& cet angle produira le plus grand effet, lorsque le frottement eſt $F = \frac{4ncfh\alpha}{27m}$. Alors ayant $-z = \frac{8}{9} - V\left(\frac{10}{11} + \frac{4\alpha}{81\sin\omega^2\cos\omega}\right)$, le plus grand moment d'effet ſera,

$$\frac{ncfhz\sin\omega^3 . Vc}{m}\left(2 - \frac{8}{3}z + zz\right) - Fz\,\mathrm{tang}\,\omega Vc.$$

EXEMPLE.

LXVIII. *Qu'on cherche les cas, où l'inclinaiſon des ailes à la direction du vent de* $70°, 31'$, *eſt la plus avantageuſe : ou lorſqu'on met* $\cos\omega = \frac{1}{3}$ *&* $\sin\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Poſant donc $\cos\omega = \frac{1}{3}$ & $\sin\omega^2 = \frac{8}{9}$, on trouvera

$$\alpha = \frac{43 \pm V760}{121} \cdot \frac{8}{9}$$ d'où l'on tire deux valeurs, qui ſont

$\alpha = 0,5184$ & $\alpha = 0,1134$, auxquelles répond le frottement $F = 0,0768 \cdot \frac{m}{n} cfh$ & $F = 0,0168 \cdot \frac{m}{n} cfh$.

SCHOLIE.

LXIX. Or, puisque l'inclinaiſon des ailes, comme je viens de la déterminer, dépend de la force du vent, & qu'il la faudroit changer toutes les fois que le vent change, la pratique ne ſauroit tirer aucun avantage de cette détermination, qui demanderoit d'ailleurs un dévelopement plus ſoigneux, auquel il ſeroit ſuperflu de s'arrêter plus longtems. Ce qui nous a jetté dans cet embarras, c'eſt que nous avons donné aux ailes par toute leur étendue la même inclinaiſon à la direction du vent : or il n'y a non ſeulement rien qui nous oblige à cette égalité, mais il eſt même beaucoup plus avantageux de donner aux ailes une inclinaiſon variable, en ſorte que l'angle ω en s'éloignant de l'axe approche de plus en plus de 90°. Auſſi voyons-nous qu'on obſerve actuellement cette maxime dans la pratique ; & quand Mr. *Lulofs* marque, que l'angle ω étoit de 73°, il avertit expreſſément, que le vent tomboit plus obliquement ſur les ailes près de l'axe, & qu'il les frappoit presque perpendiculairement vers les extrémités. Et pour ramener ce cas à celui que j'avois traité, y ayant ſuppoſé l'inclinaiſon uniforme, il avoit pris un milieu entre la plus grande & la plus petite inclinaiſon. Donc, puisqu'il a trouvé ce milieu de 73°, ſi la plus grande a été de 90°, la plus petite ſeroit de 56°. J'examinerai donc combien cette variabilité eſt conforme à la théorie, & combien il y a à gagner de ce côté pour augmenter l'effet de ces ſortes de machines.

PROBLEME VII.

LXX. *Trouver la plus avantageuſe inclinaiſon, qu'il faut donner aux ailes d'un moulin à vent, afinqu'on en puiſſe tirer le plus grand effet.*

SOLUTION.

Pour réſoudre ce probléme il faut remonter à la premiere formule intégrale, qui exprime le moment d'impulſion. Or, ſi nous poſons la longueur entiere des ailes $OF = f$, leur largeur $MM = y$, qui convient à la diſtance de l'axe $OP = x$, & l'angle ſous lequel l'élé-

Fig. 4.

ment

ment de l'aile MMmm y eſt incliné à la direction du vent $= \omega$, il faut conſidérer cet angle comme variable, & déterminer pour chaque diſtance de l'axe OP $= x$ ſa valeur, afin que le moment d'impulſion devienne le plus grand. Mais nous avons trouvé (27) ce moment exprimé en forte :

$$\frac{4\,nc\,Vv}{mf} \int x\,y\,dx \cos\omega \left(\sin\omega - \frac{x\,Vv}{f\,Vc}\cos\omega\right)^2$$

où c marque la hauteur dûe à la viteſſe du vent, & v celle qui eſt dûe à la viteſſe des ailes à leur extrémité F. De quelque maniere que la largeur des ailes varie, on peut regarder y comme une fonction donnée de x ; & notre formule intégrale ne renfermera que deux variables x & ω, entre leſquelles il faut déterminer le rapport, qui rendra un *maximum* la valeur de notre intégrale. Or on ſait que, ſi Z eſt une fonction quelconque de deux variables x & ω, en ſorte que $dZ = M\,dx + N\,d\omega$, la formule intégrale $\int Z\,dx$ obtiendra la plus grande valeur quand on poſe $N = 0$; donc, puiſque dans notre cas on a

$$Z = x\,y\,\cos\omega\,(\sin\omega - \frac{x\,Vv}{f\,Vc}\cos\omega)^2$$

il s'enſuit par la différentiation

$$N = -xy\sin\omega(\sin\omega - \frac{xVv}{fVc}\cos\omega)^2 + 2xy\cos\omega(\sin\omega - \frac{xVv}{fVc}\cos\omega)(\cos\omega + \frac{xVv}{fVc}\sin\omega)$$

d'où, en diviſant par $x\,y\,(\sin\omega - \frac{x\,Vv}{f\,Vc}\cos\omega)$, nous tirons cette équation :

$$\sin\omega^2 - \frac{x\,Vv}{f\,Vc}\sin\omega\cos\omega = 2\cos\omega^2 + \frac{2\,x\,Vv}{f\,Vc}\sin\omega\cos\omega$$

ou $\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2 = \frac{3\,x\,Vv}{f\,Vc}\sin\omega\,\cos\omega.$

Poſons pour abréger $\frac{3x\sqrt{v}}{f\sqrt{c}} = 2\varrho$ pour avoir

$$\text{ſin}\,\omega^2 - 2\,\text{cof}\,\omega^2 = 2\varrho\,\text{ſin}\,\omega\,\text{cof}\,\omega,\ \text{où diviſant par cof}\,\omega^2$$
$$\text{tang}\,\omega^2 = 2\varrho\,\text{tang}\,\omega + 2 \quad \text{donc}$$
$$\text{tang}\,\omega = \varrho + \sqrt{(\varrho\varrho + 2)} \quad \text{ou bien}$$
$$\text{tang}\,\omega = \frac{3x\sqrt{v}}{2f\sqrt{c}} + \sqrt{\left(\frac{9xxv}{4ffc} + 2\right)}$$

D'où l'on connoit pour chaque diſtance x de l'axe l'inclinaiſon qu'il faut donner aux ailes, afin que le moment d'impulſion devienne le plus grand qu'il eſt poſſible.

COROLL. 1.

LXXI. De cette formule il eſt évident que, plus le point P des ailes eſt éloigné de l'axe O, & plus l'angle ω y devient grand, ou plus l'inclinaiſon des ailes à la direction du vent y approche d'un angle droit. Or tout près de l'axe O, ou $x = 0$, on a tang $\omega = \sqrt{2}$, ou bien l'angle $\omega = 54°, 44'$; & partant plus loin de l'axe O l'angle ω doit être plus grand.

COROLL. 2.

LXXII. A l'extrémité des ailes en F, où $x = f$, l'angle ω ſera le plus grand, & on aura tang $\omega = \frac{3\sqrt{v}}{2\sqrt{c}} + \sqrt{\left(\frac{9v}{4c} + 2\right)}$.

Cet angle dépend donc du rapport des viteſſes $\sqrt{v}$ & $\sqrt{c}$; & plus la viteſſe des ailes eſt grande par rapport à la viteſſe du vent, plus auſſi approchera l'angle ω d'un droit. S'il y avoit $\sqrt{v} = \sqrt{c}$, on auroit tang $\omega = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{17}{4}}$, ou bien l'angle $\omega = 74°, 19'$. Or, ſi l'on met $\sqrt{v} = 2\sqrt{c}$, on aura tang $\omega = 3 + \sqrt{11}$ ou $\omega = 81°, 1'$;

& pour le cas

$\sqrt{v} = 3\sqrt{c}$, on aura tang $\omega = \frac{9 + \sqrt{89}}{2}$ ou $\omega = 83°, 49'$.

ce-

COROLL. 3.

LXXIII. Posons ce raport $\frac{Vv}{Vc} = \nu$, & il faut qu'il demeure toujours le même, quelque changement qu'il arrive au vent, afin que les ailes puissent servir pour tous les degrés du vent: alors on aura

$$\text{tang } \omega = \frac{3\nu x}{2f} + V\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)$$

& à l'extrémité des ailes en F, $\text{tang } \omega = \frac{3}{2}\nu + V\left(\frac{9}{4}\nu\nu + 2\right)$.

COROLL. 4.

LXXIV. Dans cette disposition des ailes il n'est pas à craindre, que le calcul devienne jamais contraire à la vérité. Car, quelque grande que soit la viteſſe du vent, il y a toujours $\sin \omega > \frac{xVv}{fVc}$ $\cos \omega$, & il n'arrive jamais, comme dans les cas précédens, qu'une partie des ailes éprouve le choc du vent par derriere.

COROLL. 5.

LXXV. Posant $Vv = \nu Vc$, le moment d'impulsion sera

$$\frac{4\nu ncVc}{mf} \int xy\,dx \cos\omega^3 \left(\text{tang } \omega - \frac{\nu x}{f}\right)^2$$

& puisque la formule intégrale ne renferme plus la viteſſe du vent, le moment d'impulsion sera proportionnel au cube de la viteſſe du vent.

PROBLEME VIII.

LXXVI. *Si les ailes sont partout de la même largeur, & qu'on dispose leur inclinaison à la direction du vent, comme il a été enseigné dans le problême précédent, déterminer le moment d'impulsion dont les ailes seront frappées par chaque vent.*

SOLUTION.

Ayant établi un certain rapport entre la viteſſe du vent Vc & la viteſſe des ailes à leur extrémité Vv, en ſorte que $Vv = vVc$, ſoit la largeur conſtante des ailes $HH = h$, & puisque $y = h$, il s'agit de trouver l'intégrale de cette expreſſion.

$$\frac{4vnhcVc}{mf} \int x\,dx \operatorname{cof}\omega^3 \left(\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f}\right)^2$$

en poſant $\operatorname{tang}\omega = \frac{3vx}{2f} + V\left(\frac{9vvxx}{4ff} + 2\right)$. Or, ſi l'on mettoit cette valeur à la place de tang ω, le cof ω ſeroit exprimé par une formule ſi embarraſſée, qu'on auroit bien de la peine à en chercher l'intégrale. Il eſt donc à propos de garder dans le calcul la variable ω, & de déterminer l'autre x par celle-ci : doù l'on aura

$$\operatorname{tang}\omega^2 - \frac{3vx}{f}\operatorname{tang}\omega = 2, \text{ \& } \frac{vx}{f} = \frac{\operatorname{tang}\omega^2 - 2}{3\operatorname{tang}\omega}$$

De là nous obtiendrons :

$$\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f} = \frac{2\operatorname{tang}\omega^2 + 2}{3\operatorname{tang}\omega} = \frac{2}{3\operatorname{ſin}\omega\operatorname{cof}\omega}$$

$$\text{\&} \quad \left(\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f}\right)^2 = \frac{4}{9\operatorname{ſin}\omega^2\operatorname{cof}\omega^2}$$

Enſuite ayant

$$x = \frac{f}{3v}(\operatorname{tang}\omega - 2\operatorname{cof}\omega) = \frac{f(\operatorname{ſin}\omega^2 - 2\operatorname{cof}\omega^2)}{3v\operatorname{ſin}\omega\operatorname{cof}\omega}$$

a différentiation donne

$$dx = \frac{fd\omega}{3v}\left(\frac{1}{\operatorname{cof}\omega^2} + \frac{2}{\operatorname{ſin}\omega^2}\right) = \frac{fd\omega(\operatorname{ſin}\omega^2 + 2\operatorname{cof}\omega^2)}{3v\operatorname{ſin}\omega^2\operatorname{cof}\omega^2}$$

D'où l'on tirera

$$x\,dx\operatorname{cof}\omega^3 = \frac{ffd\omega(\operatorname{ſin}\omega^4 - 4\operatorname{cof}\omega^4)}{9vv\operatorname{ſin}\omega^3}$$

&

& partant le moment d'impulsion sera

$$\frac{16nfhcVc}{81vm}\int\frac{d\omega\,(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{\sin\omega^5\cos\omega^2}$$

Posons $\int\frac{d\omega\,(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{\sin\omega^5\cos\omega^2} = \Omega$, & nous aurons.

$$d\Omega = \frac{d\omega}{\sin\omega\cos\omega^2} - \frac{4\cos\omega^2}{\sin\omega^5}d\omega, \text{ ou bien}$$

$$d\Omega = d\omega\left(\frac{\sin\omega}{\cos\omega^2} + \frac{1}{\sin\omega} + \frac{4}{\sin\omega^3} - \frac{4}{\sin\omega^5}\right)$$

où l'on remarque d'abord que $\int\frac{d\omega\sin\omega}{\cos\omega^2} = \frac{1}{\cos\omega}$, & $\int\frac{d\omega}{\sin\omega} = l$ tang $\frac{1}{2}\omega$ en prenant les logarithmes hyperboliques. Ensuite, ayant en général $\int\frac{d\omega}{\sin\omega^\mu} = \frac{\mu-2}{\mu-1}\int\frac{d\omega}{\sin\omega^{\mu-2}} - \frac{\cos\omega}{(\mu-1)\sin\omega^{\mu-1}}$

nous aurons :

$$\int\frac{d\omega}{\sin\omega^3} = \frac{1}{2}\int\frac{d\omega}{\sin\omega} - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2} = \frac{1}{2}l\tang\tfrac{1}{2}\omega - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2}$$

$$\int\frac{d\omega}{\sin\omega^5} = \frac{3}{4}\int\frac{d\omega}{\sin\omega^3} - \frac{\cos\omega}{4\sin\omega^4} = \frac{3}{8}l\tang\tfrac{1}{2}\omega - \frac{3\cos\omega}{8\sin\omega^2} - \frac{\cos\omega}{4\sin\omega^4}$$

Raſſemblons toutes ces parties enſemble, & nous trouverons,

$$\Omega = \frac{1}{\cos\omega} + \frac{3}{8}l\tang\tfrac{1}{2}\omega - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2} + \frac{\cos\omega}{\sin\omega^4}$$

ou $$\Omega = \frac{2\sin\omega^4 + \sin\omega^2\cos\omega^2 + 2\cos\omega^4}{2\sin\omega^4\cos\omega} + \frac{3}{8}\tang\tfrac{1}{2}\omega$$

d'où nous tirons le moment d'impulsion :

$$\frac{16nfhcVc}{81vm}\left(\frac{2\sin\omega^4 + \sin\omega^2\cos\omega^2 + 2\cos\omega^4}{2\sin\omega^4\cos\omega} + \frac{3}{8}l\tang\tfrac{1}{2}\omega - \text{Conſt.}\right)$$

Il faut que cette intégrale évanouiſſe au cas $x = 0$, ou tang $\omega = \sqrt{2}$, ce qui donne ſin $\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}$, cof $\omega = \sqrt{\frac{1}{3}}$ & tang $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ d'où l'on tire cette conſtante $= \frac{3}{2}\sqrt{3} + \frac{3}{2}l\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$. Enſuite, pour l'étendre par toute la longueur des ailes, il faut mettre tang $\omega = \frac{3}{2}v + \sqrt{(\frac{9}{4}vv+2)}$, d'où l'on aura

$$\text{ſec. } \omega = \sqrt{[3+\tfrac{9}{2}vv+3v\sqrt{(\tfrac{9}{4}vv+2)}]} = \frac{1}{\text{cof}\omega}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{[3+\frac{9}{2}vv+3v\sqrt{(\frac{9}{4}vv+2)}]}-1}{\frac{3}{2}v+\sqrt{(\frac{9}{4}vv+2)}}$$

Or, ayant ces valeurs, le moment d'impulſion ſera

$$\frac{16nfhc\sqrt{c}}{81vm}\left((1+\tfrac{1}{2}\cot\omega^2+\cot\omega^4)\text{ſec.}\omega+\tfrac{3}{2}l\,\text{tang}\tfrac{1}{2}\omega-\tfrac{3}{4}\sqrt{3}-\tfrac{3}{2}l\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

où il faut remarquer que $\cot\omega = \frac{1}{2}\sqrt{(\frac{9}{4}vv+2)}-\frac{3}{4}v$.

COROLL. I.

LXXVII. Au lieu de la conſtante v il ſera plus commode d'introduire dans le calcul, l'angle même dont les ailes ſont inclinées au vent, à leur extrémité. Soit cet angle $= \theta$, & puiſque tang $\theta = \frac{2}{3}v + \sqrt{(\frac{9}{4}vv+2)}$ on aura tang $\theta^2 - 3v\,\text{tang}\,\theta = 2$, donc $v = \frac{\text{tang}\,\theta^2-2}{3\,\text{tang}\,\theta} = \frac{1}{3}\,\text{tang}\,\theta - \frac{2}{3}\,\text{cet}\,\theta$; & de là on connoitra la viteſſe des ailes à leur extrémité $\sqrt{v} = v\sqrt{c}$.

COROLL. 2.

LXXVIII. Introduiſant cet angle θ dans le calcul, le moment d'impulſion ſera,

$$\frac{16nfhc\sqrt{c}}{27m(\text{tang}\theta-2\cot\theta)}\left((1+\tfrac{1}{2}\cot\theta+\cot\theta^4)\text{ſec.}\theta+\tfrac{3}{2}l\,\text{tang}\tfrac{1}{2}\theta-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\tfrac{3}{2}l\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

Or

Où θ étant l'inclinaiſon extrême, qui répond à la diſtance $x = f$, on ſuppoſe que pour une diſtance quelconque x l'inclinaiſon eſt $= \omega$, en ſorte qu'il ſoit

$$x = \frac{f\,(\text{tang}\,\omega - 2\cot\omega)}{\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta} \quad \text{ou}$$

$$\text{tang}\,\omega = \frac{x(\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta)}{f} + \sqrt{\left(\frac{xx(\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta)^2}{ff} + 2\right)}$$

COROLL. 3.

LXXIX. Puiſque l'angle θ eſt toujours plus grand que $54^\circ, 44'$, il ſera bon de calculer pour les principaux angles, qui peuvent être pris pour θ, les valeurs ſuivantes en nombres.

θ	$\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta$	$(2 + \cot\theta^2 + 2\cot\theta^4)\,\text{ſec.}\,\theta$	$l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\theta$
$54^\circ, 44'$	0,000000	5, 196152 - -	— 0,658479
60	0,577350	5, 111111 - -	— 0,549306
65	1,211892	5, 470671 - -	— 0,450875
70	2,019537	6, 337560 - -	— 0,356378
75	3,196152	8, 044641 - -	— 0,264842
80	5,318628	11, 707722 - -	— 0,175426
81	5,996983	12, 953311 - -	— 0,157730
82	6,834288	14, 518121 - -	— 0,140082
83	7,898777	16, 538455 - -	— 0,122478
84	9,304156	19, 241562 - -	— 0,104912
85	11,255075	23, 036594 - -	— 0,087377

COROLL. 4.

LXXX. Poſons $(1 + \frac{1}{2}\cot\theta^2 + \cot\theta^4)\,\text{ſec.}\,\theta + \frac{3}{2}\,l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\theta = \Theta$ & ſoit $\Delta = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{3}{2}\,l\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$, qui eſt la valeur de Θ, lorſqu'on

met $\theta = 54°, 44'$; & conſervant $\frac{\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta}{3} = \nu$, le moment d'impulſion étant $= \frac{16nfhcVc}{81m} \cdot \frac{\Theta - \Delta}{\nu}$, nous aurons pour les mêmes angles :

θ	Θ	$\Theta - \Delta$	ν	$\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$
54°,44′	1,610357	0,000000	0,000000	0,00000
60°	1,731597	0,121240	0,192450	0,62998
65°	2,059024	0,448667	0,403964	1,11065
70°	2,634213	1,023856	0,673179	1,52090
75°	3,625058	2,014701	1,065384	1,89105
80°	5,590722	3,980365	1,772876	2,24510
81°	6,240060	4,629703	1,998994	2,31600
82°	7,048938	5,438581	2,278096	2,38735
83°	8,085511	6,475154	2,632926	2,45935
84°	9,463413	7,853056	3,101385	2,53212
85°	11,387231	9,776874	3,751692	2,60595

COROLL. 5.

LXXXI. Puiſque le moment d'impulſion eſt proportionnel à la quantité $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$, on voit que ce moment croît en augmentant l'angle θ, & s'il étoit poſſible de l'augmenter juſqu'à 90°, la valeur de $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$ deviendroit $= 3$, & le moment ſeroit $\frac{16nfhcVc}{27m}$. Or alors le nombre ν étant infini, la viteſſe des ailes deviendroit infinie, ce qui rend ce cas impoſſible.

COROLL. 6.

LXXXII. Il eſt donc avantageux de prendre l'angle θ auſſi grand qu'il eſt poſſible ; or c'eſt le frottement qui y met des bornes, puisqu'il augmente auſſi en prenant l'angle θ plus grand, & qu'il deviendroit même infini, ſi l'on faiſoit cet angle droit. Si l'on veut que la viteſſe des ailes à leurs extrémités ſoit le double de la viteſſe du vent, il faut mettre l'angle $\theta = 81°$, & alors l'effet ſera déjà aſſez conſidérable étant au plus grand poſſible comme 2,60595 à 3 ou comme 7 à 8.

SCHOLION. I.

LXXXIII. Or, ayant choiſi pour l'angle θ une valeur quelconque, il faut donner aux ailes la figure prescrite, en ſorte qu'à chaque diſtance de l'axe l'inclinaiſon de l'élément de l'aile $MM\,mm$ à la direction du vent, ſoit préciſément celle que le calcul ordonne. Mais alors ces ailes duëment conſtruites ne produiſent le plus grand moment d'impulſion, qu'entant que leur mouvement eſt conforme à l'angle θ, ou que la viteſſe de leurs extrémités eſt à celle du vent, comme le nombre ν, qui répond à l'angle choiſi θ, à l'unité. Si ces ailes tournoient ou plus vite ou plus lentement, le moment d'impulſion ſeroit toujours moindre : & c'eſt de là qu'on déterminera la diſpoſition de la machine, ou la quantité r, afin que les ailes puiſſent tourner avec cette viteſſe prescrite.

SCHOLION. 2.

LXXXIV. Comparons cet effet, que ces ailes, dont l'inclinaiſon variable eſt la plus avantageuſe, produiſent, avec celui que les mêmes ailes produiroient, ſi leur inclinaiſon à la direction du vent étoit partout la même $= \omega$. Or nous avons trouvé ci-deſſus, que le plus grand moment d'impulſion de ces ailes eſt

$$\frac{0,459873\, nfhcVc}{m} \text{ ſin } \omega^3$$

& que pour cet effet il faut qu'il ſoit $Vv = 0,537514$ tang $\omega . Vc$
Ayant donc déterminé ci-deſſus pour ces ailes l'effet au cas de $\omega = 73°$

il faloit qu'il fut $Vv = 1,758\ Vc$. Il convient donc de comparer ce cas avec celui des ailes parfaites, qui demandent un mouvement également rapide : & partant nous aurons à peu près $\theta = 80°$. Or alors le moment d'impulsion produit par ces ailes parfaites est

$$2,24510\ \frac{16nfhcVc}{81m} = \frac{0,44344nfhcVc}{m}$$

& en posant $\omega = 73°$, le moment d'impulsion produit par des ailes semblables, mais par tout également inclinées, n'est que

$$\frac{0,40239nfhcVc}{m}$$

d'où l'on voit que donnant aux ailes leur juste figure pour la même rapidité du mouvement, on en obtient un moment d'impulsion plus grand. Donc, puisque dans l'expérience que Mr. *Lulofs* rapporte, les ailes avoient à peu près la figure parfaite, & partant cette machine auroit dû élever dans une minute, non $882n$, comme j'ai trouvé ci-dessus (54), mais $970n$ pieds cubiques d'eau, tandis qu'elle a élevé actuellement 1500 : d'où il semble qu'on n'auroit pas besoin de donner à n une valeur double de l'unité. Cependant, si nous considérons 1°, que cette machine n'étoit pas dans la derniere perfection : 2°, que son mouvement n'avoit peut-être pas le juste rapport à celui du vent : 3°. que Mr. *Lulofs* a supposé la viteſſe du vent trop grande & l'air trop denſe, pour approcher le premier calcul de la vérité : 4°, qu'il dit expreſſément que ces machines élévent bien une égale quantité d'eau à la hauteur de $4\frac{1}{2}$ pieds : & 5°, qu'enfin je n'ai pas tenu compte du frottement : après ces conſidérations, dis-je, il n'y a point de doute, que poſant $n = 1$, la quantité d'eau élevée par minute auroit dû être bien au deſſous de 970 pieds cubiques, & partant que la valeur de n doit être ſuppoſée conſidérablement plus grande que l'unité, ou que la force du vent eſt plus grande que ſelon l'hypotheſe commune. Il eſt donc evident, qu'il ne ſera pas trop de poſer $n = 2$; mais ce ſera auſſi aſſez. Car, quoique les expériences prouvent, que les boulets de canon éprouvent une réſiſtance trois fois plus grande que ſelon l'hypo-

l'hypotheſe commune, il faut remarquer que la réſiſtance d'un globe n'eſt que la moitié de celle du grand cercle ; & que la réſiſtance d'une ſurface plane n'en ſeroit que doublée. D'où l'on peut conclure qu'on ſatisfera aſſez exactement aux expériences, ſi l'on ſuppoſe $n = 2$, & qu'on laiſſe $m = 800$. Remarquons enſuite que, poſant, $\theta = 90°$ & $\omega = 90°$, le moment d'impulſion des ailes également inclinées eſt 0, 45987 $\frac{nfhcVc}{m}$ qui pour les ailes parfaites eſt $\frac{1}{2}\frac{6}{7}$. $\frac{nfhcVc}{m}$ qui eſt à celui là comme 9 à 7.

PROBLEME IX.

LXXXV. *Connoiſſant le frottement de la Machine, choiſir entre les figures des ailes trouvées celle qui produiſe le plus grand effet pour une force donnée du vent.*

SOLUTION.

Que F marque la force, qu'il faut appliquer à l'extrémité d'une aile pour vaincre le frottement : & puisque la viteſſe à cet endroit eſt $= Vv = v\,Vc$, où c eſt la hauteur duë à la viteſſe du vent qu'on ſuppoſe donnée, le moment de l'effet du frottement eſt $Fv\,Vc$. Retranchons ce moment de celui d'impulſion trouvé ci-deſſus, & nous aurons pour l'impulſion actuelle ce moment

$$\frac{16nfhcVc}{81m}\cdot\frac{\Theta - \Delta}{v} - Fv\,Vc$$

Il s'agit donc de trouver v afin que cette formule

$$\frac{\Theta - \Delta}{v} - \frac{81mF}{16nfhc}v$$

devienne la plus grande : pour cet effet il faut qu'il ſoit

$$d.\frac{\Theta - \Delta}{v} = \frac{81mF}{16nfhc}dv$$

Or je ne m'arrêterai pas à développer cette équation différentielle, car

après avoir donné les valeurs de $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$ pour les principaux angles θ, on en peut trouver pour chaque angle θ, le frottement F, auquel cet angle convient le mieux. Alors $d.\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$ & $d\nu$ marqueront les accroiſſemens, que ces quantités prennent, en augmentant d'un degré l'angle θ. Ainſi l'angle $\theta = 80°$ ſera le plus propre dans les cas où

$$0,\ 07090 = \frac{81\,mF}{16\,nfhc}\ 0,\ 22611$$

c'eſt à dire lorsque

$$\frac{81\,mF}{16\,nfhc} = \frac{5}{71}\ \text{ou}\ F = \frac{5}{71}\,\frac{nfhc}{m}$$

De la même maniere le plus convenable angle θ	on trouvera lorsque le frottement eſt
$\theta = 80°$	$F = 0,\ 0617.\ \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 81$	$F = 0,\ 0505.\ \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 82$	$F = 0,\ 0400.\ \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 83$	$F = 0,\ 0307.\ \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 84$	$F = 0,\ 0224.\ \frac{nfhc}{m}$

COROLL. I.

LXXXVI. De cette ſolution il eſt clair, que plus le frottement de la machine eſt petit, & plus ſera grand l'angle θ, qu'on pourra employer. Ainſi, ſi le frottement étoit $F = 0,0617\ \frac{hfhc}{m}$, on pourroit

roit employer l'angle $\theta = 80°$, & le moment d'impulſion actuel ſeroit $= 0,3342 \frac{nfhcVc}{m}$. Mais, ſi le frottement étoit environ deux fois plus petit, ou $F = 0,0307 \frac{nfhc}{m}$, on pourroit faire uſage de l'angle $\theta = 83°$, & le moment d'impulſion actuel ſeroit $0,4050 \frac{nfhcVc}{m}$

COROLL. 2.

LXXXVII. De là on voit, combien il y a à gagner en diminuant le frottement de la machine, puisque le moment d'impulſion en devient augmenté aſſez conſidérablement. Dans le cas précédent, ſi l'on pouvoit réduire le frottement à la moitié, on obtiendroit un effet presque d'un tiers plus grand.

COROLL. 3.

LXXXVIII. Je ſuppoſe ici que dans la diſpoſition de la machine on ait en vuë un certain dégré du vent, & il eſt evident que le frottement demeurant le même, plus le vent qu'on a en vuë ſera grand, & plus devient grand l'angle θ, mais la machine une fois conſtruite perdra ſes avantages pour tous les autres vents, tant plus forts que plus foibles.

SCHOLIE. I.

LXXXIX. Appliquons cette détermination au cas que Mr. *Lolofs* a rapporté, & ſuppoſons que la machine dont il parle, ait été rangée ſur l'angle $\theta = 80°$, & qu'elle ait procuré les plus grands avantages, lorsque le vent achevoit 30 pieds par ſeconde. Poſant donc $m = 800$ $n = 2$, $fh = 200$ pieds quarrés, & $c = 15$ pieds, le frottement y auroit été $F = 0,4628$ pieds cubiques d'eau, ou il auroit fallu employer un poids de 30 ℔ à l'extrémité d'une

d'une aile pour vaincre le ſeul frottement. D'où le moment d'impulſion diminué du frottement n'auroit été que 0, 3342 $\frac{nfhcVc}{m}$ lequel, s'il n'y avoit point eu de frottement, auroit été 0, 4435 $\frac{nfhcV}{m}$ & partant d'un tiers plus grand. Or, ſi le frottement a été moindre, il faut que la machine ait été ajuſtée pour un vent plus foible : & ſi nous ſuppoſons qu'on eut en vuë un vent deux fois plus foible ou $c = 7\frac{1}{2}$ pieds, le frottement n'auroit été que le quart du précédent, ou de $7\frac{1}{2}$ ℔, qui ſembleroit mieux d'accord avec l'expérience. De là je conclus que la machine n'a été rien moins que parfaite, du moins pour le cas $c = 15$ pieds, & que ſi elle étoit parfaite, elle pourroit élever encore plus que 1500 pieds cubiques d'eau par minute : or alors, pour rendre le calcul d'accord avec l'expérience, il faudroit bien mettre $n = 2$, ce qui me confirme dans mon ſentiment rapporté ci-deſſus, qu'on ne ſauroit donner à n une valeur moindre que deux.

SCHOLIE. 2.

XC. Poſons le cas qu'on veuille conſtruire un moulin à vent, dont la longueur de chaque aile ſoit de 40 pieds ſur 5 pieds de largeur, afin qu'elle produiſe le plus grand effet, lorsque la viteſſe du vent eſt de 15 pieds par ſeconde, ou $c = 7\frac{1}{2}$ pieds, le frottement étant tant, que pour le vaincre, il faille appliquer au bout d'une des ailes une force de 5 ℔, ou qu'il ſoit $F = \frac{1}{112}$ pied cubique. Ayant donc $fh = 200$ & $\frac{n}{m} = \frac{1}{4000}$, on aura $\frac{nfhc}{m} = 1\frac{5}{8}$, & partant $F = \frac{1}{112} = \frac{2}{45}\frac{nfhc}{m} = 0,0444\frac{nfhc}{m}$: il faudroit donc prendre l'angle θ de 82° à peu près, & conſtruire les ailes conſéquemment, de ſorte que leur inclinaiſon à la direction du vent fut de 54°, 44′ près l'axe & de 82° aux extrémités. Enſuite, lorsque le vent eſt de la force que je viens de ſuppoſer, la viteſſe des ailes doit être telle, que leurs extré-

mités

mités faſſent $2\frac{1}{4}$. 15 pieds $=$ 34 pieds par ſeconde, ou qu'elles achevent leurs révolutions en 7 ſecondes ; ſi le vent étoit ou plus fort ou plus foible, le mouvement des ailes devroit être augmenté ou diminué dans la même raiſon, de ſorte que la viteſſe des ailes à leur extrémité fût à celle du vent comme $2\frac{1}{4}$ à 1, afin que le moment d'impulſion devint le plus grand, & tel qu'il a été déterminé au §. 80. Mais alors, en retranchant le frottement, on n'auroit plus l'avantage du plus grand : & ſi le mouvement des ailes ne ſuivoit plus le rapport marqué, le moment d'impulſion ne ſeroit plus le plus grand, mais ſe trouveroit au deſſous de la valeur indiquée au §. 80, ces valeurs n'étant juſtes que lorsque la lettre v obtient la valeur correſpondante. Mais il arrive ordinairemenn dans ces machines, qui ſont deſtinées à élever un certain fardeau, ou à vaincre une certaine réſiſtance, qu'on n'eſt pas le maitre de la viteſſe des ailes, vû qu'elle dépend de la diſpoſition de la machine : & on doit ſe contenter, que pour un certain vent, la viteſſe des ailes ſoit conforme à la régle. Pour tous les autres cas, la détermination du moment d'impulſion demande un calcul particulier, que je vais expliquer dans le problème qui ſuit.

PROBLEME X.

XCI. *Les ailes étant conſtruites en ſorte, que lorsque leur viteſſe a le rapport preſcrit à celle du vent, elles produiſent le plus grand moment d'impulſion ; trouver le moment d'impulſion, lorsque le mouvement des ailes eſt plus ou moins rapide à l'egard du vent.*

SOLUTION.

Soit θ l'angle ſous lequel l'extrémité des ailes eſt inclinée à la direction du vent, & les ailes étant conſtruites ſelon la regle preſcrite ci-deſſus, feront propres à procurer le plus grand moment d'impulſion, lorsqu'elles tournent avec une viteſſe, qui ſoit à celle du vent comme v à 1 ou qu'il ſoit $\sqrt{v} = v\sqrt{c}$. Or nous avons vû que le rapport de ce nombre v à l'angle θ eſt exprimé en ſorte, $v = \frac{1}{3}$

tang $\theta = \frac{2}{3}$ cot θ. Enſuite, pour les endroits plus proches de l'axe, l'inclinaiſon eſt plus grande, en ſorte que poſant pour la diſtance OP $= x$ l'inclinaiſon $= \omega$ il ſoit $x = \frac{f(\text{tang } \omega - 2 \cot \omega)}{3\nu}$, d'où l'on doit tirer la conſtruction des ailes ; & ces ailes produiroient le moment qui a été aſſigné ci-deſſus, s'il étoit $V v = \nu V c$. Mais ſuppoſons à préſent qu'il ſoit $V v = \mu V c$, & pour chercher le moment d'impulſion qui en réſulte, il faut recourir à la formule intégrale, laquelle ſera :

$$\frac{4\mu n h c V c}{mf} \int x dx \cos \omega^3 \left(\text{tang } \omega - \frac{\mu x}{f}\right)^2$$

Or, puisque $x = \frac{f(\text{tang } \omega - 2 \cot \omega)}{3\nu} = \frac{f(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3\nu \sin \omega \cos \omega}$

nous aurons

$$x\, d\, x\, \cos \omega^3 = \frac{f f d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{9 \nu \nu \sin \omega^3} \quad \&$$

$$\text{tag}\, \omega - \frac{\mu x}{f} = \text{tag}\, \omega - \frac{\mu}{3\nu} (\text{tag}\, \omega - 2 \cot \omega) = \frac{(3\nu - \mu) \text{tag}\, \omega + 2\mu \cot \omega}{3\nu}$$

$$\text{ou tag}\, \omega - \frac{\mu x}{f} = \frac{(3\nu - \mu) \sin \omega^2 + 2\mu \cos \omega^2}{3\nu \sin \omega \cos \omega} = \frac{2\mu - 3(\nu - \mu) \sin \omega^2}{3\nu \sin \omega \cos \omega} =$$

$$\frac{2}{3 \sin \omega \cos \omega} + \frac{(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3\nu \sin \omega \cos \omega}$$

delà on aura

$$\left(\text{tag}\, \omega - \frac{\mu x}{f}\right)^2 = \frac{4}{9 \sin \omega^2 \cos \omega^2} + \frac{4(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{9\nu \sin \omega^2 \cos \omega^2} + \frac{(\nu - \mu)^2 (\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)^2}{9 \nu \nu \sin \omega^2 \cos \omega^2}$$

& partant le moment cherché ſera

$$\frac{16 \mu n f h c V c}{81 \nu \nu m} \int \frac{d\omega (\sin \omega^4 - \cos \omega^4)}{\sin \omega^5 \cos \omega^2} \left(1 + \frac{(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{\nu} + \frac{(\nu - \mu)^2}{4 \nu \nu} (\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)^2\right)$$

qui

qui ſe réduit à

$$\frac{16\mu\eta fhcVc}{81\nu^4 m}\int d\omega\left\{\frac{(3\nu-\mu)^2 \operatorname{fn}\omega}{\operatorname{cof}\omega^2}+27(\nu-\mu)^2\operatorname{fn}\omega-\frac{4(9\nu\nu-30\mu\nu+20\mu\mu)}{\operatorname{fin}\omega}+\frac{16\mu(4\mu-3\nu)}{\operatorname{fin}\omega^3}-\frac{16\mu\mu}{\operatorname{fi}.\omega^5}\right]$$

Or, ayant trouvé l'intégrale de chaque partie ci-deſſus, ſi nous poſons après l'intégration $\omega = \theta$, & que nous y ajoutions une telle conſtante, que l'intégrale évanouiſſe en poſant $\operatorname{fin}\omega = V\frac{2}{3}$ & $\operatorname{cof}\omega = V\frac{1}{3}$ le moment d'impulſion réſultera :

$$\frac{4\mu\eta fhcVc}{81\nu^4 m}\left[\frac{(3\nu-\mu)^2}{\operatorname{cof}\theta}+\frac{2\mu(12\nu-13\mu)}{\operatorname{fin}\theta^2}\operatorname{cf}\theta+\frac{4\mu\mu}{\operatorname{fin}\theta^4}\operatorname{cf}\theta-27(\nu-\mu)^2\operatorname{cf}\theta-6(6\nu\nu-16\mu\nu+9\mu\mu)l\operatorname{tag}\tfrac{1}{2}\theta\right.$$
$$\left.-6\mu(4\nu-3\mu)V3\qquad+6(6\nu\nu-16\mu\nu+9\mu\mu)l\frac{V3-1}{V2}\right]$$

d'où, en poſant $\mu = \nu$, l'on obtient le moment d'impulſion trouvé ci-deſſus. Mais, pour que cette formule ſoit d'accord avec la vérité, il faut qu'il ſoit $\operatorname{tang}\omega > \frac{\mu x}{f}$ ou $\operatorname{tang}\omega > \frac{\mu(\operatorname{tang}\omega - 2\cot\omega)}{3\nu}$

donc $\mu < \frac{3\nu\operatorname{tang}\omega}{\operatorname{tang}\omega - 2\cot\omega}$ par conſéquent $\mu < \frac{3\nu\operatorname{tang}\theta}{\operatorname{tang}\theta - 2\cot\theta}$

Or $\nu = \frac{\operatorname{tang}\theta - 2\cot\theta}{3}$, donc $\mu < \operatorname{tang}\theta$.

Si l'angle θ approche fort d'un droit, à cauſe de la petiteſſe de l'angle θ, le moment d'impulſion ſera fort à peu près.

$$\frac{4\mu(3\nu-\mu)^2}{81\nu^4\operatorname{cof}\theta}\cdot\frac{nfhcVc}{m} = \frac{16\nu^3-4\lambda\lambda(3\nu-\lambda)}{81\nu^3\operatorname{cof}\theta}\cdot\frac{nfhcVc}{m}$$

en poſant $\mu = \nu + \lambda$; d'où l'on voit que, ſoit qu'on prenne pour λ un nombre poſitif ou négatif, le moment d'impulſion eſt toujours moindre, que s'il étoit $\lambda = 0$ ou $\mu = \nu$.

COROLL. I.

XCII. Si les ailes tournent deux fois plus vite par rapport au vent, qu'elles devroient tourner pour produire la plus forte impulſion,

on aura $\mu = 2\nu$, & le moment d'impulſion ſera $= \frac{8nfhc\sqrt{c}}{81\nu m \cos\theta}$; qui ſeroit deux fois plus grand, ſi les ailes avoient leur juſte viteſſe.

COROLL. 2.

XCIII. Suppoſons que la viteſſe des ailes ne ſoit que la moitié de la plus avantageuſe, ou que $\mu = \frac{1}{2}\nu$; & alors le moment d'impulſion ſera au plus grand comme 25 ad 32 : on perdra donc à peu près le quart ſur l'effet.

COROLL 3.

XCIV. Mais il faut bien remarquer que cette formule ſimple n'a lieu, que lorsque l'angle θ approche fort d'un droit & que le nombre ν ſurpaſſe le binaire. Alors il y aura à peu près tang $\theta = 3\nu$ & $\theta = 3\nu = \frac{1}{\cos\theta}$: d'où notre formule pour le moment d'impulſion ſera $= \frac{4\mu(3\nu-\mu)^2}{27\nu^3} \cdot \frac{nfhc\sqrt{c}}{m}$.

COROLL 4.

XCV. Soit le poids à élever $=$ P, & ſa viteſſe à celle de l'extrémité des ailes comme ν à f, de ſorte que le moment de l'effet ſoit $=$ P. $\frac{\mu r\sqrt{c}}{f}$. Négligeant donc le frottement, on aura $Pr = \frac{4(3\nu-\mu)^2}{27\nu^3} \cdot \frac{nffhc}{m}$, & partant $(3\nu-\mu)^2 = \frac{27\nu^3 mPr}{4nffhc}$. Donc $3\nu-\mu = \frac{3\nu\sqrt{3\nu mPr}}{2f\sqrt{nhc}}$ & $\mu = 3\nu\left(1-\frac{\sqrt{3\nu mPr}}{2f\sqrt{nhc}}\right)$, d'où l'on connoitra la viteſſe des ailes pour chaque viteſſe du vent $\sqrt{c}$:

$$\sqrt{v} = 3\nu\left(\sqrt{c} - \frac{\sqrt{3\nu mPr}}{2f\sqrt{nh}}\right).$$

COROLL.

COROLL. 5.

XCVI. Donc, pour que le vent ſoit aſſez fort pour mettre la machine en mouvement, il faut que ſa viteſſe Vc ſoit plus grande que $\frac{V 3 \nu m \mathrm{P} r}{2 f V n h}$. Et alors le moment d'impulſion ſera :

$$\frac{3 \nu \mathrm{P} r Vc}{f} \left(1 - \frac{V 3 \nu m \mathrm{P} r}{2 f V n h c}\right) = \frac{3 \nu \mathrm{P} r}{f} \left(Vc - \frac{V 3 \nu m \mathrm{P} r}{2 f V n h}\right).$$

Donc, ſi la viteſſe du vent devient double, l'effet ſera plus que deux fois plus grand.

SCHOLIE.

XCVII. Après ces recherches on ne trouvera plus de doutes dans la comparaiſon de la théorie avec les expériences, que Mr. *Lulofs* a faites ſur l'effet des moulins à vent en Hollande. Car d'abord, en mettant $\nu = 2$, l'effet que la théorie montre ſurpaſſera aſſez celui qu'on obſerve, pour avoir dequoi tenir compte, tant du frottement, que de l'imperfection de la Machine. Enſuite, pour ce que Mr. *Lulofs* rapporte, que l'effet n'étoit pas proportionnel au cube de la viteſſe du vent, & qu'il ſuivoit même quelquefois une raiſon inférieure à celle du quarré, tant s'en faut, que cela ſoit contraire à la théorie, qu'il eſt plutôt admirablement d'accord. Car ce ne ſont que les plus grands effets, qui ſont proportionnels aux cubes de la viteſſe du vent ; & pour produire ces plus grands effets, il faut donner aux machines pour chaque viteſſe du vent une diſpoſition particuliere, en ſorte que la viteſſe du fardeau tienne toujours un certain rapport à celle du vent. Mais, puisqu' ordinairement on ne change rien dans la diſpoſition de la machine, quoique le vent varie, nous venons de voir que dans ce cas la raiſon des cubes n'a point lieu, & que l'effet de la machine ne croît que dans une raiſon plus grande que celle des viteſſes du vent, la raiſon véritable étant comme la viteſſe même diminuée d'une quantité conſtante, qui dépend de la diſpoſition de la machine. Donc, puisque la théorie, ſur le pied, que je viens

de l'établir ſatisfait à ces deux principaux phénomenes obſervés par Mr. *Lulofs*, il n'y a aucun doute, qu'elle ne ſoit parfaitement d'accord avec toutes les expériences poſſibles, & que, fondé ſur cette théorie, on ne puiſſe porter la pratique à un plus haut degré de perfection. Pour cet effet j'ai déjà déterminé la figure la plus avantageuſe, qu'il faut donner aux ailes, & la diſpoſition de la machine la plus convenable. Mais il ſemble qu'on y puiſſe apporter encore de plus grandes perfections en augmentant la ſurface des ailes ; on leur donne communément la même largeur par toute la longueur, & quand on ne les fait pas plus larges vers les extrémités, la raiſon en paroit être qu'on doit craindre, que la force du vent n'en rompe leur liaiſon avec l'axe. Mais, pour prévenir cet accident, ne pourroit-on pas diminuer la longueur pour gagner d'autant plus ſur la largeur ? Ou au lieu de quatre ne pourroit-on pas y mettre 6 ou 8 ? Il n'y a aucun doute, qu'on n'ait fait déjà des eſſais là deſſus, & il eſt difficile de deviner les difficultés, qu'on y a rencontrées. Quoiqu'il en ſoit, une figure divergente ſemble être très propre pour les ailes d'un moulin à vent : & quand on auroit peur, qu'une trop grande largeur vers les extrémités nuiſit à la fermeté, on pourroit multiplier le nombre des ailes en ſorte, qu'elles occupaſſent presque un eſpace circulaire, dont leur longueur ſeroit le rayon. Au moins il vaudra la peine d'examiner les avantages, que la théorie promet d'une telle conſtruction des ailes, ſans ſe mettre en peine ſur les difficultés, que la pratique pourroit oppoſer à leur exécution.

PROBLEME XI.

XCVIII. *Les ailes étant divergentes depuis l'axe vers l'extrémité ſelon des lignes droites, & ayant à chaque diſtance de l'axe l'inclinaiſon à la direction du vent, qui a été déterminée ci-deſſus, trouver le moment d'impulſion que ces ailes fourniront, la diſpoſition de la machine étant la plus avantageuſe.*

SOLUTION.

Soit la largeur de chaque aile à l'extrémité HH $= h$, qui convient à la diſtance de l'axe OF $= f$: & à une diſtance quelconque OP $= x$, la largeur ſera MM $= y = \frac{hx}{f}$. Soit Vv la viteſſe des ailes à leur extrémité, & Vc celle du vent; & que l'elément MM ſoit incliné à la direction du vent ſous l'angle $= \omega$. Cela poſé, nous avons vû, que pour rendre la force du vent la plus grande, il faut en poſant $\frac{Vv}{Vc} = \nu$, qu'il ſoit $\text{tang}\,\omega = \frac{3\nu x}{2f} + V\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)$. Enſuite, lorsque le moulin eſt garni de 4 telles ailes, à cauſe de $y = \frac{hx}{f}$, le moment d'impulſion ſera : Fig. 4.

$$\frac{4\nu nhcVc}{mff} \int x x dx \,\text{cof}\,\omega^3 \left(\text{tang}\,\omega - \frac{\nu x}{f}\right)^2$$

Or, puisque $\text{tang}\,\omega = \frac{3\nu x}{2f} + V\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)$ nous aurons

$$x = \frac{f}{3\nu}(\text{tang}\,\omega - 2\cot\omega) = \frac{f(\text{ſin}\,\omega^2 - 2\,\text{cof}\,\omega^2)}{3\nu\,\text{ſin}\,\omega\,\text{cof}\,\omega} \quad \&$$

$$dx = \frac{f d\omega\,(\text{ſin}\,\omega^2 + 2\,\text{cof}\,\omega^2)}{3\nu\,\text{ſin}\,\omega^2\,\text{cof}\,\omega^2};$$

D'où nous tirons :

$$\text{tang}\,\omega - \frac{\nu x}{f} = \frac{2}{3\,\text{ſin}\,\omega\,\text{cof}\,\omega} \quad \&$$

$$x\,dx\,\text{cof}\,\omega^3 = \frac{ff d\omega\,(\text{ſin}\,\omega^4 - 4\,\text{cof}\,\omega^4)}{9\nu\nu\,\text{ſin}\,\omega^3} \quad \text{donc}$$

$$xx dx\,\text{cof}\,\omega^3 = \frac{f^3 d\omega\,(\text{ſn}\omega^6 - 2\,\text{ſn}\,\omega^4\,\text{cſ}\,\omega^2 - 4\,\text{ſn}\,\omega^2\,\text{cſ}\,\omega^4 + 8\,\text{cſ}\,\omega^6)}{27\nu^3\,\text{ſin}\,\omega^4\,\text{cof}\,\omega}$$

&

& partant le moment d'impulſion cherché ſera :

$$\frac{4vnhcVc}{mff} \cdot \frac{4f^3}{243\,v^3} \int \frac{d\omega(\sin\omega^6 - 2\sin\omega^4 \cos\omega^2 - 4\sin\omega^2 \cos\omega^4 + \cos\omega^6)}{\sin\omega^6 \cos\omega^3}$$

ou

$$\frac{16\,nfhcVc}{243\,vvm} \int d\omega \left(\frac{1}{\cos\omega^3} - \frac{2}{\sin\omega^2 \cos\omega} - \frac{4\cos\omega}{\sin\omega^4} + \frac{8\cos\omega^3}{\sin\omega^6} \right).$$

Pour intégrer cette formule, il faut remarquer les réductions ſuivantes,

$$\int \frac{d\omega}{\cos\omega} = l \tan g\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$$

$$\int \frac{d\omega}{\cos\omega^3} = \frac{\sin\omega}{2\cos\omega^2} + \tfrac{1}{2}\, l \tan g\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$$

$$\int \frac{d\omega}{\sin\omega^2 \cos\omega} = l \tan g\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega) - \frac{1}{\sin\omega}$$

$$\int \frac{d\omega \cos\omega}{\sin\omega^4} = -\frac{1}{3\sin\omega^3}$$

$$\int \frac{d\omega \cos\omega^3}{\sin\omega^6} = -\frac{1}{5\sin\omega^5} + \frac{1}{3\sin\omega^3}$$

& alors l'intégrale ſe trouvera

$$\frac{16\,nfhcVc}{243\,vvm} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin\omega}{2\cos\omega^2} + \frac{2}{\sin\omega} + \frac{4}{\sin\omega^3} - \frac{8}{5\sin\omega^5} - \frac{3}{2}\, l \tan g\,(45^\circ + \frac{1}{2}\omega) \\ \qquad - \frac{27\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{2}\, l \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1} \end{array} \right]$$

après y avoir ajouté la juſte conſtante, pour que l'intégrale évanouïſſe, quand $x = 0$, ou tang $\omega = \sqrt{2}$. Maintenant il ne reſte qu'à poſer $x = f$ ou tang $\omega = \frac{3}{2}v + \sqrt{(\frac{9}{4}vv + 2)}$ pour avoir l'entier moment d'impulſion. Donc, ſi θ marque l'angle, que fait la direction

tion du vent avec l'extrémité des ailes, de ſorte que $v = \frac{\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta}{3}$, le moment d'impulſion ſera :

$$\frac{16nfhcVc}{243wm}\left(\frac{\text{tang}\,\theta^2}{2\,\text{lin}\,\theta} + \frac{2}{\text{lin}\,\theta} + \frac{4}{\text{lin}\,\theta^2} - \frac{8}{5\,\text{lin}\,\theta^5} - \frac{27\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} - \tfrac{3}{2}l\,\text{tang}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\theta) + \tfrac{3}{2}l\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1}\right)$$

COROLL. 1.

XCIX. Si l'angle θ, ſous lequel l'extrémité des ailes eſt inclinée à la direction du vent, eſt fort proche de 90°, de ſorte que tang θ eſt un nombre fort grand, par rapport auquel on puiſſe négliger les autres termes, on aura à peu près $v = \frac{1}{3}$ tang θ, & lin $\theta = 1$; d'où le moment d'impulſion ſera $= \frac{8\,nfhcVc}{27\,m}$.

COROLL. 2.

C. Si les ailes avoient par toute leur longueur la même largeur h, de ſorte que leur ſurface ſeroit deux fois plus grande, nous avons vû ci-deſſus, que le moment d'impulſion ſeroit $= \frac{16nfhcVc}{27m}$, & par conſéquent deux fois plus grand que dans le cas préſent.

COROLL. 3.

CI. De là on comprend, que le moment d'impulſion dépend de la ſurface des ailes, & que leur figure n'y change pas conſidérablement l'effet. Car nous venons de voir que, ſoit qu'on donne aux ailes une figure rectangulaire ou triangulaire, pourvu que leur ſurface ſoit la même, le moment d'impulſion ne varie point.

COROLL. 4.

CII. On ne ſauroit donc produire un plus grand moment d'impulſion, qu'en étendant les ailes juſqu'à remplir l'eſpace circulaire

dont le rayon eſt $= f$, ce qui arrivera, lorsqu'on prend $4h = 6f$ ou $h = \frac{3}{2} f$ à peu près. Alors le moment d'impulſion ſera $= \frac{4 n f f c \sqrt{c}}{9 m}$.

SCHOLIE.

CIII. Par là on comprend la raiſon de la pratique ordinaire, où l'on donne aux ailes la même largeur par toute leur longueur : puiſqu'on y perdroit, ſi l'on diminuoit la largeur vers l'axe. Car, ſuppoſé qu'on donne aux ailes à leur extrémité la plus grande largeur que les circonſtances permettent, il vaut toujours mieux de conſerver la même largeur vers l'axe, que de la diminuer, & cela auſſi bien qu'il eſt poſſible. Cependant, ſi l'on pouvoit multiplier les ailes, en ſorte que leurs extrémités s'atteigniſſent à peu près, ce ſeroit ſans doute la conſtruction la plus avantageuſe, puiſqu'on obtiendroit par ce moyen la plus grande ſurface poſſible pour la même longueur des ailes. Car, puiſque le moment d'impulſion eſt proportionnel à la ſurface des ailes, le plus ſûr moyen de l'augmenter eſt de rendre cette ſurface auſſi grande qu'il eſt poſſible ; mais il eſt bien à remarquer, que je ſuppoſe ici l'angle θ fort proche d'un droit ; & parce qu'on a alors $y = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \frac{1}{3}$ tang θ, la viteſſe des ailes à leur extrémité doit ſurpaſſer celle du vent. Or, ayant fixé une certaine ſurface, qu'on veut donner aux ailes, il importe peu pour le moment d'impulſion, qu'elle figure on voudra choiſir : mais pour la fermeté de la machine il n'en eſt pas de même, & moins on s'écarte de l'axe, moins elle ſouffrira : d'où la diſpoſition des ailes ſeroit la plus avantageuſe, ſi l'on rempliſſoit de la ſurface donnée un eſpace circulaire autour de l'axe. Mais il faut auſſi remarquer qu'alors le mouvement de rotation des ailes, & partant auſſi de l'axe, deviendroit plus rapide. On fera donc bien de joindre toutes ces conſidérations enſemble, & alors il ne ſera plus difficile de porter la conſtruction des moulins à vent au plus haut degré de perfection, dont ils ſont ſuſceptibles.

EXPE'-

EXPÉRIENCES
POUR DE'TERMINER LA RE'FRACTION DE TOUTES SORTES DE LIQUEURS TRANSPARENTES.

PAR M. EULER.

I.

Ce que j'ai eu l'honneur de propoſer ſur la loi de réfraction à l'egard de la diverſe réfrangibilité des rayons, montre ſuffiſamment, combien peu la maniere ordinaire de faire ces expériences eſt propre pour nous éclaircir ſur la veritable quantité de réfraction, que les rayons de diverſes couleurs ſouffrent en paſſant d'un milieu tranſparent dans un autre. Car, ayant détruit une proportion, ſur laquelle le grand Newton doit avoir fondé la loi de réfraction des rayons de diverſes couleurs, en faiſant voir qu'elle implique une contradiction ouverte, quoiqu'elle parut d'accord avec les expériences, il faut bien que ces expériences ne ſoient pas ſuffiſantes pour nous découvrir exactement la veritable quantité de réfraction. J'ai auſſi remarqué que la véritable proportion, que j'ai établie à la place de celle-là, en differe ſi peu, que les expériences ordinaires ne ſont pas capables de nous montrer la différence; car il ne s'agit ici qu'environ d'une millième partie dans la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction, dont la véritable proportion différe de l'autre, que j'ai démontrée contradictoire.

II. Cependant, quelque petite que paroiſſe cette différence, elle a néanmoins une influence trop eſſentielle, tant dans la théorie de la réfraction, que dans la pratique qui en découle, pour qu'on la puiſſe négliger. Car, ſi la proportion Newtonnienne que Mr. *Dollond* m'avoit opposée, étoit la véritable, toute la théorie, ſur laquelle j'ai fondé la per-

fection des verres objectifs, ſeroit fauſſe; & il ne ſeroit pas abſolument poſſible, de quelque maniere qu'on combinât pluſieurs matieres transparentes, de diminuer l'effet de la diverſe réfrangibilité des rayons: & l'intervalle entre l'image rouge & violette tiendroit perpétuellement le même rapport à la diſtance de foyer. Mais, ſuivant la proportion véritable, il eſt poſſible de conſtruire de tels verres objectifs, en employant deux ou pluſieurs matieres transparentes, qui réuniſſent parfaitement les images formées par les rayons de toutes les couleurs différentes.

III. Pour rendre cela plus ſenſible, qu'on enviſage un verre objectif ordinaire, dont la diſtance de foyer ſoit environ 28 pieds, & on ſait par l'expérience, que l'image formée par les rayons rouges en eſt d'un pied plus éloignée, que celle qui eſt formée par les rayons violets. Qu'on conſidére à préſent un objectif compoſé de verre & d'eau, qui ait la même diſtance de foyer: & ſi la proportion Newtonnienne étoit conforme à la vérité, on auroit toujours le même intervalle d'un pied entre l'image rouge & la violette: or, ſelon la proportion, que j'ai démontrée la véritable, il eſt poſſible d'arranger l'eau avec le verre en ſorte, que l'intervalle entre les images rouge & violette évanouiſſe tout à fait: & même ſi l'on vouloit, que l'image rouge tombât d'un pied, ou d'autant qu'on voudroit, plus proche de l'objectif, que l'image violette. D'où l'on voit, que la différence entre les deux proportions, quelque petite qu'elle ſoit en elle-même, eſt de la derniere importance dans la théorie de la réfraction, & dans la conſtruction des verres dioptriques, qui y eſt fondée.

IV. Un tel verre compoſé donc, qui étoit le ſujet de mon Mémoire ſur la perfection des objectifs, doit décider très ſenſiblement ſur cette petite différence, qui ſe trouve entre les deux proportions rapportées, & que les expériences ordinaires, par leſquelles on eſt accoutumé d'examiner les différentes réfractions, ne ſauroient jamais découvrir. Car, qu'on prenne un tel objectif, dont j'ai enſeigné la conſtruction, qui ait environ 28 pieds de foyer; & ſuivant la pro-

por-

portion Newtonienne, le foyer des rayons rouges devroit être éloigné d'un pied de celui des rayons violets, pendant que, ſuivant ma proportion, ces deux foyers ſe doivent réunir. Donc, quoique la différence entre ces deux proportions ſe réduiſe ſeulement à moins d'une millieme partie dans la raiſon de réfraction, l'effet de cette petite différence, qui doit échaper à toutes les expériences ordinaires, devient par le moyen d'un tel objectif ſi ſenſible, qu'il monte à un intervalle d'un pied: & il ſera aiſé de conſtruire d'autres verres compoſés de telle ſorte, que l'effet devienne encore plus conſidérable.

V. Quand je fis travailler quelques ménisques, ſelon les meſures que j'avois trouvées par la théorie pour, en rempliſſant d'eau la cavité entr'eux, obtenir la perfection que j'avois en vuë: il fut aiſé d'appercevoir, que la confuſion cauſée ordinairement par la diverſe réfrangibilité des rayons, étoit bien diminuée, quoique l'ouvrier n'ait pas trop bien exécuté les meſures prescrites, & que de l'autre côté la confuſion cauſée par la trop grande ouverture du verre fût très conſidérable. Mais une autre circonſtance me frappa: qui me fournit les premieres idées du ſujet, que je traite préſentement. Car, ayant rempli d'eau deux de ces ménisques, la diſtance de foyer étoit environ de 8 pieds: enſuite, ayant rempli ces mêmes ménisques d'eſprit de vin, la diſtance de foyer ſe réduiſoit ſubitement à 5 pieds. Je fus bien ſurpris d'une ſi grande différence, pendant que la réfraction de l'eſprit de vin différe ſi peu de celle de l'eau; car les Auteurs marquent la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction de l'air dans l'eſprit de vin comme 100 à 73, tandis que de l'air dans l'eau cette même raiſon eſt comme 4 à 3, ou comme 100 à 75.

VI. Ce ſeul exemple ſuffit pour nous convaincre, que deux ménisques peuvent fournir le plus propre inſtrument, pour découvrir la quantité de réfraction de toutes ſortes de liqueurs transparentes, puiſque la plus petite différence, qui ſe puiſſe trouver dans leur qualité réfractive, ſe manifeſte par une ſi grande différence dans la diſtance du foyer. Pour cet effet on n'a pas beſoin d'employer préciſément

les ménisques, que j'avois recommendés pour perfectionner les verres objectifs, puisque le deſſein eſt ici tout à fait différent, & on déterminera aiſément tels autres ménisques, qui étant remplis de diverſes liqueurs produiſent des différences encore plus grandes dans la diſtance du foyer. Tels inſtrumens ſeront auſſi fort propres à nous découvrir beaucoup plus exactement la diverſe réfrangibilité des rayons à l'égard de toutes les liqueurs transparentes ; cependant on pourra bien ſe paſſer de cette recherche, vû qu'ayant déjà connu la réfraction d'une eſpece des rayons, on en peut aiſément conclure celle des autres eſpeces à l'aide de la proportion, que j'ai demontrée être néceſſairement vraye.

VII. Cela non-obſtant, je ne voudrois pas abandonner entierement cette derniere recherche, & je crois plûtot, que la théorie en pourroit tirer de grands ſecours. Car ce que nous ſavons de la diverſe réfrangibilité des rayons, ne regarde proprement que les rayons du Soleil : ceux-cy renfermant toutes les eſpeces des couleurs, on a conclu par les expériences du prisme, que dans le paſſage de l'air dans le verre le ſinus d'incidence eſt à celui de réfraction pour les rayons rouges comme 77 à 50, & pour les violets comme 78 à 50. Mais cette différence entre les rayons ſolaires ne conſtitue pour ainſi dire que l'intervalle d'une octave, de ſorte que les rayons les moins réfrangibles du Soleil ſoient à comparer au plus haut ſon d'une octave, pendant que les plus réfrangibles répondent au plus bas de la même octave ; & peut-être même que les divers rayons ſolaires ne rempliſſent pas à cet égard une octave entiere, puisque les rayons extrémes ne repréſentent pas la même couleur, comme les ſons, qui différent entr'eux d'une ou quelques octaves, peuvent être regardés à peu prés comme le même ſon.

VIII. Il eſt très probable, & je crois l'avoir ſuffiſamment prouvé ailleurs, que les diverſes couleurs ne différent entr'elles que par rapport au nombre de vibrations, dont l'ether eſt agité de chacune en même tems, & que ſi r marque le nombre des vibrations que les rayons rouges du Soleil rendent dans une ſeconde, & v le nombre des vibra-

tions rendues en même tems par les rayons violets du Soleil, la différence des nombres r & v eſt la cauſe de la diverſe réfrangibilité de ces rayons. Or les différens ordres des couleurs, que nous appercevons dans les bulles de ſavon, & dans les lames minces transparentes, ſur leſquelles j'eus l'honneur l'année paſſée de lire un Mémoire, qu'on a daigné d'inſerer dans le huitieme volume de l'Academie; ces différens ordres me font conclure, que non ſeulement les rayons contenus dans les nombres r ou v ſont rouges ou violets, mais auſſi ceux, dont le nombre de vibrations rendües dans une ſeconde, eſt $2r$, $4r$, $8r$ &c. ou $2v$, $4v$, $8v$ &c. & encore $\frac{1}{2}r$, $\frac{1}{4}r$, $\frac{1}{8}r$ &c. ou $\frac{1}{2}v$, $\frac{1}{4}v$, $\frac{1}{8}v$ &c. tout comme dans les ſons.

IX. Donc, ſi les rayons ſolaires, qui répondent au nombre v ſouffrent une plus grande réfraction que ceux, auxquels convient le nombre r, puiſque le nombre v eſt différent du nombre r; par la même raiſon les rayons des autres corps, auxquels répondent des nombres ou $2r$, $4r$, $8r$ &c. & $2v$, $4v$, $8v$ &c. ou bien $\frac{1}{2}r$, $\frac{1}{4}r$, $\frac{1}{8}r$ &c. & $\frac{1}{2}v$, $\frac{1}{4}v$, $\frac{1}{8}v$ &c. devroient ſouffrir différentes réfractions. Par conſéquent différentes couleurs rouges, entant qu'elles ſont ſemblables à des ſons, qui différent entr'eux d'une ou de quelques octaves, devroient produire dans leur réfraction une différence plus grande, que celle qu'on découvre entre les rayons rouges & violets du ſoleil. Le défaut de telles obſervations eſt ſans doute un grand argument contre cette conjecture; mais peut être ne s'eſt-on pas donné aſſez de peine pour examiner cette diverſité, s'il y en a une: ou peut-être la différence a-t-elle été trop petite, pour être découverte par les expériences, qu'on aura faites dans cette vüe. Cependant cet article me paroit aſſés important, pour qu'on ſe donne toutes les peines poſſibles pour s'éclaircir là deſſus: car, ſoit que ma conjecture ſoit fondée ou non, la théorie ne manquera pas d'en retirer des éclairciſſement très conſidérables.

X. Je me propoſe donc de décrire deux ſortes d'expériences, dont les unes peuvent ſervir à examiner très exactement la force réfrac-

fractive de toutes les diverſes liqueurs transparentes, où il faut bien remarquer, que les concluſions, qu'on tirera des expériences, ne ſe rapportent qu'à une ſeule couleur, ſavoir celle dont l'objet, d'où l'on reçoit les rayons, eſt teint ; car il eſt clair de ſoi-même, que diverſes couleurs meneroient à des concluſions différentes. Pour cet effet je propoſerai tels ménisques, qui rendent les plus petites différences très ſenſibles. L'autre ſorte eſt deſtinée pour la recherche de la réfraction de toutes les couleurs ſimples, qui ſe puiſſent trouver dans les corps : & dans cette vûe je chercherai tels ménisques, qui étant remplis d'une certaine liqueur découvrent d'une maniere très ſenſible les différences dans la réfraction, qui peuvent provenir de la diverſe couleur de l'objet ; & c'eſt de là que ma conjecture mentionnée ſera aiſément, ou confirmée, ou détruite.

XI. Je conſidére donc en général un verre objectif compoſé de deux ménisques, entre lesquels la cavité ſoit remplie d'une liqueur quelconque transparente : & j'ai déjà remarqué qu'ayant deux tels ménisques, dont les bords s'uniſſent parfaitement enſemble, il eſt aiſé d'y enfermer toutes les liqueurs ſans le ſecours d'aucun autre inſtrument : car, après avoir rempli la cavité, on n'a qu'à preſſer bien les ménisques l'un contre l'autre, & ils demeureront aſſez fermes enſemble, pour qu'on n'ait point à craindre, que la liqueur s'en écoule. De cette maniere on peut aiſément changer de liqueurs à volonté, & faire des expériences avec les mêmes ménisques ſur toutes ſortes de liqueurs.

Fig. 1. Soient donc les rayons de courbure des quatre faces de ces deux ménisques

le rayon de la face MAM $=$ f
le rayon de la face NBN $=$ g
le rayon de la face NCN $=$ h
le rayon de la face MDM $=$ k

Or je ſuppoſe ces faces ſphériques, puiſqu'une très petite ouverture peut ſuffire pour faire les expériences dont il s'agit.

XII.

XII. Soit de plus la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour le paſſage des rayons

de l'air dans le verre comme m à 1
& de l'air dans la liqueur comme n à 1

Or je parle ici des rayons d'une certaine eſpece, ſur leſquels on fait les expériences, de ſorte que, ſi les rayons ſont rouges, les nombres m & n approchent un peu plus de l'unité, que s'ils étoient violets. Enſuite je regarde d'abord l'épaiſſeur de ce verre objectif AD comme evanouiſſante par rapport aux rayons de courbure, & à la diſtance tant de l'objet que de l'image du verre, pour avoir des formules plus ſimples. Cependant j'enſeignerai après, quelles corrections doivent être employées à l'egard de l'epaiſſeur du verre dans les concluſions, qu'on aura tirées des expériences : & on verra que ces corrections ſont pour la plûpart ſi petites, qu'on les peut bien négliger, attendu que les erreurs qu'on ne ſauroit éviter en faiſant des expériences, ſont ordinairement beaucoup plus grandes.

XIII. Soit donc la droite EF l'axe de cet objectif, ſur laquelle ſont ſitués les centres des quatre faces : & qu'un objet Ee ſoit placé ſur cet axe à la diſtance $EA = a$ du verre. Cela poſé, les rayons transmis par le verre formeront l'image après le verre en Ff dans une ſituation renverſée, & j'ai fait voir que la diſtance DF après le verre ſera déterminée par cette équation :

$$\frac{1}{DF} = (m - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m - n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

Pour la grandeur de l'image Ff par rapport à l'objet Ee, on ſait qu'elle eſt déterminée par la droite ef, tirée depuis le bout de l'objet e par le milieu du verre, puiſque nous regardons l'epaiſſeur du verre AD comme infiniment petite. On auroit donc $Ee : Ff = AE : DF$, ou bien $Ff = \frac{DF}{AE} \cdot Ee$, mais dans les Expériences que je vai décrire, la grandeur de l'image n'entrera pas en conſidération. On voit

donc par la formule donnée, comment la diſtance DF eſt déterminée par les deux nombres m, n, & par les quatre rayons f, g, h, k, avec la diſtance a.

XIV. Mais, ſi l'on veut tenir compte de l'epaiſſeur du verre, laquelle a trois parties AB, BC & CD, & qu'on poſe

$$AB = r,\ BC = s \ \&\ CD = t$$

l'équation qui détermine la diſtance DF ſera plus compliquée, & s'exprimera le plus commodément par la fraction continuée ſuivante :

$$\frac{1}{DF} = \frac{m-1}{k} + \cfrac{1}{-\frac{t}{m} + \cfrac{1}{-\frac{(m-n)}{h} + \cfrac{1}{-\frac{s}{n} + \cfrac{1}{-\frac{(m-n)}{g} + \cfrac{1}{-\frac{r}{m} + \cfrac{1}{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}}}}}}$$

D'où, par le calcul des fractions continuées, on tirera en chaque cas aiſément la valeur de la diſtance cherchée DF, & il ſeroit fort ſuperflu de developer cette formule, qui deviendroit extrémement embarraſſée

XV. Cependant, ſi nous nommons la diſtance $DF = c$, & que nous poſions pour abréger

$$P = \frac{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}{1 - \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)} \ \&\ Q = \frac{\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}}{1 - \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)}$$

on parviendra à cette équation

$$P + Q = (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) + \frac{s}{n}\left(\frac{m-n}{g} - P\right)\left(\frac{m-n}{h} - Q\right)$$

Main-

Maintenant, ſi les épaiſſeurs r, s, t ſont extrémement petites, puiſqu'on aura alors aſſés exactement

$$P = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} + \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 \text{ \& } Q = \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} + \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)^2$$

l'équation trouvée ſe changera en cette forme:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) + \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)^2 - \frac{s}{n}\left(\frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{m-n}{h} - \frac{(m-1)}{k} + \frac{1}{c}\right)$$

d'où notre premiere équation ſe déduit, ſi l'on fait évanouïr les épaiſſeurs r, s & t.

XVI. Donc, puiſque au cas que $r = s = t = 0$, on a

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

ſi nous conſidérons les épaiſſeurs r, s & t comme extrémement petites, nous aurons plus exactement

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a} + \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{s}{m}\left(\frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{t}{m}\left((m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)^2$$

d'où l'on voit combien chacune des épaiſſeurs r, s & t, contribue à changer la valeur de la diſtance $DF = c$. On voit évidement que la valeur de $\frac{1}{c}$ en eſt augmentée, & partant celle de la diſtance même $DF = c$ diminuée.

XVII. Ayant donc déterminé par la théorie à quelle diſtance $DF = c$ derriere le verre l'image doit paroitre, ſi l'on conſulte l'expérience, & qu'on obſerve cette même diſtance DF, il faut qu'elle ſe trouve d'accord avec la théorie. Connoiſſant donc cette diſtance $DF = c$ par l'expérience, on aura une équation, d'où l'on pourra tirer la valeur du nombre n, ou bien le rapport $n : 1$, qui exprime la raiſon de réfraction pour la liqueur, dont la cavité entre les ménisques eſt remplie. Pour cet effet il faut qu'on ſache les rayons des quatre courbures f, g, h, & k, leſquels peuvent bien être ſuppoſés connus par les baſſins, où les deux ménisques auront été travaillés; cependant on en pourra auſſi découvrir les valeurs par quelques expériences, qu'on fera avec des liqueurs dont la réfraction eſt déjà connue. Or outre cela il faut qu'on ſache exactement le nombre m, qui contient la réfraction du verre.

XVIII. Or, pour obſerver la diſtance $DF = c$, à laquelle l'image de l'objet ſe preſente derriere le verre, on peut ſe ſervir d'une chambre obſcure, en fixant le verre dans le trou par lequel les rayons y entrent : car alors recevant l'image ſur une ſurface blanche, en l'approchant ou éloignant du verre, jusqu'à ce que la repréſentation paroiſſe la plus diſtincte, on n'aura qu'à meſurer ſa diſtance depuis le verre pour avoir la diſtance cherchée $DF = c$. Or au défaut d'une chambre obſcure on pourra auſſi ſe ſervir du tuyau d'une lunette ordinaire, en y fixant le verre compoſé au lieu de l'objectif, & prenant un oculaire, qu'on jugera le plus convenable ; on n'aura qu'à diriger la lunette vers l'objet propoſé, & chercher quelle longueur il faut donner à la lunette, pour qu'on voye l'objet le plus diſtinctement.

Alors

Alors, connoiſſant l'oculaire & la conſtitution de l'oeil, on en conclura aiſément la diſtance DF.

Méthode d'obſerver la réfraction de toutes ſortes de liqueurs tranſparentes.

XIX. Je ſuppoſerai d'abord qu'on ſache exactement les rayons des quatre faces des ménisques, f, g, h, k, de même que la réfraction du verre, ou la raiſon $m : 1$; & l'objet ſe trouvant dans l'axe du verre compoſé à la diſtance $AE = a$, qu'on obſerve, à quelle diſtance derriere le verre l'image ſera préſentée, laquelle ſoit poſée $DF = c$, de ſorte que les valeurs des lettres m, a, c, f, g, h, k, ſoient connues. De là, en négligeant les épaiſſeurs r, s, t, on aura d'abord

$$(m-n)\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right) = (m-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{a}-\frac{1}{c}$$

d'où l'on tire

$$n = m - \frac{gh}{g+h}\left((m-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)$$

Mais, ſi l'on veut tenir compte des épaiſſeurs, en les regardant comme très petites on aura :

$$n = m - \frac{gh}{g+h}\left((m-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)$$
$$- \frac{ghr}{m(g+h)}\left(\frac{m-1}{f}-\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{ght}{m(g+h)}\left(\frac{m-1}{k}-\frac{1}{c}\right)^2$$
$$- \frac{ghs}{n(g+h)^3}\left((m-1)\left(\frac{h}{k}-\frac{g}{f}\right)+\frac{g}{a}-\frac{h}{c}\right)^2$$

XX. Mais l'avantange de cette méthode ſur les ordinaires conſiſte en ce qu'on peut employer un tel verre compoſé, qu'il en réſulte

une très grande différence dans la diſtance, tandis que la nature de la liqueur, ou le nombre n, change très peu. Pour chercher tels verres avantageux, ſuppoſons que le nombre n croiſſe de ſon différentiel dn, pendant que la diſtance c change en $c + dc$, & la différentiation nous fournira entre ces différentiels dn & dc le rapport ſuivant

$$-dn\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right)=\frac{-dn(g+h)}{gh}=\frac{dc}{cc}$$

d'où nous tirons $dc=\frac{-ccdn(g+h)}{gh}$

Il faut donc que le coëfficient de dn ou $\frac{cc(g+h)}{gh}$ devienne très grand, ou ſon réciproque $\frac{gh}{cc(g+h)}$ très petit: & partant en ſubſtituant pour c ou $\frac{1}{c}$ ſa valeur, cette quantité

$$\frac{gh}{g+h}\left((m-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{k}\right)-(m-n)\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right)-\frac{1}{a}\right)^2$$

doit devenir très petite.

XXI. Afin que la quantité $\frac{cc(g+h)}{gh}$ devienne fort grande, on rendra d'un coté la fraction $\frac{g+h}{gh}$, & de l'autre la diſtance c, auſſi grande que les circonſtances le permettent. Or il eſt évident que plus on fait petits les deux rayons g & h des faces concaves, & plus la fraction $\frac{g+h}{gh}$ deviendra grande; mais il faut bien prendre garde de ne pas les rendre trop petits: puiſqu'on ſeroit obligé de donner au verre une trop petite ouverture. C'eſt pourquoi il ſera toujours bon de faire les deux rayons g & h égaux entr'eux, & de leur donner

une

une telle grandeur, qui ne ſoit jamais trop petite par rapport à la diſtance de l'image $DF = c$: car, plus cette diſtance devient grande, & plus le verre doit admettre d'ouverture. Le cas le plus commode ſera donc de rendre les deux ménisques égaux & ſemblables entr'eux, & partant ſi nous faiſons $k = f$ & $h = g$, notre équation pour la diſtance $DF = c$ ſe réduit à cette forme

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} - \frac{1}{a}$$

d'où nous aurons :

$$n = m - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)$$

XXII. Puiſque $\frac{1}{c}$ eſt plus grand que $\frac{2(m-1)}{f}$, pourvû que $n < m$, ce qui arrive toujours, vû qu'on ne connoit point de liqueur, dont la réfraction ſoit plus grande que celle du verre, la diſtance c eſt toujours plus grande que $\frac{f}{2(m-1)}$, ou que f à peu près, à cauſe de $m = \frac{3}{2}$ environ. Il faut donc prendre le rayon des deux convexités $f = k$, ni trop grand, ni trop petit : car ſi on les prenoit trop petits, la différence entre les diſtances c qui répondent à diverſes liqueurs, pourroit devenir trop petite, pour qu'on en pût conclure avec aſſes de préciſion la différence de leur réfraction. Je ne voudrois donc pas prendre ces deux rayons f & k au deſſous d'un pied. Mais une beaucoup plus grande valeur ſeroit également nuiſible, puiſqu'en rempliſſant le verre d'une telle liqueur pour laquelle $m - n$ auroit une valeur conſidérable, la diſtance c pourroit devenir ſi grande, que la chambre obſcure ne ſeroit pas aſſez ſpacieuſe pour la recevoir, ou qu'il y faudroit employer une trop longue lunette. Car, plus la différence $m - n$ ſera grande, & plus la diſtance $DF = c$ excedera la quantité $\frac{2(m-1)}{f}$.

XXIII.

XXIII. Ayant déjà remarqué qu'il n'y a point de liqueurs, qui ſouffrent une plus grande réfraction, que le verre, je crois pouvoir ajouter qu'il n'y en a point, où la valeur de n ſoit plus petite que $1\frac{3}{4}$. Toutes les liqueurs donc, qu'on pourra examiner, ſeront par rapport à leur réfraction compriſes entre les deux limites ſuivantes du nombre n,

$$n = 1,54 \quad \& \quad n = 1,25$$

Or, ſi la liqueur, dont on remplit le verre étoit telle, que la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction des rayons qui y entrent de l'air fut

$$n : 1 = m : 1 = 1,54 : 1 \text{ ou } m - n = 0$$

la diſtance $DF = c$ deviendroit la plus courte; que je voudrois donc mettre $= 1$ pied. Mais, ſi la liqueur étoit ſi rare, que pour l'entrée des rayons de l'air, il y eut $n = 1,25$, la diſtance $DF = c$ deviendroit la plus grande, que je voudrois poſer infinie, au cas que la diſtance de l'objet $AE = a$ eſt extrémement grande, ou quaſi infinie.

XXIV. Ces deux conditions nous fourniront les juſtes valeurs, qu'il faudra donner, tant au rayon de convexité f, qu'à celui de concavité g de chaque ménisque. Car pour les rayons moyens il y a $m = 1,54$ ſi la nature de la liqueur donne $n = m$, ou $n = 1,54$, & que nous regardions la diſtance de l'objet $AZ = a$ comme infinie, il faut que la diſtance de l'image $DF = c$ provienne d'un pied, d'où nous tirons

$$1 = \frac{f}{2.0,54} = \frac{100f}{108}, \text{ ou } f = \frac{8}{2}\frac{7}{5} \text{ pieds},$$

donc les deux faces convexes doivent avoir pour leurs rayons de courbure

$f = k = \frac{8}{2}\frac{7}{5}$ pieds, ou $f = k = 1$ pied & 1 pouce à peu près.

Or

Or, ſi la liqueur donnoit $n = 1,25$, & qu'on regardât la diſtance $a = \infty$, à cauſe de $c = \infty$ on auroit,

$$\frac{2.0,54}{f} - \frac{2.0,29}{g} = 0$$

& partant $g = \frac{28}{54} f = \frac{28}{50}$ pieds $= 7$ pouces.

De ſorte que pour chacun de nos ménisques nous ayons :

le rayon de convexité $f = k = 1,08$ pieds $= 12,96$ pouces

le rayon de concavité $g = h = 0,58$ pieds $= 6,96$ pouces

XXV. Cependant une trop grande préciſion ſeroit ici fort mal placée, & on pourra retirer à peu près les mêmes avantages d'une infinité de verres compoſés, pourvû que les ménisques ne différent pas trop de ceux que je viens d'indiquer. Pour cette raiſon on pourra employer deux ménisques égaux & ſemblables, dont

le rayon des faces convexes ſoit $f = k = 12$ pouces

& le rayon des faces concaves $g = h = 7$ pouces.

Alors, rempliſſant la cavité entre ces deux ménisques d'une liqueur quelconque, dont la raiſon de réfraction ſoit $= n : 1$ pour les rayons qui y entrent de l'air, qu'on meſure la diſtance de l'image après le verre $DF = c$, de même que celle de l'objet avant $AE = a$, chacune exprimée en pouces, & on aura

$$n = m - \tfrac{7}{12}(m-1) + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$$

ou $n = \frac{5}{12} m + \frac{7}{12} + \frac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

Et ſi les rayons ſont d'une nature moyenne, qu'il ſoit $m = 1,54$, on aura en négligeant l'epaiſſeur :

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$$

XXVI. Voyons à quel point de préciſion ce verre compoſé ſera capable de nous indiquer la réfraction d'une liqueur propoſée. Que l'ob-

l'objet ſe trouve à une diſtance de 100 pieds, ou de 1200 pouces, puiſqu'il faut ſe ſervir de cette meſure, de ſorte que $a = 1200$, & que l'expérience nous donne la diſtance de l'image $c = 80$ pouces, de là nous conclurons donc :

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{1200} + \frac{1}{80}\right) = 1,27166$$

Mais, ſi au lieu de $c = 80$ pouces on s'etoit trompé de 6 pouces & qu'il y eut $c = 74$ pouces, on auroit

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{1200} + \tfrac{1}{74}\right) = 1,27520$$

d'où l'on voit qu'une différence de 6 pouces dans le lieu de l'image, n'en produit dans la valeur du nombre n qu'une différence de 0,00354, ou l'erreur qui a influé ſur le nombre n feroit environ $\frac{1}{300}$.

Si la liqueur étoit encore plus rare, & que la diſtance de l'image fût plus grande, ſavoir $c = 120$ pouces, la diſtance de l'objet étant $a = 1200$ pouces, on en concluroit ſa réfraction

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{1200} + \tfrac{1}{120}\right) = 1,25708$$

& une erreur de 6 pouces dans la diſtance c n'en produiroit une que de $\frac{1}{3500}$ dans la valeur du nombre n.

XXVII. Ce verre compoſé dont je viens de donner la deſcription, feroit donc très propre à déterminer la réfraction des liqueurs, dont le nombre n ſe trouveroit au deſſous de 1, 30, ou qui cauſeroient une moindre réfraction que l'eau. Mais, ſi l'on vouloit par ce même verre examiner la réfraction des liqueurs approchantes de la nature de l'eau, la diſtance c deviendroit trop courte, pour en pouvoir conclure la réfraction avec autant de fureté. Car, pour que la valeur de n provienne de 1, 33, la diſtance de l'image c tomberoit au deſſous de 3 pieds, & une erreur commiſe dans cette diſtance influeroit plus conſidérablement ſur la quantité de réfraction. Pour l'examen de telles liqueurs il conviendroit donc d'employer d'autres ménisques, tels, que ſi la réfraction de la liqueur étoit environ $n = 1,28$, ou même $n = 1,30$ la diſtance c deviendroit infinie en ſuppoſant $a = \infty$; pour cet effet il faudroit qu'il fut $\frac{f}{g}$

$$\frac{f}{g} = \frac{m-1}{m-n} = \frac{4}{\frac{1}{2}\frac{4}{5}}, \text{ ou } \frac{f}{g} = \frac{4}{\frac{1}{2}\frac{4}{4}} = \frac{2}{1}$$

on pourroit donc prendre $f = 13$ pouces, & $g = 6$ pouces.

XXVIII. Cependant on pourra bien ſe ſervir avec le même ſuccès des ménisques précédens $f = k = 12$ pouces & $g = h = 7$ pouces en approchant davantage l'objet du verre ; car alors la diſtance de l'image deviendra plus grande, d'où la détermination du nombre n acquerra une plus grande préciſion. Pour chaque liqueur dont on aura rempli le verre, on approchera de plus en plus l'objet, jusqu'à ce que la diſtance de l'image devienne ſi grande qu'on jugera la plus convenable. Ainſi, ſuppoſant qu'ayant placé l'objet à la diſtance de 40 pouces, on ait obſervé la diſtance de l'image $c = 120$ pouces, la réfraction de la liqueur ſera exprimée par cette valeur du nombre n

$$n = 1,225 + \frac{7}{4}\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{120}\right) = 1,3416$$

où une erreur de 6 pouces commiſe dans l'obſervation de la diſtance c n'en produit qu'une de $\frac{1}{5}\frac{1}{8}\frac{1}{5}$ dans la valeur du nombre n. Et ce degré de préciſion ſera toujours le même tant qu'on ſera en ſorte, que la diſtance de l'image tombe à la diſtance de 120 pouces derriere le verre. A' une telle moindre diſtance de l'objet on le pourra plus commodément éclairer autant qu'il faut pour rendre aſſés claire l'image.

XIX. Mais, puisque j'ai négligé jusqu'ici l'épaiſſeur du verre, voyons à combien la correction qui en réſulte, pourra monter. Comme les deux ménisques ſont ſuppoſés égaux & ſemblables, on aura non ſeulement $f = k$ & $g = h$, mais auſſi $t = r$, d'où nous aurons pour la juſte valeur de n

$$n = m - \frac{1}{2}g\left(\frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) - \frac{gs}{8n}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^2$$
$$- \frac{gr}{2m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{gr}{2m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{c}\right)^2$$

& partant pour les cas $f = 12$ pouces, & $g = 7$ pouces, la véritable valeur de n ſera

$$n = 1,225 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right) - \frac{7r}{2m}\left(\frac{m-1}{12}-\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{7r}{2m}\left(\frac{m-1}{12}-\frac{1}{c}\right)^2 - \frac{7s}{8n}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)^2$$

Faiſons-en l'application au dernier exemple $a = 40$, & $c = 120$; & puiſque la valeur trouvée auparavant $n = 1,3416$ eſt aſſés approchante, les corrections ſeront à cauſe de $m = 1,54$

$$n = 1,3416 - 0,004r - 0,00018s$$

Donc, quoiqu'on poſe $r = \frac{1}{16}$ pouce & $s = \frac{1}{5}$ pouce, cette correction ne vaudra que $0,0004 + 0,000036 = 0,000436$ à ſoutraire, & on aura $n = 1,3412$, d'où l'on voit qu'on peut bien négliger cette correction, pourvû que le verre ne ſoit pas très épais.

XXX. Cependant il ſera bon d'avoir quelques paires de tels ménisques, travaillés ſur différentes proportions entre f & g, afin qu'on puiſſe employer pour chaque liqueur propoſée tels qu'on jugera les plus convenables. Suppoſons qu'on ait trois paires de tels ménisques, que j'indiquerai par les lettres A, B, C, & qu'il ſoit :

pour A $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 7 \text{ pouces} \end{cases}$; pour B $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 6 \text{ pouces} \end{cases}$; pour C $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 5 \text{ pouces} \end{cases}$

& que les bords de tous s'accordent enſemble, en ſorte qu'on puiſſe auſſi combiner deux de différentes paires. On en pourra donc faire 6 combinaiſons, & chacune fournira les déterminations ſuivantes du nombre n, en ſuppoſant $m = 1,54$

$$A \& A \ldots n = 1{,}225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

$$B \& B \ldots n = 1{,}270 + 3\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

$$C \& C \ldots n = 1{,}315 + \tfrac{5}{2}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

$$A \& B \ldots n = 1{,}2492 + \tfrac{42}{13}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

$$A \& C \ldots n = 1{,}2775 + \tfrac{35}{12}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

$$B \& C \ldots n = 1{,}2945 + \tfrac{30}{11}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right).$$

XXXI. Mais, ſi l'on veut examiner la réfraction des milieux extrêmement rares, comme de l'air, ou comprimé, ou rarefié, ou même d'un vuide parfait, enfermé entre les deux ménisques, de ſorte qu'il faudroit déterminer la réfraction des rayons, qui paſſent de l'air ordinaire dans un air, ou comprimé, ou rarefié, ou dans le vuide, alors les ménisques expoſés ne feront plus propres. Alors il faudra employer de tels ménisques, dont le rayon de convexité eſt un peu plus petit, que le rayon de la concavité: les deux ménisques ſuivans, égaux & ſemblables entr'eux, paroiſſent aſſés propres pour ce deſſein:

Rayon de convexité $f = k = 12$ pouces

Rayon de convexité $g = h = 13$ pouces.

Ces ménisques renfermant le milieu propoſé, ſi d'un objet éloigné à la diſtance $AE = a$, on obſerve la diſtance de l'image $DF = c$, la valeur ſuivante du nombre n donnera la réfraction cherchée

$$n = m - \tfrac{1}{12}(m-1) + \tfrac{1}{12}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right) = 0{,}955 + \tfrac{1}{12}\left(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{c}\right)$$

& ſi l'on ne veut pas négliger les épaiſſeurs $AB = CD = r$ & $BC = s$

$$z = 0,955 + \tfrac{1}{2}^{3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right) - 4,22r\left(0,045-\frac{1}{a}\right)^{2} - 4,22r\left(0,22r-\frac{1}{c}\right)^{2}$$

$$- 1,62s\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^{2}$$

XXXII. Suppoſons que ce verre compoſé, & rempli d'un certain air, ait donné la diſtance $c = 120$ pouces, l'objet étant éloigné à l'infini, & on conclura pour la réfraction de ce milieu

$$n = 0,955 + \tfrac{1}{8}^{3}\tfrac{3}{4}\tfrac{1}{0} = 1,009166$$

de ſorte que ce milieu ſoit un air un peu comprimé. Or, ſi l'on trouvoit la diſtance c deux fois plus grande, ou $c = 240$ pouce, il en réſulteroit

$$n = 0,955 + \tfrac{1}{4}^{3}\tfrac{3}{8}\tfrac{1}{0} = 0,982083$$

ce qui marqueroit un air extrémement raréfié : ou bien ce cas ne ſera pas même poſſible, puiſqu'on ſait que pour le paſſage de l'air dans le vuide même la valeur de n eſt plus grande que $1 - \tfrac{1}{300}$, ou que $0,999666$. Or on trouveroit $n = 1 - \tfrac{1}{300}$, ſi la diſtance de l'image c étoit $= 146$ pouces ; mais ſi le verre contenoit de l'air naturel, on trouveroit $c = 144\frac{1}{2}$ pouces, & partant la différence dans la diſtance c ne monteroit pas à deux pouces. Mais on peut aiſément augmenter cette différence en approchant davantage le rayon f du rayon g.

Méthode d'obſerver la réfraction des rayons de différentes couleurs.

XXXIII. Si l'on met devant le verre objectif à la même diſtance $AE = a$ ſucceſſivement des corps teints de diverſes couleurs, leurs images ſeront repréſentées derriere le verre à diverſes diſtances, ſelon la diverſe réfrangibilité des rayons, à moins que le verre objectif ne ſoit parfait, ou tel qu'il raſſemble tous les rayons également. Ces objec-

jectifs donc, dont j'ai autrefois enſeigné la conſtruction, ſont les moins propres à ce préſent deſſein, parce que, de quelque couleur que l'objet ſoit teint, ils repréſentent l'image toujours à la même diſtance : il faut plutôt employer des objectifs d'une nature diamètralement oppoſée, qui produiſent une grande différence dans le lieu des images, quoique la différence dans la réfraction ne ſoit que très petite. Les objectifs ordinaires repréſentent bien les images des objets de diverſes couleurs à des diſtances inégales, & c'eſt en quoi conſiſte leur principal défaut : mais, à moins que leur diſtance de foyer ne ſoit exceſſive, la différence n'eſt pas aſſés ſenſible, pour qu'on en puiſſe conclure, moyennant des expériences, aſſés exactement la différence qui ſe trouve dans la réfraction.

XXXIV. Il s'agit donc de trouver tels objectifs, qui par rapport à la diffuſion, qui vient de la diverſe réfrangibilité des rayons ſoient encore plus défectueux, que les verres ſimples & ordinaires. Pour cet effet conſidérons comme ci-deſſus en général un verre compoſé de deux ménisques, dont la cavité ſoit remplie d'une liqueur transparentes, & que les rayons des deux faces convexes ſoient f & k, & des deux faces concaves g & h. Soit de plus pour une certaine eſpece de rayons, la raiſon de réfraction dans le paſſage de l'air dans le verre comme m à 1, & de l'air dans la liqueur comme n à 1. Cela poſé, ſi l'objet ſe trouve devant le verre à la diſtance $AE = a$, l'image ſera repréſentée derriere le verre à la diſtance $DF = c$, en ſorte qu'il ſoit :

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

en négligeant l'epaiſſeur du verre.

XXXV. Qu'on mette à préſent à la place de l'objet un corps teint d'une autre couleur, dont les rayons ſouffrent une réfraction différente de celle que je viens de ſuppoſer, en paſſant de l'air tant dans le verre que dans la liqueur. Et j'ai démontré que ces nouvelles raiſons

ſons de réfraction, au lieu de $m : 1$ & $n : 1$ ſe peuvent toujours exprimer en ſorte

$$m^{1+\alpha} : 1, \& n^{1+\alpha} : 1, \text{ ou } m + \alpha m l m : 1, \& n + \alpha n l n : 1$$

puisque α eſt toujours une fraction très petite. Or cette fraction α nous fera connoitre la différence entre la réfraction de ces derniers rayons & les précédens. Soit c' la diſtance à laquelle on appercevra à préſent l'image derriere l'objectif, & nous aurons l'équation ſuivante :

$$\frac{1}{c'} - \frac{1}{c} = \alpha m l m \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k} - \frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \alpha n l n \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) = \frac{c - c'}{c c'}$$

Donc, pour que la moindre différence dans la réfraction devienne fort ſenſible dans la diſtance de l'image, il faut que cette quantité

$$m l m \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m l m - n l n) \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right)$$

obtienne une valeur aſſés conſidérable, & que la diſtance c elle-même provienne auſſi fort grande.

XXXVI. Poſons les deux ménisques égaux & ſemblables entr'eux, de ſorte que $k = f$ & $h = g$, & que la diſtance de l'objet ſoit quaſi infinie ; dans ce cas on aura ces deux équations :

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} \text{ \& } \frac{c - c'}{c c'} = \frac{2 \alpha m l m}{f} - \frac{2 \alpha (m l m - n l n)}{g}$$

dont la premiere donne

$$\frac{2}{f} = \frac{g + 2(m-n)c}{(m-1)cg} \text{ ou } f = \frac{2(m-1)cg}{g + 2(m-n)c}$$

& ſubſtituant cette valeur dans l'autre équation, on en tirera

$$c' = \frac{(m-1)cg}{(m-1)g + \alpha m g l m - 2\alpha c \left[m(n-1) l m - n(m-1) l n\right]}$$

Or

Or, puisqu'on peut regarder la fraction α comme très petite, il y aura fort à peu près :

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c + \frac{2\alpha c c}{g}\left(\frac{m(n-1)lm}{m-1} - n l n\right)$$

D'où l'on connoit la différence entre les distances c, c', qui répond à la différence des réfractions renfermée dans la fraction α.

XXXVII. Je remarque ici d'abord deux cas principaux, l'un où $n = m$, & l'autre où $n = 1$. Dans celui-là, ayant la liqueur également réfractive que le verre, notre objectif revient à un ordinaire, dont les deux faces sont convexes, le rayon de l'une & de l'autre étant $f = k = 2(m-1)c$. Dans l'autre cas où $n = 1$, l'espace entre les deux verres ne contient que de l'air, & nous aurons deux verres simples joints immédiatement ensemble, de sorte que $f = \frac{2(m-1)cg}{g+2(m-1)c}$. Or pour l'un & l'autre cas l'expression $\frac{m(n-1)lm}{m-1} - n l n$ évanouït, & partant, lorsque les rayons de l'objet changent de nature, de sorte que les raisons de réfraction $m:1$ & $n:1$ deviennent $m^{1+\alpha}:1$ & $n^{1+\alpha}:1$, la distance de l'image derriere le verre c' différera en sorte de la distance précédente c, qu'il y aura

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c$$

Par conséquent la différence $\frac{\alpha m l m}{m-1} c$ dépend uniquement de la distance c, & ne sauroit être, ni augmentée, ni diminuée, tant que la distance c demeure la même.

XXXVIII. Dans tous les autres cas de la liqueur renfermée entre les deux verres, la quantité $\frac{m(n-1)lm}{m-1} - n l n$ n'évanouït point

point, & alors on pourra prendre le rayon des concavités g tel, que la différence entre les diſtances c & c^l devienne beaucoup plus grande. Cependant il faut que la valeur de n n'approche point trop, ni de l'unité, ni de m, dont la valeur peut être priſe $= 1, 54$, pour ne pas tomber dans l'inconvenient des deux cas marqués : or il eſt clair, qu'il doit y avoir une valeur de n entre les deux limites 1 & m, qui rendra ladite quantité la plus grande, qu'il ſoit poſſible : & une telle liqueur, ſi l'on en pouvoit trouver une, ſeroit la plus convenable pour cette eſpece d'expériences. Pour trouver ce *maximum*, différentions ladite quantité en poſant n variable, & en égalant le différentiel égal à zero, nous obtiendrons

$$\frac{m\,lm}{m-1} = ln + 1 \quad \& \text{ partant } ln = \frac{m\,lm}{m-1} - 1$$

d'où l'on tirera aiſément la valeur de n.

XXXIX. Or il faut bien remarquer que les logarithmes, que ces formules renferment, ſont des logarithmes hyperboliques, qu'on trouve des logarithmes tabulaires en multipliant ceux-ci par 2, 302585093, ou en les diviſant par 0, 4342944819. Donc, ſi nous voulons prendre pour lm & ln leurs logarithmes tabulaires, nous les devons multiplier par 2, 302585, ou diviſer par 0, 43429448, & de là nous aurons :

$$ln = \frac{m\,lm}{m-1} - 0, 43429448.$$

Poſons donc $m = 1, 54$, qui eſt la valeur moyenne qui convient à la réfraction du verre, & de là on tirera

$$\frac{m\,lm}{m-1} = 0, 5347833 \quad \& ln = 0, 1004888$$

par conſéquent le nombre $n = 1, 260343$.

Donc, ſi l'on pouvoit trouver une telle liqueur tranſparente, dans laquelle les rayons moyens, qui y entrent de l'air, ſe rompiſſent en ſorte, que le ſinus d'incidence ſeroit au ſinus de réfraction comme 1, 26 à 1, cet-

cette liqueur ſeroit ſans contredit la plus propre pour cette eſpece d'expériences.

XL. Mais nous ne connoiſſons point de liqueur, qui ait une moindre réfraction que l'eau pure, pour laquelle on peut ſuppoſer $n = 1\frac{1}{3}$; & partant nous ne ſaurions mieux arriver à notre but qu'en rempliſſant la cavité entre nos deux verres d'eau pure. Poſons donc $m = 1,54$ & $n = 1\frac{1}{3}$: & prenant les logarithmes hyperboliques nous aurons:

$$mlm = 0,664945 \qquad nln = 0,383576$$

& partant $\frac{m(n-1)lm}{m-1} - nln = 0,925884$ & $\frac{mlm}{m-1} = 1,231379$

Donc la diſtance de l'image c', qui répond à la réfraction changée, ſe trouvera

$$c' = c - 1,231379 \cdot \frac{acc}{g} + 0,053768 \frac{acc}{g}$$

d'où l'on voit que par un tel verre compoſé on peut rendre la différence entre les diſtances c & c' beaucoup plus grande que ſi l'on ſe ſervoit de verres ſimples ordinaires. Le plus ſûr moyen ſera de prendre le rayon g fort petit par rapport à la diſtance c, & même négatif: mais, ayant donné à g une certaine valeur, celle de f ſera

$$f = \frac{3,24cg}{3g+1,24c} = \frac{324cg}{300g+124c}$$

XLI. Jusqu'ici j'ai ſuppoſé la diſtance de l'objet a infinie, mais ſi elle eſt finie, & la même pour les objets de différentes couleurs, nos formules ſe changeront dans les ſuivantes

$$f = \frac{2(m-1)acg}{g(a+c)+2(m-n)ac} \quad \&$$

$$c' = c - \frac{amlm}{m-l} \cdot c\left(1+\frac{c}{a}\right) + \frac{2acc}{g}\left(\frac{m(n-1)lm}{m-1} - nln\right)$$

& ſi nous poſons pour le verre $m = 1,54$, & pour la liqueur $n = \frac{4}{3}$, nous aurons :

$$f = \frac{324\,a\,c\,g}{300\,(a+c)\,g + 124\,ac} \quad \&$$

$$c' = c - 1,231379\,a\,c\left(1 + \frac{c}{a}\right) + 0,053768.\ \frac{a\,c\,c}{g}.$$

d'où l'on voit qu'en approchant l'objet du verre, la différence entre les images deviendra encore plus ſenſible, ſuppoſé qu'on donne aux rayons $g = h$ des valeurs négatives.

XLII. Si l'on ſe ſervoit de verres ſimples, la différence entre les diſtances c & c' ſeroit $= 1,231379\,a\,c\left(1 + \frac{c}{a}\right)$, mais, par le moyen des verres compoſés, on peut faire que cette différence devienne autant de fois plus grande, qu'on voudra. Suppoſons qu'elle doive devenir λ fois plus grande, de ſorte qu'il y ait

$$c' = c - 1,231379\,\lambda\,a\,c\left(1 + \frac{c}{a}\right)$$

& nous aurons :

$$-1,231379\,(\lambda-1)\left(1 + \frac{c}{a}\right) = 0,053768.\ \frac{c}{g}$$

donc $g = -\frac{0\,053768\,ac}{1,231379\,(\lambda-1)\,(a+c)} = -\frac{ac}{23\,(\lambda-1)(a+c)}$

& ſubſtituant cette valeur dans celle de f,

$$f = -\frac{324\,ac}{-300(a+c)+2852(\lambda-1)(a+c)} = -\frac{ac}{a+c}\cdot\frac{324}{2852(\lambda-1)-300}$$

Ces valeurs ſe réduiſent donc aux formules ſuivantes :

$$f = -\frac{81}{713\,(\lambda-1)-75}\cdot\frac{ac}{a+c}$$

$$g = -\frac{1}{23\ (\lambda - 1)} \cdot \frac{ac}{a+c}$$

& partant tous les deux rayons f & g deviennent négatifs, ayant entr'eux ce rapport

$$f : g = 1863\ (\lambda - 1) : 713(\lambda - 1) - 75 = 81 : 31 - \frac{75}{23(\lambda - 1)}.$$

XLIII. Les deux verres ſimples ſeront donc auſſi des ménisques, mais qu'il faut joindre en ſorte, que leurs concavités ſoient tournées en dehors, & les convexités en dedans. Le verre compoſé eſt répréſenté dans la 2 figure, où MAMBM & NDNCN ſont les deux ménisques luniformes, égaux & ſemblables entr'eux, entre leſquels l'eſpace MBMNCN doit être rempli d'eau : & puiſque ces deux ménisques ne peuvent être joints par leurs bords, leur jonction ſe doit faire par le moyen d'une boite, ou d'un bout de tuyau MNMN, auquel on puiſſe tellement enfermer les deux ménisques, que l'eau entr'eux ne ſauroit écouler. Les rayons des faces concaves ſont ici plus grands que ceux des faces convexes, & poſant la diſtance de l'objet $AE = a$, ſi l'on veut que l'image formée par les rayons moyens tombe à la diſtance $DF = c$, & que pour les autres couleurs le changement de la diſtance c devienne λ fois plus grand, que ſi l'on ſe ſervoit de verres ordinaires, il faut travailler les faces en ſorte : Fig. 2.

le rayon des faces concaves MAM, NDN $= \frac{81}{713\ (\lambda - 1) - 75} \cdot \frac{ac}{a+c}$

le rayon des faces convexes MBM, NCN $= \frac{1}{23\ (\lambda - 1)} \cdot \frac{ac}{a+c}$

D'où l'on voit que, plus ce changement doit être grand, & plus les rayons des faces deviendront petits.

XLIV. Puiſqu'on doit pouvoir changer l'objet à volonté, on ne ſauroit ſuppoſer ſa diſtance a infinie ; poſons la donc de 100 pieds, ou de 1200 pouces, & qu'on veuïlle que l'image formée des rayons ſolai-

laires moyens tombe à la distance de 100 pouces, pour avoir $\frac{ac}{a+c} = \frac{1200}{13} = 92\frac{4}{13}$ pouces. Si l'on pose $\alpha = \frac{1}{57}$, laquelle valeur répond à peu près aux rayons solaires extrêmes, le changement qui en résulte dans la distance de l'image, ou la différence $c - c'$ montera à

$$1,231379 \cdot \tfrac{1}{57} \cdot \tfrac{13}{12} \cdot \lambda c = 2\lambda \text{ pouces; à cause de } c = 100.$$

Donc, si l'on se servoit de verres ordinaires, où $\lambda = 1$, ce changement dans la distance ne seroit que de 2 pouces. Voyons donc quels doivent être les rayons de nos ménisques, pour que ce changement devienne 2, 3, 4, 5, & 6 fois, & même 12 fois plus grand

Rayon	sin	sin	sin	sin	sin	sin
des faces	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$	$\lambda = 6$	$\lambda = 12$
concaves	11, 72	5, 53	3, 62	2, 69	2, 14	0, 96
convexes	4, 01	2, 00	1, 34	1, 00	0, 80	$0, 36\frac{1}{2}$

XLV. On voit de là qu'on ne sauroit augmenter trop ce changement, puisque les faces deviendroient trop courbes, & ne permettroient plus une ouverture suffisante. Il semble qu'il ne seroit pas à propos de donner à λ une plus grande valeur que 3; & on pourra se contenter d'une différence trois fois plus grande, que donnent les verres ordinaires; laquelle sera assés sensible pour nous découvrir la différence dans la réfraction des rayons de diverses couleurs. Ayant donc construit un tel verre, composé de deux ménisques égaux, dont les rayons soient

des faces concaves — $f = 5\frac{53}{100}$ pouces

des faces convexes — $g = 2$ pouces,

qu'on expose successivement à une distance donnée $= a$ des objets teints de diverses couleurs unies, & qu'on observe exactement les distances après les verres, où les images se représentent le plus distinc-

te-

rement. Alors on s'appercevra d'une différence aſſés ſenſible dans le lieu des images, ſelon les diverſes couleurs de l'objet. Car, plus les rayons d'un objet ſeront réfrangibles, & plus l'image ſera approchée du verre.

XLVI. On pourra auſſi déterminer la différence, qui ſe trouve parmi la réfraction des rayons de differentes couleurs, par le moyen de l'équation

$$\frac{c-c'}{cc'} = \frac{2\alpha mlm}{f} - \frac{2\alpha(mlm-nln)}{g}$$

Car, ſi pour une certaine couleur, dont la réfraction dans le verre ſoit poſée comme $m : 1$, on obſerve la diſtance de l'image $= c$ pouces, & pour une autre couleur la diſtance de l'image $= c'$ pouces, on en trouvera

$$\alpha = \frac{c-c'}{0,0409\,cc'} = 24\tfrac{1}{2}\,\frac{c-c'}{cc}$$

& la réfraction de ces rayons en entrant dans le verre ſuivra ce rapport $m^{1+\alpha} : 1$ entre le ſinus d'incidence & celui de réfraction. Suppoſons qu'on ait trouvé la diſtance $c = 100$ pouces, & l'autre $c' = 95$ pouces, & on en conclura $\alpha = 24\tfrac{1}{2}.\,\frac{5}{9500} = \frac{1}{77\frac{1}{2}}$, de ſorte que la raiſon de réfraction de ces derniers rayons ſera comme $m^{1+1\frac{2}{5}\frac{1}{5}}$ à 1, celle des premiers étant comme m à 1.

XLVII. Puiſqu'il eſt difficile d'exécuter ces ménisques ſi exactement ſelon les proportions preſcrites, & que peut-être ces proportions mêmes ne ſont pas exactes au dernier point, il pourroit bien arriver que le multiplicateur $24\frac{1}{2}$ différât conſidérablement de la vérité. Or, pour remédier à ce défaut, on n'aura qu'à regarder ce multiplicateur comme indéterminé, en poſant :

$$\alpha = \mu\,\frac{c-c'}{cc'}$$

&

& là le déterminer par les obſervations de deux couleurs, dont la différence de réfraction eſt déjà connue. Pour cet effet on pourroit choiſir les deux couleurs extrémes de l'arc en ciel, ou du ſpectre repreſenté par un priſme ſur une ſurface blanchie. Que c ſoit la diſtance de l'image rouge, & c' celle de l'image violette, qui ſera plus petite; & on ſait que la valeur de α eſt $= \frac{1}{33\frac{1}{4}} = \frac{4}{133}$. De là on trouvera donc par l'expérience la juſte valeur du multiplicateur μ, qui ſera $\mu = \frac{4}{133} \cdot \frac{cc'}{c-c'}$.

XLVIII. Or, ayant une fois déterminé cette juſte valeur de μ, on pourra employer le même verre compoſé pour examiner la réfraction de toutes les couleurs ſimples, tant des rayons ſolaires, que des corps opaques. On commencera par une couleur dont la réfraction dans le verre eſt connue, qui ſoit comme m à 1, & on marquera la diſtance de l'image après le verre qui ſoit $= c$; enſuite on placera à la même diſtance devant le verre un objet teint d'une autre couleur quelconque, & ayant auſſi marqué la diſtance de l'image, qui ſoit $= c'$, qu'on cherche la valeur du nombre α par la formule

$$\alpha = \mu . \frac{c-c'}{cc'}$$

mettant pour μ la valeur trouvée par les premieres expériences, & on connoitra la réfraction de ces derniers rayons en entrant dans le verre, qui ſera comme $m^{1+\alpha}$ à 1. Dans ces obſervations on n'a pas beſoin de meſurer la diſtance de l'objet $= a$, pourvû qu'elle ſoit conſervée la même dans les expériences qu'on veut comparer enſemble.

XLIX. Ces objectifs préſentent donc, comme les ordinaires, les images formées par des rayons plus réfrangibles à des moindres diſtances

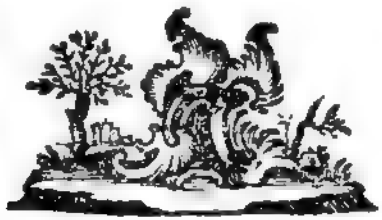
ces du verre, mais avec cet avantage, que la différence dans le lieu des images devient beaucoup plus ſenſible. Cependant on pourroit auſſi former de tels objectifs, qui répréſentaſſent dans un ordre renverſé les images des rayons plus réfrangibles à une plus grande diſtance. Car on n'a qu'à poſer le nombre λ négatif, & ſi l'on veut que le changement dans le lieu des images ſoit λ fois plus grand, qu'en ſe ſervant des verres ordinaires, il faut donner aux rayons f & g des faces des ménisques les valeurs ſuivantes :

$$f = \frac{81}{713(\lambda+1)+75} \cdot \frac{ac}{a+c} \text{ \& } g = \frac{1}{23(\lambda+1)} \cdot \frac{ac}{a+c}$$

& ces deux ménisques doivent être joints en ſorte, que leurs faces convexes ſoient tournées en dehors ; mais, pour obtenir un effet auſſi ſenſible qu'avec les précédens, ces rayons deviennent plus petits, & partant leur ouverture trop petite en empêcheroit l'uſage.

L. Dans le deſſein donc, que je me ſuis propoſé ici, les objectifs compoſés de deux ménisques renverſés méritent la préférence, & il ſemble que leur uſage ſe pourra bien exécuter dans une chambre obſcure : où une petite ouverture du verre peut être ſuffiſante pour repréſenter les objets expoſés aſſez clairement, ſurtout lorsqu'ils ſont éclairés par le Soleil. Quand la chambre obſcure eſt aſſez ſpacieuſe, qu'on y puiſſe recevoir les images à une plus grande diſtance qu'à 100 pouces, on pourra donner aux rayons f & g des ménisques de plus grandes valeurs, pourvu qu'on obſerve bien la juſte proportion entr'eux, de ſorte qu'il ſoit $f : g = 553$ à 200. Or, pour que la différence dans le lieu des images devienne plus que deux fois plus ſenſible, qu'en ſe ſervant des verres ordinaires, il faut que $\frac{f}{g}$ ſoit plus petit que 2, 92, mais pourtant plus grand que 2, 61. Mais, plus la valeur de $\frac{f}{g}$ approche de la derniere limite 2, 61, plus les rayons f & g doivent être pris petits, afinque les images ne tombent pas trop loin.

LI. Ayant bien réüſſi dans la conſtruction d'un tel verre compoſé, & préparé une chambre obſcure aſſez profonde pour contenir les images, cet inſtrument ſera fort propre à décider cette importante queſtion ; ſi les rayons des corps opaques colorés ſouffrent la même réfraction que les rayons du Soleil de même couleur ? ou s'il ſe trouve parmi les couleurs une telle reſſemblance, comme dans les ſons : de ſorte qu'il y en ait, par exemple, pluſieurs rouges, qui différent entr'elles par octaves ? car alors ces différentes couleurs rouges devroient ſouffrir de différentes réfractions. On pourroit pour cet effet faire teindre de toutes ſortes de couleurs des feuïlles de papier, & mettre ſur chacune quelque écriture noire, pour être en état de reconnoitre dans la chambre obſcure le vray lieu des images, qui ſera là, où ces écritures ſe préſentent le plus diſtinctement. Il faudroit donc ſucceſſivement expoſer toutes ces feuïlles colorées devant la chambre obſcure, & à une diſtance fixée, ſur l'axe du verre ; & il ſera aiſé d'obſerver pour chacune exactement le lieu de l'image, où elle paroitra le plus diſtinctement préſentée ſur une ſurface blanche. La différence qu'on remarquera entre les diſtances des images du verre, nous découvrira d'abord la différence qui ſe trouve dans la réfraction de toutes les couleurs différentes, en ſuivant la régle que j'ai expoſée cy-deſſus.



SUR

SUR L'ACTION DES SCIES,

PAR M. EULER.

I.

Je ne m'arrêterai pas ici aux ſcies, qui ſont manoeuvrées par des hommes, leſquels en les appliquant plus ou moins fortement au bois, en peuvent modérer l'effet à leur volonté : cette action étant presqu'entierement arbitraire, n'eſt gueres ſuſceptible d'une détermination geométrique. Ce ſeront donc les ſcies miſes en mouvement par quelque machine, qui fourniront le ſujet de mes recherches, dans ce Mémoire : & partant je ſuppoſe d'abord que la ſcie ABCD Fig. 1. ſe meut conſtamment ſur la même ligne verticale EF, en montant & deſcendant alternativement, par le moyen d'un chaſſis, auquel elle eſt attachée : l'arbre, qui doit être ſcié, tiendra donc une ſituation horizontale, & ſera rapproché à chaque coup de la ſcie, à meſure qu'elle y pénétre, comme cela ſe pratique ordinairement. Le mouvement de la ſcie ſera donc alternatif, & chaque coup ſera compoſé d'une deſcente & d'une montée : or ce n'eſt que dans la deſcente que la ſcie agit ſur le bois en y pénétrant avec ſes dents, de ſorte qu'elle monte toujours librement, ſans faire des efforts ſur le bois ; & pendant ce tems l'arbre ſe rapproche de nouveau de la ſcie, pour en recevoir de nouvelles impreſſions dans le coup ſuivant. Il en eſt de même lorsque pluſieurs ſcies agiſſent à la fois ſur l'arbre, & il ſuffira de ramener l'action d'une ſeule au calcul mécanique.

II. Pour connoitre la maniere d'agir d'une ſcie, commençons par la conſidération d'une ſeule dent, dont l'action conſiſte en traçant ſur le bois une rénure juſqu'à une certaine profondeur, & en y arrachant

rachant les fibres du bois. La réſiſtance que cette action d'une dent rencontre, dépend donc 1°. de la dureté du bois, 2°. de la largeur de la dent, & 3°. de la profondeur à laquelle elle pénétre dans le bois. Pour ce troiſième article on voit que la profondeur ne ſauroit être, ni trop grande, ni trop petite; car, ſi elle étoit trop petite, la dent ne couperoit rien du bois, & ſi elle étoit trop grande, la dent romproit plutôt que de paſſer par le bois: & partant cette profondeur doit être réglée tant ſur la dureté du bois, que ſur la force des dents. Cependant, lorſque la dent eſt capable d'agir ſur le bois, la réſiſtance croît évidemment dans une proportion plus grande que celle de la profondeur, à laquelle la dent pénétre dans le bois, & la réſiſtance ſera plus que double, lorſque la dent ſera enfoncée à une profondeur double: ainſi poſant la profondeur, à laquelle la dent pénétre dans le bois, $= \alpha$, & la réſiſtance qu'elle rencontre $= \varrho$, la force ϱ croîtra dans une plus grande raiſon que α, & ſera peut être proportionnelle au quarré de α.

III. Afin que toutes les dents de la ſcie agiſſent également ſur le bois, il faut que chacune pénétre à la même profondeur: d'où l'on voit que les dents ne ſauroient être diſpoſées ſur une ligne droite parallele à AC: puiſqu'alors ce ne ſeroit que la premiere dent B, qui agiroit ſur le bois, & toutes les ſuivantes ne feroient que paſſer librement par la trace de la premiere. Il faut donc que les dents ſoient diſpoſées ſur une ligne BD inclinée à AC, en ſorte que la diſtance d'enhaut CD ſoit plus grande que celle d'enbas AB, puiſque alors chaque dent avancera plus dans le bois, pendant que la ſcie deſcend. Donc, pour que toutes les dents travaillent également ſur le bois, ou que chacune y pénétre à la même profondeur $= \alpha$, ſi la diſtance AB de la premiere dent B à la droite verticale AC, eſt poſée $= k$, la diſtance de la ſeconde doit être $= k + \alpha$, celle de la troiſième $= k + 2\alpha$, de la quatrième $= k + 3\alpha$, & ainſi de ſuite. Ainſi, ſi le nombre de toutes les dents ſur la ſcie BD eſt $= n$, la diſtance de la plus haute D, ou derriere CD, doit être $= k + (n-1)\alpha$.

IV.

IV. Poſant donc la longueur de la ſcie $AC = f$, le nombre des dents $= n$, & la profondeur à laquelle pénétre chacune $= \alpha$, la largeur de la ſcie en bas étant $AB = k$, la largeur d'enhaut ſera $CD = k + (n-1)\alpha$. Donc la ligne BD ſera convergente avec la verticale AC, & étant prolongée en bas, jusqu'à la concurrence, y feroit un angle dont la tangente ſeroit $= \frac{(n-1)\alpha}{f}$. Cet angle qui marque l'obliquité de la ſcie, étant de la derniere importance dans l'action de la ſcie, je le nommerai $= \zeta$, de ſorte que nous ayons $\text{tang}\,\zeta = \frac{(n-1)\alpha}{f}$. Donc, ſachant la longueur de la ſcie $AC = f$, & le nombre des dents $s = n$, la profondeur à laquelle pénétre chaque dent dans le bois ſera $\alpha = \frac{f\,\text{tang}\,\zeta}{n-1}$, & à chaque coup de ſcie, ſuppoſé que toutes les dents paſſent par le bois, il en ſera ſcié à la profondeur $n\alpha = \frac{nf\,\text{tang}\,\zeta}{n-1}$: & puisque le nombre des dents eſt ordinairement aſſez grand pour qu'on puiſſe mettre l'unité pour la fraction $\frac{n}{n-1}$, cette profondeur ſera aſſez exactement $= f\,\text{tang}\,\zeta$; laquelle ſera donc l'effet de chaque coup de la ſcie.

V. Puisque chaque dent, en agiſſant ſur le bois, y rencontre une réſiſtance $= \rho$, ſi le nombre des dents qui travaillent à la fois ſur le bois eſt $= \nu$, la réſiſtance ſera $= \nu\rho$. Or, ſuppoſant que la partie de la ſcie $PQ = z$ agiſſe ſur le bois, puisque la longueur entiere f contient n dents, la partie z en contiendra $\frac{nz}{f}$, & partant la réſiſtance ſera $= \frac{nz\rho}{f}$: avec laquelle la ſcie pénétrera dans le bois à la profondeur $\nu\alpha = \frac{nz\alpha}{f} = z\,\text{tang}\,\zeta$, à cauſe de $n\alpha = f\,\text{tang}\,\zeta$. Donc,

ſi nous poſons la réſiſtance de la ſcie entiere $= R$, qu'elle éprouveroit, ſi toutes les dents étoient à la fois en action. S'il n'y en a qu'une partie $PQ = z$, qui eſt en action, la réſiſtance ſera $= \frac{z}{f} R$. Or, puisque $R = n\varrho = \frac{f\varrho \operatorname{tang} \zeta}{a}$, cette réſiſtance ſera $= \frac{z\varrho \operatorname{tang} \zeta}{a}$. Je poſerai de plus la profondeur $f \operatorname{tang} \zeta$, à laquelle la ſcie pénétre à chaque coup $= c$, pour abréger le calcul, de ſorte que $f \operatorname{tang} \zeta = c$, ou $\operatorname{tang} \zeta = \frac{c}{f}$. Donc, lorsque une partie de la ſcie $PQ = z$ eſt appliquée au bois, la pénétration aura la profondeur $= \frac{cz}{f}$, & la réſiſtance $= \frac{\varrho}{a} \cdot \frac{cz}{f} = \frac{c\varrho}{a} \cdot \frac{z}{f}$, ou $\frac{c\varrho}{a}$ marque une force, qui dépend de la conſtitution de la ſcie, & peut être regardée comme connue.

VI. Après ces réflexions générales ſur l'action d'une ſcie, je m'en vai conſidérer la manœuvre ſuivante. La ſcie étant chargée d'un poids ſuffiſant, deſcend par ſa peſanteur naturelle, ſans qu'aucune autre force la pouſſe en bas ; c'eſt donc tant par l'impulſion que par la gravité, qu'elle agit ſur le bois, & pour que la premiere action commence d'abord avec un certain degré de viteſſe, on fait en ſorte, que la ſcie tombe au commencement librement par une certaine hauteur, avant que ſes dents atteignent le bois : ce n'eſt donc qu'après cette premiere chûte que l'action de la ſcie ſur le bois commence. Or alors il faut diſtinguer trois tems ; le premier depuis l'entrée de la dent B dans le bois jusqu'à ſa ſortie, ſuppoſé que la longueur de la ſcie ſurpaſſe l'épaiſſeur de l'arbre. Le ſecond tems dure depuis la ſortie de la dent B, jusqu'à ce que la derniere dent D entre dans le bois : & pendant ce tems l'arbre eſt ſcié par toute ſon épaiſſeur. Le troiſième tems enfin commence lorsque la derniere dent D entre dans le bois, & finit lors-

lorsqu'elle en ſort. Dans ces trois tems donc, toute la ſcie paſſe par l'arbre, & y fait une inciſion à la profondeur $c = f \operatorname{tang} \zeta$.

VII. Connoiſſant maintenant l'effet d'une deſcente entiere de la ſcie ſur le bois, voyons combien de tems la ſcie mettra à achever une telle deſcente. Pour cet effet on n'aura qu'à calculer la durée de chacun des trois tems marqués. Or, comme ces trois tems ſont précédés de la chûte libre de la ſcie, qui ſe fait, comme nous ſuppoſons, avant qu'elle attaque le bois, ſoit a la hauteur de cette chûte, & on ſait que le tems de cette chûte ſera exprimé par $2\sqrt{a}$. Ou bien, prenant g pour la hauteur, par laquelle un corps peſant tombe dans une ſeconde, cette chûte durera $\sqrt{\frac{a}{g}}$ ſecondes, & après cette chûte la ſcie frappera le bois avec une viteſſe due à la hauteur a : ou bien la premiere dent B agira avec cette viteſſe ſur le bois. Voilà donc déjà une partie du tems de la deſcente, qui eſt celle de la chûte libre, & qui dure $\sqrt{\frac{a}{g}}$ ſecondes.

VIII. Pour trouver maintenant la durée du premier tems de l'action de la ſcie ; ſoit l'épaiſſeur de l'arbre $MN = GH = b$: & qu'après un tems t la premiere dent B ſe ſoit enfoncée depuis G juſqu'à B par l'eſpace $GB = z$: & ſoit la viteſſe de la ſcie en cet inſtant duë à la hauteur $= v$. Soit de plus le poids entier de la ſcie $= P$, qui marque en même tems ſon inertie : & la réſiſtance que la ſcie rencontre dans cet état, ſera $= \frac{z\varrho \operatorname{tang} \zeta}{\alpha} = \frac{c\varrho}{\alpha} \cdot \frac{z}{f}$. Poſons le coëfficient conſtant $\frac{\varrho}{\alpha} \operatorname{tang} \zeta = N$, pour avoir la réſiſtance $= Nz$; & les principes de Mécanique nous fourniront l'équation ſuivante : Fig. 2.

$$P\,dv = (P - Nz)\,dz \quad \text{ou} \quad dv = dz\left(1 - \frac{Nz}{P}\right)$$

dont

dont l'intégrale, à cauſe de $v = a$, lorsque $z = 0$, ſera

$$v = a + z - \frac{N z z}{2P}.$$

Donc, au bout du premier tems, lorsque la dent B ſera parvenue juſqu'à H où $z = b$, la viteſſe de la ſcie ſera duë à la hauteur $= a + b - \frac{N b b}{2P}$.

IX. Soit encore pour abréger $\frac{P}{N} = e$, ou bien $e = \frac{a P}{\varrho \operatorname{tang} \zeta}$: & nous aurons $v = a + z - \frac{z z}{2e} = \frac{2ae + 2ez - zz}{2e}$: de là nous trouverons l'élément du tems $dt = \frac{dz \sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae + 2ez - zz)}}$, dont l'intégration dépend du cercle. Or, puisque $t = 0$, lorsque $z = 0$, on trouvera

$$t = \sqrt{2e}\left(\text{A ſin. } \frac{z - e}{\sqrt{(2ae + ee)}} + \text{A ſin } \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)$$

ou bien

$$t = \left(\text{A ſin. } \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}} - \text{A ſin. } \frac{e - z}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)\sqrt{2e}.$$

Donc la durée de ce premier tems de l'action de la ſcie, poſant $z = b$, ſera

$$= \left(\text{A ſin. } \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}} - \text{A ſin } \frac{e - b}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)\sqrt{\frac{e}{2g}} \text{ ſecondes.}$$

ou bien

$$= \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{2g}}. \text{ A ſin } \frac{e\sqrt{(2ae + 2be - bb)} - (e - b)\sqrt{2ae}}{2ae + ee} \text{ ſecondes.}$$

X.

X. Au bout de ce premier tems, la premiere dent ſera parvenüe jusqu'en H avec une viteſſe duë à la hauteur $= a - b - \frac{bb}{2e}$. Qu'elle ſoit donc deſcendue outre par l'eſpace HB $= z$ dans le tems $= t$, & que la viteſſe de la ſcie ſoit dans cet inſtant duë à la hauteur $= v$. Puisque toute l'épaiſſeur de l'arbre eſt attaquée par la ſcie, la réſiſtance ſera $= Nb$, & nous aurons cette équation :

$$dv = dz\left(1 - \frac{Nb}{P}\right) = dz\left(1 - \frac{b}{e}\right) \text{ à cauſe de } \frac{P}{N} = e;$$

d'où nous tirons par l'intégration :

$$v = a + b - \frac{bb}{2e} + \left(1 - \frac{b}{e}\right) z.$$

Or, à cauſe de la longueur de la ſcie BD $= f$, nous aurons DH $= f - z$, & DG $= f - b - z$, quantité, qui évanouit au bout du ſecond tems : ce qui arrivera lorsque $z = f - b$. Donc au bout de ce tems la viteſſe de la ſcie ſera duë à la hauteur

$$= a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right).$$

XI. Pour la durée de ce ſecond tems, nous n'avons qu'à intégrer cette formule :

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{v}} = \frac{dz\sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae + 2be - bb + 2(e-b)z)}}$$

dont l'intégrale ſera

$$t = \frac{\sqrt{2e}}{e-b}\left(\sqrt{(2ae - 2be - bb + 2(e-b)z)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)}\right)$$

Poſant donc $z = f - b$, la durée de ce ſecond tems ſera :

$$\frac{\sqrt{2e}}{2(e-b)\sqrt{g}}\left(\sqrt{(2ae + bb + 2(e-b)f)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)}\right) \text{ ſecondes.}$$

S'il étoit $e = b$, on auroit $t = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{(2a+b)}}$, & la durée du ſecond tems ſeroit de $\frac{f-b}{\sqrt{2g(2a+b)}}$ ſecondes.

XII. Le troiſième tems a donc commencé, lorsque la derniere dent A entre dans le bois en G avec une viteſſe duë à la hauteur $a + \frac{bb}{2e} + f\left(1-\frac{b}{e}\right)$. Suppoſons que depuis ce moment la dent D ſoit deſcendue par l'eſpace $GD = z$ pendant le tems t, & que ſa viteſſe ſoit alors duë à la hauteur $= v$. Puisque la ſcie n'eſt alors appliquée qu'à l'eſpace $DH = b - z$, la réſiſtance ſera $= N(b-z) = \frac{P(b-z)}{e}$ & partant nous aurons cette formule différentielle

$$dv = dz\left(1 - \frac{(b-z)}{e}\right) = \frac{dz(e-b+z)}{e}$$

dont l'intégrale ſera :

$$v = a + \frac{bb}{2e} + f\left(1-\frac{b}{e}\right) + \left(1-\frac{b}{e}\right)z + \frac{zz}{2e}$$

Et comme le troiſième tems finit lorsque $z = b$, la viteſſe de la ſcie au bout de ce tems ſera duë à la hauteur $= a + b + f\left(1-\frac{b}{e}\right)$.

XIII. Pour la durée on aura

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{v}} = \frac{dz\sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae+bb+2f(e-b)+2(e-b)z+zz)}}$$

dont l'intégrale dépendant des logarithmes ſera

$$t = \sqrt{2e}.\, l\, \frac{z+e-b+\sqrt{(2ae+bb+2f(e-b)+2(e-b)z+zz)}}{e-b+\sqrt{(2ae+bb+2f(e-b)}}$$

Et

Et partant la durée du troiſième & dernier tems ſera

de $\frac{V e}{V 2g}\ l\ \frac{e+V(2ae+2be+2f(e-b))}{e-b+V(2ae+bb+2f(e-b)}$ ſecondes.

Voilà donc la durée de chacun de nos trois tems exprimée en ſecondes, d'où l'on tirera aiſément le tems entier, que chaque deſcente de la ſcie dure : pendant lequel l'arbre eſt ſcié à la profondeur $e = f$ tang ζ.

XIV. La ſomme de tous ces tems, ou le tems d'une deſcente entiere de la ſcie, ſera donc exprimée en minutes ſecondes par la formule ſuivante :

$$V\frac{a}{g} + V\frac{e}{2g}.\left(\text{A ſin}\frac{e}{V(2ae+ee)} - \text{A ſin.}\ \frac{e-b}{V(2ae+ee)}\right)$$
$$+ V\frac{e}{2g}.\ \frac{V(2ae+bb+2f(e-b)] - V(2ae+2be-bb)}{e-b}$$
$$+ V\frac{e}{2g}.\ l\ \frac{e+V(2ae+2be+2f(e-b)]}{e-b+V(2ae+bb+2f(e-b)]}$$

Or pour la quantité $e = \frac{\alpha P}{\varrho \text{ tang } \zeta}$; à cauſe de tang $\zeta = \frac{c}{f}$, nous aurons $e = \frac{\alpha f P}{\varrho c}$; mais cette quantité ſe connoîtra plus commodément par la réſiſtance que la ſcie rencontre, étant engagée par toute ſa longueur f dans le bois : ſuppoſons que cette réſiſtance ſoit $= R$, & ayant $R = Nf = \frac{Pf}{e}$, nous en tirerons $e = \frac{P}{R} f$: donc il y aura $R = \frac{c}{\alpha} \varrho$, où ϱ marque la réſiſtance d'une dent qui a pénétré dans le bois à la profondeur $= \alpha$.

XV. Mais il ne faut pas oublier ici une circonſtance bien eſſentielle, qui eſt que toutes ces formules ayent des valeurs réelles, ce qui ne manquera pas d'arriver, pourvu que la viteſſe de la ſcie à chaque inſtant ſoit réelle, ou bien la hauteur due à la viteſſe toujours poſitive. D'abord donc il faut qu'il ſoit $a + b > \frac{bb}{2e}$, & en ſecond lieu $a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) > 0$, & en troiſième lieu $a+b+f\left(1-\frac{b}{e}\right) > 0$: où il eſt clair, que toutes ces conditions ont lieu, lorsque $b < e$; mais, lorsque $b > e$, il ne ſuffit pas que ces trois égalités ſubſiſtent, il faut outre cela que la valeur générale de v pour le troiſième tems qui eſt $v = a + \frac{bb}{2e} - f\left(\frac{b}{e} - 1\right) - z\left(\frac{b}{e} - 1\right) + \frac{zz}{2e}$, demeure poſitive, quelque valeur moyenne entre 0 eſt b qu'on donne à z, puiſque des valeurs moyennes rendent v plus petit, que ou $z = 0$ ou $z = b$; or la plus petite valeur réſulte en poſant $z = b - e$, & alors il devient $v = a + b - \frac{1}{2}e - f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$. Il faut donc qu'il ſoit $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$: & cette condition étant remplie, les deux dernieres le feront auſſi.

XVI. On aura donc deux cas à conſidérer, l'un ou $b < e$, & l'autre ou $b > e$; dans le premier cas la viteſſe de la ſcie eſt toujours réelle, quand même la hauteur de la chûte libre évanouiroit. Or, pour que le ſecond cas devienne poſſible, il faut que ces deux conditions ayent lieu.

I. $a + b > \frac{bb}{2e}$ & II. $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$

La premiere condition a toujours lieu, pourvu que b ne ſoit pas plus grand que $2e$, quelque petite que ſoit la hauteur a: mais lorsque

$b > 2e$, il faut qu'il ſoit $a > \frac{b(b-2e)}{2e}$. Pour l'autre condition, ſoit $b = e + k$, & on aura :

$a + \frac{1}{2}e + k > \frac{fk}{e}$; or f étant par hypotheſe plus grand que b, ſi nous poſons $f = e + k + i$, il faut qu'il ſoit $a + \frac{1}{2}e > \frac{k(k+i)}{e}$. A moins que ces deux conditions n'ayent lieu, la ſcie ne paſſera pas entierement par le bois, mais ſera arrêtée quelque part dans ſa deſcente ; ce qui peut arriver, ou lorſque l'arbre eſt trop épais, ou lorſque la ſcie eſt trop longue.

XVII. Conſidérons le cas où $b = e$, qui aura lieu lorſque le poids de la ſcie P eſt rendu tel, que $P = \frac{b}{f}R$: & alors le tems de toute la deſcente de la ſcie ſera exprimé en ſorte en ſecondes :

$$\sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot \text{Aſin}\sqrt{\frac{b}{2a+b}} + \frac{f-b}{\sqrt{2g(2a+b)}} + \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot l\frac{\sqrt{b}+\sqrt{(2a+2b)}}{\sqrt{(2a+b)}}$$

& cette expreſſion ſera toujours réelle, quelques valeurs que puiſſent avoir les quantités a, b, & f. Et ſi la hauteur de la premiere chûte a évanouiſſoit, le tems de la deſcente de la ſcie deviendroit

$$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{b}{2g}} + \frac{f-b}{\sqrt{2gb}} + \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot l(1+\sqrt{2}) \text{ ſecondes.}$$

Puiſque R marque la réſiſtance que la ſcie rencontreroit, ſi elle étoit engagée par toute ſa longueur, l'expreſſion $\frac{b}{f}R$ marquera la réſiſtance que la ſcie rencontre actuellement pendant le ſecond tems, où elle travaille ſur toute l'épaiſſeur du bois, qui eſt $= b$: c'eſt donc la plus grande réſiſtance que la ſcie rencontre en ſciant l'arbre, & ce cas porte que le poids de la ſcie ſoit préciſément égal à cette plus grande réſiſtance.

XVIII. En général donc, puisque $P = \frac{e}{f} R$, le poids de la ſcie P eſt ſuppoſé égal à la réſiſtance de la ſcie, ſi une partie de la longueur $= e$ étoit engagée dans le bois. Donc, ſi e eſt plus grand que b, le poids de la ſcie eſt plus grand, que la plus grande réſiſtance de la ſcie, en ſciant l'arbre de l'épaiſſeur $= b$. Dans ce cas donc la ſcie eſt toujours capable de vaincre la réſiſtance, & elle deſcendra même d'un mouvement accéléré, quand même la hauteur de la chute a évanouïroit. Mais, lorsque e eſt moindre que b, la réſiſtance en ſciant le bois ſurpaſſera le poids de la ſcie : & partant le mouvement ſera retardé pendant le ſecond tems, où l'arbre eſt ſcié par toute ſon épaiſſeur : & comme nous avons vu, ce cas ne ſauroit réüſſir, à moins que ces deux conditions n'ayent lieu :

$$a + b > \frac{bb}{2e} \text{ \& } a + b > \tfrac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right) \text{ ou } f < \frac{e(a + b - \frac{1}{2}e)}{b - e}$$

XIX. Puisque dans ce cas $e < b$, à moins qu'il ne ſoit $e < \frac{1}{2}b$, on pourra ſe paſſer de la chûte initielle, ou poſer la hauteur $a = 0$ pourvu que la ſcie ne ſoit pas trop longue; ou bien il faut que la longueur de la ſcie ſoit moindre que $\frac{b - \frac{1}{2}e}{b - e} e$. Donc, puisque $e > \frac{1}{2}b$, ou $b < 2e$, nous aurons pour les différentes valeurs de e les limites ſuivans de la longueur de la ſcie f,

$e = \frac{1}{2}b ; \frac{2}{3}b ; \frac{3}{4}b ; \frac{4}{5}b ; \frac{5}{6}b ; \frac{6}{7}b ; \frac{7}{8}b ; \frac{8}{9}b ; \ldots \quad b$

$f < \frac{3}{4}b ; \frac{4}{3}b ; \frac{15}{16}b ; \frac{12}{5}b ; \frac{35}{12}b ; \frac{24}{7}b ; \frac{63}{20}b ; \frac{40}{9}b ; \ldots \infty b$

Donc, puisque la longueur de la ſcie f ſurpaſſe néceſſairement l'épaiſſeur de l'arbre b par hypotheſe, le cas $e = \frac{1}{2}b$, & $a = 0$ ne ſauroit avoir lieu, & il faut qu'il ſoit $e > \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, ou à peu près $e > \frac{7}{12} b$: car ſi $e = \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$ on trouvera $f < b$: & ſi $e = b[n + 1 - \sqrt{(nn + 1)}]$

on

on obtient $f < n\,b$. Donc, ſi l'on veut qu'il fût $f = n\,b$, il faut qu'il ſoit $e > b\,[n+1-\sqrt{(nn+1)}]$ & partant pour qu'il ſoit $f = 2\,b$, il doit être $e > (3-\sqrt{5})b$ ou $e > \frac{1}{11}\frac{3}{7}\,b$; & lorsque cette condition n'a pas lieu, il faut abſolument, que l'opération de la ſcie commence par une chûte libre de la hauteur $a > \frac{1}{2}e + \frac{2\,b\,b}{e} - 3\,b$, poſant $f = 2\,b$. Ainſi, s'il étoit $e = \frac{3}{5}\,b$, il devroit être $a > \frac{1}{5}\,b$.

XX. Après ces recherches ſur l'action de la ſcie, & le tems qu'elle employe à achever une deſcente, conſidérons la hauteur entiere, par laquelle la ſcie eſt deſcendue, qui eſt $= a + b + f$: c'eſt donc ſur cette hauteur, qu'il faut régler le chaſſis, dans lequel la ſcie eſt enchaſſée : & pendant cette deſcente l'arbre eſt ſcié à la profondeur $= c = f \operatorname{tang} \zeta$, de laquelle dépend la réſiſtance $R = \frac{c\varrho}{\alpha}$, où ϱ marque la réſiſtance d'une ſeule dent de la ſcie, ſuppoſé qu'elle pénétre à la profondeur $= \alpha$. D'où l'on voit que, plus la quantité c ſera grande, & plus auſſi ſera grande la réſiſtance R ; dont il faut ſavoir le rapport au poids de la ſcie P, ſelon les circonſtances que je viens de remarquer. Or après cette deſcente il faut remonter la ſcie par la même hauteur $a + b + f$, à quoi il faut employer des forces étrangeres, où il faut avoir égard à la quantité de ces forces, & au tems qu'elles y employent, qui étant ajouté à celui de la deſcente de la ſcie, doit être comparé avec l'effet que la ſcie produit ſur le bois pendant ſa deſcente.

XXI. Or, avant que de remonter la ſcie, il faut avoir égard à la viteſſe, qu'elle aura acquiſe en ſortant du bois, & nous avons vu que cette viteſſe eſt duë à la hauteur $a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$ ou $a + b - f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$: car ce mouvement doit être amorti avant qu'on puiſſe remonter la ſcie. Pour cet effet la ſcie doit rencontrer en ſortant du bois un obſtacle mol & élaſtique, ſur lequel rom-

tombant elle perde ſon mouvement, & qu'elle en ſoit relevée à quelque hauteur pour faciliter enſuite l'opération, par laquelle elle doit être remontée à ſa premiere hauteur. Or on voit que cette viteſſe eſt toujours aſſez conſidérable, lorsque $b < e$, puisqu'elle eſt alors plus grande que $V(a+b)$; mais, lorsque $b > e$, à cauſe de $a+b > \frac{1}{2}e+f\left(\frac{b}{e}-1\right)$, elle eſt plus grande que $V\frac{1}{2}e$: de ſorte que ce dernier cas aura l'avantage ſur le premier, que le mouvement deſcendant de la ſcie ſera plutôt anéanti.

Fig. 5. XXII. Suppoſons donc que la ſcie ayant paſſé par le bois tombe d'abord en E ſur un corps élaſtique ou ſur un levier à reſſort: au premier inſtant donc elle ne rencontrera aucune réſiſtance, mais à meſure qu'elle déprime ce corps, la réſiſtance croît en même raiſon. Que Q exprime la réſiſtance, que la ſcie rencontreroit, ſi elle s'etoit enfoncée dans ce corps juſqu'à la profondeur $EK = k$, & à toute autre dépreſſion $EV = z$, la réſiſtance ſera $= \frac{Qz}{k}$. Soit donc v la hauteur due à la viteſſe, que la ſcie aura en V, & puisqu'elle tombe par ſon poids $= P$, on aura

$$dv = dz\left(1-\frac{Qz}{Pk}\right), \text{ donc } v = a+b+f\left(1-\frac{b}{e}\right)+z-\frac{Qzz}{2Pk}:$$

de ſorte qu'elle perdra ſon mouvement s'étant enfoncée à la profondeur

$$EO = \frac{Pk}{Q}+V\left(\frac{PPkk}{QQ}+\frac{2Pk}{Q}\left(a+b+f\left(1-\frac{b}{e}\right)\right)\right)$$

XXIII. Or le tems de cet enfoncement ſera $=$

$$\frac{V2Pk}{VQ}\int \frac{dz}{V\left(\frac{2Pk}{Q}\left(a+b+f\left(1-\frac{b}{e}\right)\right)+\frac{2Pk}{Q}z-zz\right)}$$

donc

donc ce tems entier en ſecondes ſe trouvera par l'intégration

$$\frac{V P k}{V 2 Q g}\left(\frac{\pi}{2} + A \sin V\frac{1}{\left(1 + \frac{2Q}{Pk}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)\right)}\right.$$

D'où l'on voit que ce tems ſera d'autant plus long, plus la quantité Q, ou la force élaſtique du levier, ſera petite. Il conviendra donc de donnes à ce levier un auſſi grand reſſort qu'il ſera poſſible, de maniere pourtant que le choc n'en devienne pas trop rude: & il n'y aura point de danger de faire en ſorte que $\frac{2Q}{k}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)$ devienne incomparablement plus grand que P; & dans ce cas le tems trouvé ſera de $\frac{\pi}{2} V\frac{Pk}{2Qg}$ ſecondes: & partant, puisque g eſt ordinairement plus grand que $a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$, ce tems pourra être fort au deſſous d'une ſeconde; de ſorte que nous le pourrons négliger entierement dans le calcul.

XXIV. Le mouvement de la ſcie ſera donc tout à fait anéanti, lorsqu'elle ſera deſcenduë outre l'eſpace $a + b + f$ par l'eſpace EO, qui ſera fort à peu près $= V\frac{2Pk}{Q}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)$, ſi $\frac{2Q}{Pk}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)$ eſt, comme nous ſuppoſons, un nombre très grand. Or alors cet eſpace EO ſera ſi petit, que nous le pourrons négliger ſans faute dans l'action deſtinée pour remonter la ſcie. Car, quoique la ſcie doive être remontée par la hauteur $= a + b + f +$ EO, le même reſſort du levier aidera cette opération, de ſorte que ſi nous regardons aux forces étrangeres, qui y ſont néceſſaires, ce ſera à peu près la même choſe, que ſi la ſcie ne devoit être élevée que par la hauteur $= a + b + f$.

XXV. Suppoſons donc qu'on veuille employer pour remonter la ſcie, la force de m hommes, dont chacun travaille avec une viteſſe dont il parcoure un eſpace $= s$ par ſeconde : & que la force de chacun vaille un poids $=$ S. Donc la force de tous les m hommes étant $= m$ S, pour qu'elle ſoit en équilibre avec le poids de la ſcie P, la machine, à laquelle les hommes travaillent, doit être tellement appliquée à la ſcie, que la ſcie ſoit élevée à la hauteur $= \frac{mSs}{P}$ par ſeconde. Par conſéquent, pour lever la ſcie à la hauteur $= a + b + f$, il faut que les m hommes travaillent pendant le tems de $\frac{P(a+b+f)}{mSs}$ ſecondes. Or pendant ce tems il faut non ſeulement remonter la ſcie, mais il faut auſſi vaincre le frottement, qui pourra ſe trouver dans le mouvement de la ſcie ; & ſurtout il faut auſſi avancer l'arbre horizontalement par l'eſpace $= e$, afin que la ſcie y ait priſe dans la deſcente ſuivante. Il faudroit donc que chaque homme apportât un peu plus de force, que nous n'avons ſuppoſé, pour produire ce plus grand effet.

XXVI. On voit bien qu'il ſeroit inutile, ſi nous voulions tenir compte plus exactement de la force, qui eſt requiſe pour avancer l'arbre, pendant chaque montée de la ſcie, puisque d'un côté cette force dépend du poids de l'arbre & de la manœuvre dont on ſe ſert pour ce deſſein : & d'un autre côté la force des hommes, qui doit produire cet effet, n'eſt pas tellement déterminée, qu'elle ne ſouffre une latitude aſſez conſidérable, tant par rapport à l'effort S même qu'à la viteſſe s dont ils agiſſent. A' cauſe de ce défaut de détermination le plus ſeur moyen ſera donc de donner aux quantités S & s des valeurs un peu plus petites, que les hommes n'en exercent ordinairement ; afin que la partie négligée ſoit ſuffiſante, tant pour vaincre le frottement, que pour avancer l'arbre autant qu'il faut à chaque coup de la ſcie.

XXVII. Le tems de chaque coup de la ſcie ſera donc compoſé du tems de la deſcente de la ſcie, & de celui de la montée ; & partant po-

poſant ce tems $=$ T ſecondes, nous aurons en combinant ce qui vient d'être trouvé :

$$T = V\frac{a}{g} + V\frac{e}{2g}\cdot\left(\text{Aſin}\frac{e}{V(2ae+ee)} - \text{Aſin}\frac{e-b}{V(2ae+ee)}\right)$$
$$+ V\frac{e}{2g}\cdot\frac{V[2ae+bb+2f(e-b)]-V(2ae+2be-bb)}{e-b}$$
$$+ V\frac{e}{2g}\cdot l\frac{e+V[2ae+2be+2f(e-b)]}{e-b+V[2ae+bb+2f(e-b)]}$$
$$+ \frac{P(a+b+f)}{mSs}\text{ ſecondes.}$$

Donc, puiſque dans chaque T l'arbre eſt ſcié à la profondeur $= c = f$ tang ζ : pendant un tems donné Θ, l'arbre ſera ſcié à la profondeur $= \frac{\Theta}{T} f$ tang ζ : & ce ſera auſſi l'effet de la force de m hommes, qu'ils ſont capables de produire pendant le tems donné Θ.

XXVIII. De là on voit que cet effet peut être très différent ſelon les diverſes déterminations des quantités a, e, f, & P, pendant que l'épaiſſeur de l'arbre b, l'obliquité de la ſcie ζ, & la force des hommes, demeurent les mêmes : de ſorte qu'il ſera poſſible de donner en chaque cas aux lettres a, e, f & P, de telles valeurs que l'effet $\frac{\Theta}{T} f$ tang ζ produit dans un tems donné Θ ſoit le plus grand. Or il faut remarquer que les quantités e & P dépendent tellement l'une de l'autre, que le poids entier de la ſcie P eſt ſuppoſé égal à la réſiſtance, que la ſcie éprouveroit, ſi une partie de la longueur $= e$ étoit engagée dans le bois : & enſuite la réſiſtance dépend tant de la dureté du bois, que de l'angle ζ, & il n'y a pas d'autre moyen que l'expérience, d'où l'on puiſſe déterminer cette quantité.

XXIX. On pourra d'abord demander quelle ſera la chûte libre, ou la hauteur a la plus avantageuſe, les autres quantités demeurant les mêmes, pour que l'effet de la ſcie $\frac{\Theta}{T} f \operatorname{tang} \zeta$ devienne le plus grand: on n'aura pour cet effet, qu'à différentier la formule T, en ne ſuppoſant que la quantité a variable, & poſer le différentiel $= o$. Or cette opération donnera:

$$\frac{dT}{da} V\frac{2g}{e} = \frac{V2ae}{2ae+ee} - \frac{V(2ae+2be-bb)}{(2a+e)(e-b)} + \frac{eV[2ae+bb+2f(e-b)]}{(e-b)[2ae+2be-ee+2f(e-b)]}$$

$$- \frac{ee}{[2ae+be-ee+2f(e-b)]V[2ae+2be+2f(e-b)]} + \frac{P}{mSs} V\frac{2g}{e}.$$

Mais le cas où $e = b$, qui a quelque choſe de ſingulier, donne:

$$\frac{dT}{da} V\frac{2g}{b} = \frac{V2ab}{2ab+bb} - \frac{b+f}{(2a+b)V(2ab+bb)} - \frac{b}{(2a+b)V(2ab+2bb)} + \frac{P}{mSs} V\frac{2g}{b}.$$

Or on voit bien, que ſi l'on vouloit de là déterminer la quantité a, on ſeroit obligé de s'engager en des calculs extrêmement embrouïllés.

XXX. Cependant il eſt évident, que ce différentiel évanouïroit, ſi l'on mettoit la hauteur a infinie: mais dans ce cas, quoique le tems de la deſcente deviendroit infiniment petit, celui de la montée $\frac{P(a+b+f)}{mSs}$ ſeroit ſans doute infini; & partant ce cas donneroit plutôt un *maximum*, qu'un *minimum*. D'où je conclus que, pour produire le plus grand effet, il faut rendre la hauteur a auſſi petite qu'il eſt poſſible: car, puiſque le tems de la montée ſurpaſſe ordinairement le tems de la deſcente, une plus grande hauteur a augmenteroit beaucoup plus le tems de la montée, qu'elle ne diminueroit celui de la deſcente. Or, ſuppoſant la hauteur a évanouïſſante, ou extrêmement petite, le tems d'un coup de la ſcie ſera:

T =

$$T = V\frac{e}{2g}\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \text{A fin}\,\frac{e-b}{e}\right) + V\frac{e}{2g}\cdot\frac{V[bb+2f(e-b)] - V(2be-bb)}{e-b}$$
$$+ V\frac{e}{2g}\cdot l\frac{e+V[2be+2f(e-b)]}{e-b+V[bb+2f(e-b)]} + \frac{P(b+f)}{mSs}$$

Et ſi outre cela $e = b$, ce tems ſera exprimé en ſorte :

$$T = V\frac{b}{2g}\cdot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{f-b}{b} + l(1+V2)\right) + \frac{P(b+f)}{mSs} \text{ ſecondes.}$$

XXXI. Pour mieux connoitre la nature de cette formule, faiſons en l'application à quelques cas. Soit donc

1. $a = 0$; $b = 1$; $e = 1$; $f = 3$ en pieds, en ſorte que $g = 15,625$ & nous aurons par la derniere formule le tems d'un coup de ſcie

$$T = \frac{\frac{1}{2}\pi + 2 + l(1+V2)}{V31,25} + \frac{4P}{mSs} = 0,79643 + \frac{4P}{mSs} \text{ ſecondes.}$$

Où il faut remarquer, que $l(1+V2)$ ſignifie le logarithme hyperbolique de $1+V2$, qui eſt $= 0,881373$. Ainſi dans ce cas le tems d'une deſcente de la ſcie ſera environ de $\frac{4}{5}$ ſecondes ; & le tems d'une montée de $\frac{4P}{mSs}$ ſecondes. Et partant, ſi Θ marque le tems d'une heure, ou de 3600 ſecondes, & que ζ ſoit l'obliquité de la ſcie, l'arbre ſera ſcié pendant une heure à la profondeur de

$$\frac{3600.\ 3\ \text{tang}\,\zeta}{0,79643 + \frac{4P}{mSs}} \text{ pieds.}$$

XXXII. Or, pour connoitre à peu près le poids P, ou la réſiſtance, que la ſcie rencontre étant engagée par la longueur d'un pied dans le bois, conſultons une expérience, par laqu'elle on a trouvé que trois hommes ſont capables de ſcier une piece de bois de chêne verd d'un pied d'epaiſſeur, ſur la longueur de 10 pieds. De là poſant

 $m =$

$m = 3, s = 2$ pieds, & S = 30 ℔, on aura $\frac{10800 \text{ tang } \zeta}{0,79643 + \frac{1}{144} P} = 10$, donc $1080 \text{ tang } \zeta = 0,79643 + \frac{1}{144} P$.

Or pour l'ordinaire une ſcie de la longueur de 3 pieds pénétre chaque coup dans le bois d'$\frac{1}{8}$ pouce, ou d'$\frac{1}{72}$ pieds, de ſorte que $\text{tang } \zeta = \frac{1}{72 \cdot 3} = \frac{1}{216}$, & $1080 \text{ tang } \zeta = 5$; d'où nous tirons $\frac{1}{144} P = 4,20357$, & partant la réſiſtance P = 189 ℔. Or, puiſque trois hommes en agiſſant de la maniere ordinaire ſont capables de vaincre la réſiſtance, il y a apparence, que le poids P ne ſauroit ſurpaſſer 90 ℔, & dans ce cas on trouvera l'obliquité de la ſcie $\text{tang } \zeta = \frac{1}{288}$.

XXXIII. Il ſemble donc que pour les ſcies à main on pourroit ſuppoſer l'obliquité $\text{tang } \zeta = \frac{1}{288}$, ou bien $\text{tang } \zeta = \frac{1}{400}$: or pour les ſcies manoeuvrées par une machine, on pourra bien mettre $\text{tang } \zeta = \frac{1}{200}$, & dans ce cas pour une épaiſſeur d'un pied de bois de chêne verd la réſiſtance P ſera à peu près de 200 ℔. Ainſi, ſi $e = 1$, on auroit P = 200 ℔, & ſi e eſt plus grand ou plus petit, la réſiſtance P ſuivra la même raiſon. Et partant poſant conſtamment $\text{tang } \zeta = \frac{1}{200}$, la ſcie péntérera dans le bois de chêne verd, ſur lequel a été faite l'expérience alléguée, pendant une heure à la profondeur de $\frac{18f}{T}$: En exprimant toujours e en pieds, la valeur de la formule $\frac{P}{mSs}$ ſera $\frac{10}{9} e$, lorſque trois hommes ſont employés à l'ouvrage, & pour le nombre d'hommes = m, cette valeur ſera = $\frac{10e}{3m}$.

XXXIV. Donc dans le cas de l'exemple précédent où $a = 0$; $b = e = 1$, & $f = 3$, le bois étant de chêne verd, le tems d'un coup de ſcie ſera = $0,79643 + \frac{40}{3m}$: & ces m hommes ſcieront l'arbre pendant

dant une heure ſur la longueur $= \frac{54}{0,79643 + \frac{40}{3m}} = \frac{405m}{100 + 6m}$ pieds

Donc, dans le cas de cet Exemple, pendant une heure

1 hommes ſciera ſur la longueur	=	3, 82 pieds
2 hommes ſcieront ſur la longueur	=	7, 23 pieds
3 hommes ſcieront ſur la longueur	=	10, 30 pieds
4 hommes ſcieront ſur la longueur	=	13, 06 pieds
5 hommes ſcieront ſur la longueur	=	15, 57 pieds

d'où l'on voit qu'en multipliant le nombre des hommes, l'effet croit ſelon une proportion moindre ; car, quand même on employeroit une infinité d'hommes, ils ne ſcieroient pendant 1 heure, que ſur $67\frac{1}{2}$ pieds.

XXXV. Retenons donc ces valeurs tang $\zeta = \frac{1}{200}$ & $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m}$, examinons auſſi d'autres cas : ſoit donc :

I. $a = 0$; $b = 1$; $e = 2$ & $f = 3$.

ou bien ſoit le poids de la ſcie deux fois plus grand qu'auparavant, le reſte demeurant le même. Dans ce cas le tems de la deſcente de la ſcie deviendra plus petit qu'auparavant, mais le tems de la montée ſera $= \frac{80}{3m}$ ſecondes. Cependant le tems de la deſcente ne pouvant pas devenir plus petit que $\sqrt{\frac{a+b+f}{g}}$ ſecondes, ce qui ſeroit le tems de la chûte libre, lorsque $e = \omega$; donc il eſt ſeur, que le tems de la deſcente ſera plus grand que $\sqrt{\frac{4}{g}}$ ou $\frac{1}{2}$ ſeconde. Donc, ſi nous ſuppoſons ce tems $= 0,6$ ſecondes, nous aurons

T =

$T = 0,6 + \frac{80}{3m}$ & pendant une heure l'arbre ſera ſcié ſur la longueur $= \frac{54}{0,6 + \frac{80}{3m}} = \frac{162m}{80 + 1,8m}$.

XXXVI. Ainſi, ſans nous donner la peine de calculer le véritable tems de la deſcente, qui ne ſauroit différer conſidérablement du précedent, nous pourrons comparer l'effet de cet exemple avec celui du précédent, & nous verrons que pendant une heure

1. homme ſciera ſur la longueur = 1, 98
2. hommes ſcieront ſur la longueur = 3, 87
3. hommes ſcieront ſur la longueur = 5, 69
4. hommes ſcieront ſur la longueur = 7, 43
5. hommes ſcieront ſur la longueur = 9, 10

Or une infinité d'hommes ſcieront ſur la longueur de 90 pieds. Donc, pour un petit nombre d'hommes la premiere machine ſera plus avantageuſe que celle-cy. Si l'on vouloit employer 66 hommes, l'une & l'autre ſeroit également avantageuſe, & celle-cy le ſeroit encore davantage, ſi l'on augmentoit le nombre d'hommes au delà de 66.

XXXVII. De là il eſt clair, que ſi l'on ne vouloit employer qu'un ou deux hommes pour monter la ſcie, l'arrangement du premier exemple ſeroit environ deux fois plus avantageux que celui du ſecond. Donc, ayant poſé dans le premier $e = 1$, & dans le ſecond $e = 2$, on pourra conclure, que l'avantage ſera encore plus grand, en donnant à e une valeur plus petite que 1. Or ſi la hauteur a doit évanouir puiſque $f > \frac{3}{4}\frac{5}{2} b$, il faut abſolument qu'on prenne $e > \frac{5}{8} b$, ou $e > \frac{5}{8}$ à cauſe de $b = 1$: & partant, tant qu'on veut ſuppoſer $a = 0$, le cas ne ſauroit être différent du premier exemple.

XXXVIII.

XXXVIII. Voyons donc s'il y aura à gagner quelque chose en admettant quelque chûte libre par une hauteur $= a$, pour pouvoir donner à e une valeur plus petite. Soit donc

III. $b = 1$, $f = 3$, comme auparavant : or $e = \frac{5}{2}$;

& il faut qu'il soit

tant $a + 1 > 1$ que $a + 4 > \frac{1}{4} + 6$ ou $a > 2\frac{1}{4}$.

Soit donc $a = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ pieds : & nous aurons par la formule de 27.

$$T = V\frac{5}{2g} + \left(2A \sin\frac{1}{V11} - V2 + V10 + l\frac{1+V2}{-1+V2}\right)V\frac{1}{4g} + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

or $l\frac{1+V2}{-1+V2} = 2l(1+V2) = 1{,}762746$ & $A \sin\frac{1}{V11} = 17°,32',54'' = 63174''$

ou en parties du rayon $A \sin\frac{1}{V11} = 0{,}306276$, donc

$$T = V\frac{5}{2g} + 4{,}123362\,V\frac{1}{4g} + \frac{65}{6m} = 0{,}92156 + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

XXXIX. Donc par cet arrangement m hommes scieront l'arbre pendant une heure sur la longueur $= \frac{324\,m}{65 + 5{,}52936\,m}$ pieds : ou en donnant quelque chose pour amortir le mouvement de la scie, sur la longueur de $\frac{324\,m}{65 + 6m}$ pieds. Et partant pendant une heure

1 homme	sciera sur la longueur	=	4,56 pieds
2 hommes	scieront sur la longueur	=	8,41 pieds
3 hommes	scieront sur la longueur	=	11,71 pieds
4 hommes	scieront sur la longueur	=	14,56 pieds
5 hommes	scieront sur la longueur	=	17,05 pieds.

Cet arrangement de la machine eſt donc plus avantageux que le premier, tandis que le nombre des hommes eſt médiocre, ou plus petit que 11. Car ſi le nombre des hommes ſurpaſſoit 12, le premier arrangement produiroit un plus grand effet.

XL. De là on voit auſſi, qu'il eſt toujours plus avantageux d'employer un auſſi petit nombre d'hommes qu'il eſt poſſible; car nous voyons par tous ces arrangemens, qu'en augmentant le nombre des hommes l'effet croit dans une moindre raiſon, & qu'un nombre double d'hommes ne produit pas un effet double. Donc, puiſqu'il eſt à propos d'employer auſſi peu d'hommes qu'il eſt poſſible, ce dernier arrangement l'emportera ſans doute ſur les deux précédens : or il ne paroit pas convenable de diminuer la valeur de e encore davantage, puiſque d'un côté la chûte libre a deviendroit trop grande, ce qui embarraſſeroit ; & que d'un autre côté il ſeroit à craindre, que la ſcie pourroit être arrêtée en chemin.

XLI. Il ſera encore important d'examiner s'il ne ſeroit pas plus avantageux de ſe ſervir d'une ſcie plus courte. Poſons donc

IV. $a = 0$; $b = 1$, $e = 1$ & $f = 2$

& à cauſe de $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m} = \frac{10}{3m}$ nous trouverons.

$$T = \left(\frac{\pi}{2} + 1 + l(1+\sqrt{2})\right)\sqrt{\frac{1}{29}} + \frac{10}{m} \text{ ſecondes} = 0,61754 + \frac{10}{m}$$

Donc pendant une heure m hommes ſcieront l'arbre ſur la longueur de $\frac{54m}{15+m}$ pieds. Donc pendant une heure

1 homme ſciera ſur la longueur	=	3, 37 pieds
2 hommes ſcieront ſur la longueur	=	6, 35 pieds
3 hommes ſcieront ſur la longueur	=	9, 00 pieds
4 hommes ſcieront ſur la longueur	=	11, 37 pieds
5 hommes ſcieront ſur la longueur	=	13, 50 pieds.

XLII.

XLII. On voit donc que la ſcie de trois pieds a produit un plus grand effet que celle de deux pieds ; d'où l'on peut conclure, qu'il ſera avantageux de faire la ſcie auſſi longue que les circonſtances le permettent. L'avantage en ſera auſſi d'autant plus conſidérable par cette raiſon, puisqu'à chaque coup il ſe fait néceſſairement quelque petit repos, d'où l'ouvrage ſera d'autant plus arrêté, plus on ſera obligé de faire de coups. En effet on trouve qu'en poſant $f = 4$ pieds, en laiſſant $a = 0$, $b = 1$, $c = 1$, un homme ſera capable de ſcier l'arbre pendant une heure ſur la longueur de 4 pieds ; or une longueur plus grande de la ſcie ne produira point un effet beaucoup plus conſidérable. De là il ſemble que pour l'ordinaire le plus avantageux arrangement ſera de poſer toujours $e = b$, $a = 0$, de donner à la ſcie une grande longueur, & d'employer auſſi peu d'hommes, qu'il ſera poſſible.

DÉMONSTRATION

DE LA RÉGLE DE DESCARTES, POUR CONNOITRE LE NOMBRE DES RACINES AFFIRMATIVES ET NÉGATIVES QUI PEUVENT SE TROUVER DANS LES ÉQUATIONS.

PAR MR. DE SEGNER.

Traduit du Latin.

La Régle dont il s'agit, eſt exprimée par *Descartes*, au troiſième Livre de ſa Géométrie, en ces termes : „ Il peut y avoir autant „ de racines vrayes dans une équation, qu'il s'y trouve de varia„ tions des ſignes + & — ; & autant de fauſſes, qu'on y trou„ ve de fois les deux ſignes +, ou les deux ſignes —, qui ſe ſui„ vent l'un l'autre.„

Je ne ferai point l'hiſtoire de cette Régle ; & je n'entrerai pas dans la recherche des moyens, par leſquels les Analyſtes ſe ſont efforcés de prouver ſa vérité, ou l'ont effectivement prouvée. J'ai ſimplement deſſein d'en donner la démonſtration, à laquelle j'ai été conduit, il n'y a pas longtems, en méditant ſur les Elémens de l'Algébre. Au reſte il eſt connu, qu'on appelle racines vrayes celles que nous nommons affirmatives, & fauſſes celles que nous déſignons d'une maniere plus convenable par le nom de négatives. Mais venons au fait.

Si une équation bien ordonnée ne manque d'aucun terme, ou au cas qu'il en manque, ſi l'on conçoit écrit à ſa place ∓ 0, il eſt manifeſte de ſoi-même, qu'il y aura autant de racines dans l'équation, qu'on pourra y faire de combinaiſons de ſignes, en compoſant chacun d'eux

d'eux avec celui qui le ſuit immédiatement. Ainſi, dans l'équation $+x^5 +3x^4 -5x^3 -4x^2 +12x -13 = 0$, il y a cinq racines, & ces ſucceſſions d'autant de ſignes : + +, + —, — —, — +, + —. Car cette équation a ſix termes.

Mais, en quelque ordre que ſe trouvent les ſignes d'une équation, ſi on la multiplie par une ſimple, qui contient une racine négative, de cette maniere,

$+x^5+3x^4 -5x^3 -4x^2 +12x -13 = 0$
$+x +2 \quad = 0$

$+x^6+3x^5$	$-5x^4-4x^3$	$+12x^2$	$-13x$	A
$+2x^5$	$+6x^4-10x^3$	$-8x^2$	$+24x-26$ . .	B
$+x^6+5x^5$	$+x^4-14x^3$	$+4x^2$	$+11x-26 = 0$	

il ſe produit en multipliant deux ſeries de ſignes, l'une en A, l'autre en B, tout à fait ſemblables, mais dont la ſeconde eſt plus avancée d'un lieu vers la droite ; par où il arrive que chaque ſigne de la ſerie B eſt le même que celui de la ſerie A, qui le précéde d'un lieu.

Mais, ſi l'on multiplie une équation quelconque par une équation ſimple, qui contient une racine affirmative,

$+x^5+3x^4 +5x^3 -4x^2 -12x +13 = 0$
$+x -2 \quad = 0$

$+x^6+3x^5$	$+5x^4-4x^3$	$-12x^2+13x$	. . . . .	A
$-2x^5$	$-6x^4-10x^3$	$+8x^2+24x$	-26 . . .	B
$+x^6+x^5$	$-x^4-14x^3$	$-4x^2+37x$	$-26 = 0$	

les ſignes de la ſeconde ſerie B, qui eſt produite par la multiplication, ſont oppoſés aux ſignes de la premiere ſerie A, de façon que, ſi l'on

prend un ſigne quelconque de la ſerie B, il ſe trouvera contraire au ſigne de la ſerie A, qui le précéde d'un lieu.

A préſent on tire les ſignes de l'équation produite des ſignes de ces ſéries, & des grandeurs des termes qui ſont affectés par ces ſignes. Mais il paroit qu'en plaçant ces ſignes, il faut toujours commencer par le ſigne du premier terme de la ſerie A, & continuer à placer les ſignes de cette ſerie, juſqu'à qu'on y parvienne à un terme, au deſſous duquel s'en trouve un, qui ayant le ſigne contraire ſoit plus grand dans la ſerie B : après quoi, abandonnant la ſerie A, on doit tirer enſuite les ſignes de la ſerie B par ordre, juſqu'à ce qu'on revienne de nouveau à un terme, au deſſus duquel s'en trouve un plus grand avec le ſigne contraire dans le ſerie A. Enſuite, en prenant le ſigne de ce terme ſupérieur au lieu de celui de l'inférieur, il faudra de nouveau tirer les ſignes ſuivans de la ſerie ſupérieure, juſqu'à ce qu'on ſoit encore obligé de paſſer à l'inférieure, & ainſi de ſuite alternativement, mais de maniere qu'on s'arrête finalement dans la ſerie B ; dont le dernier terme n'en ayant aucun au deſſus de lui dans la ſerie A, ſon ſigne ne peut pas être changé dans le produit. D'où il s'enſuit qu'en plaçant les ſignes d'un ſemblable produit, on doit paſſer au moins une fois de A dans la ſerie B ; & que, quel que ſoit le nombre de ces paſſages qu'exige l'équation à multiplier, les retours de B en A l'emportent toujours d'une unité ſur les paſſages de A en B. Dans les équations rapportées ci-deſſus, les lieux où ces paſſages doivent ſe faire, ont été marqués par de petites lignes transverſales.

Au reſte, comme le paſſage d'une ſerie à l'autre ne doit jamais ſe faire, à moins que les termes des ſeries A & B, dont l'un eſt écrit ſous l'autre, n'ayent des ſignes contraires, quand une équation eſt multipliée par une équation ſimple d'une racine négative, il y aura ces deux ordres de ſignes, dans lesquels ſeuls les paſſages doivent ſe faire :

$$\begin{array}{cc} a + & - c \\ d + & + b \end{array} \qquad \begin{array}{cc} a + & - c \\ d - & + b \end{array}$$

On

On ſuppoſe qu'il s'agit de paſſer, ou du ſigne *a* au ſigne *b*, ou de *d* à *c*. Le ſigne *a* ſera donc le même avec le ſigne *b*, parce que les ſignes du multiplicateur ſont ſuppoſés être + +; mais comme le ſigne *c* eſt contraire au ſigne *b*, il ſera auſſi contraire au ſigne *a*. Mais *d* peut, ou s'accorder avec le ſigne *b*, ou lui être contraire. Si dans ces ordres pour chaque + on écrit —, & + pour chaque —, en changeant les ſignes, l'ordre ne ſera pas pourtant changé.

Au contraire, ſi l'équation eſt multipliée par une équation ſimple d'une racine affirmative, dont les ſignes ſont par conſéquent + —, l'ordre des ſignes dans les lieux des ſeries A & B, où il faut néceſſairement que le paſſage ſe faſſe, ſera l'un ou l'autre de ceux-ci

a + + *c*	*a* + + *c*
d — — *b*	*d* + — *b*

ou bien des mêmes ordres des ſignes contraires, leſquels ſe font de ceux-ci en écrivant — au lieu de +, ou + au lieu de —. Le ſigne *b* par la nature de multiplication étant contraire au ſigne *a*, & *c* étant auſſi contraire au ſigne *b*, parce qu'on ſuppoſe qu'il faut faire un paſſage, *c* ſera le même que le ſigne *a*. Mais *d*, ou ſera le même que le ſigne *b*, ou lui ſera contraire.

Il s'enſuit de là, que par le moyen de ces multiplications, il doit arriver des changemens dans les ſucceſſions des ſignes, de façon que, ſi dans une équation à multiplier on compte les ſucceſſions des ſignes ſemblables + + ou — —, on trouve un autre nombre de ces ſucceſſions dans l'équation produite; ou certainement, le nombre des ſucceſſions des ſignes contraires + —, ou — +, dans l'équation produite, deviendra différent du nombre des ſucceſſions ſemblables dans l'équation multipliée.

Rien n'eſt plus propre qu'un exemple pour mettre au fait de la maniere dont cela doit s'exécuter; mais il faut que cet exemple

ſoit

ſoit univerſel. Soit premièrement une équation quelconque à multiplier par une équation ſimple, dont les ſignes ſoyent + +, & qu'on produiſe par cette multiplication des ſeries de ſignes, telles que celles que nous avons nommées au commencement A, B.

Toutes les ſucceſſions des ſignes ſemblables + + ou — — étant donc marquées par les lettres a, b, c, d, les mêmes dans l'une & dans l'autre ſerie, il eſt clair qu'on obtient indifféremment leur nombre, en comptant ces lettres, ſoit qu'elles ſe rencontrent dans la ſerie A, ou dans la ſerie B, pourvu ſeulement qu'on n'en prenne aucune deux fois. A préſent, ſi en poſant les ſignes de l'équation produite, il faut paſſer en α de A en B, il faudra en β retourner de B en A; puis de nouveau en γ deſcendre de A en B, & ainſi de ſuite, en plaçant alternativement les ſignes des ſucceſſions ſemblables dans l'équation produite, laquelle tire ſes ſignes depuis le commencement juſqu'en α de la ſerie A, de α en β de la ſerie B, de β en γ, de nouveau de A, & toujours de même, tant qu'à la fin en ϵ on les prenne de B. En les recueillant de cette maniere, la premiere ſucceſſion eſt a; la ſeconde arrive néceſſairement auprès de α en deſcendant de A en B; la troiſième eſt b de la ſerie B; la quatrième ſeroit c de la même ſerie; mais celle-ci ſe détruit quelquefois en montant à la ſerie A, d'où vient que juſqu'ici il n'y a que trois ſucceſſions; mais la quatrième arrive auprès de γ en deſcendant, la cinquième auprès de δ en montant, la ſixième eſt en d, & la ſeptième a lieu auprès de ϵ en deſcendant. Cet exemple fournit donc le nombre des ſucceſſions ſemblables, augmenté de trois de ces ſucceſſions.

En général il paroit qu'à chaque deſcente de A en B le nombre de ces ſucceſſions augmente néceſſairement d'une; & qu'à chaque montée

montée, ou bien qu'une telle ſucceſſion eſt ajoutée aux autres, comme il arrive ici en δ, ou qu'il y en a une de ſouſtraite, comme en β, où la ſucceſſion c eſt détruite. D'où, comme les paſſages de A en B ſont néceſſairement ſupérieurs en nombre d'une unité, que les retours de B en A; il s'enſuit auſſi en général, que toutes les fois qu'en poſant les ſignes du produit il faut paſſer d'une ſerie à l'autre, le nombre des ſucceſſions $+-$ $+-$ ou $--$ $--$, qui ſe rapportent à des ſucceſſions ſemblables de l'équation multipliée, ſoit de la ſerie A ou de la ſerie B, ne ſçauroit être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier de tous les paſſages. C'eſt ainſi que dans notre exemple, les ſucceſſions, telles que nous les poſons ici, ont été augmentées au nombre de trois, lorſqu'il y a eu cinq paſſages.

En ſecond lieu, qu'il s'agiſſe de multiplier une équation par une équation ſimple, dont les ſignes ſont $+-$, & que dans la multiplication les ordres des ſignes du produit, qui doivent être expliqués ſuivant ce que nous avons dit, ſoyent les ſuivans

| | | |

Les choſes ſe paſſent donc ici parfaitement de même que nous l'avons vû dans la multiplication précédente. Comme, toutes les fois qu'il y a une deſcente, le nombre des ſucceſſions + —, ou — +, qui ſe trouvent dans l'équation multipliée, tant dans la ſerie A que dans la ſerie B, eſt néceſſairement augmenté d'une; & que par la montée une ſemblable ſucceſſion, ou ſe rapproche des autres, ou eſt moindre d'une unité; de ſorte que le nombre des montées eſt inférieur d'une unité à celui des deſcentes; il s'enſuit auſſi que le nombre univerſel de ces ſucceſſions, qui ſe rapportent à une équation quelconque, ſi elle eſt multipliée par une équation ſimple d'une racine affirmative, ne peut être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier des paſſages.

Puis donc que par la multiplication quelconque d'une équation, au moyen de laquelle une nouvelle racine réelle négative y eſt introduite, une ſucceſſion tout au moins des ſignes ſemblables + + ou — —, eſt ajoutée au nombre de celles qui ſe trouvoient dans l'équation multipliée, le nombre de ces ſucceſſions dans une équation quelconque, ne ſera pas moindre que le nombre de ſes racines réelles négatives. De la même maniere on conclurra, que le nombre des ſucceſſions des ſignes contraires + —, ou — +, ne ſera pas non plus moindre que le nombre des racines réelles affirmatives d'une équation quelconque.

C'eſt pourquoi, ſi dans une équation tous les ſignes ſont les mêmes, + ou —, aucune racine réelle de l'équation ne ſera affirmative; s'il y en avoit ſeulement une ſeule, on y trouveroit pour le moins une ſucceſſion de ſignes oppoſés. Si donc une ſemblable équation, outre les racines réelles négatives, contient d'autres racines, ſoit toutes, ou quelques unes, celles-ci ſeront impoſſibles.

De même auſſi, ſi dans une équation chaque ſigne eſt oppoſé à l'un & à l'autre des ſignes voiſins, il n'y aura point dans cette équation de racine réelle négative. Car, s'il y en avoit ſeulement une, on y verroit au moins une ſucceſſion de ſignes ſemblables. Par conſéquent,

ſéquent, ſi une ſemblable équation, outre les racines réelles affirmatives, en a d'autres, ſoit toutes, ou quelques unes, celles-ci ſeront impoſſibles.

En général, dans toute équation, dont toutes les racines ſont réelles, le nombre des ſucceſſions des ſignes contraires + — ou — +, ſera égal au nombre de ſes racines affirmatives, & le nombre des ſucceſſions des ſignes ſemblables + +, ou — —, ſera pareillement égal au nombre des racines négatives de la même équation. Soit en effet n le nombre des racines négatives, & N le nombre des ſucceſſions + +, ou — —, de la même équation ; que m ſoit le nombre de ſes racines affirmatives, & M le nombre des ſucceſſions + —, ou — + ; on aura $n + m = N + M$. Or N n'eſt pas moindre que n. Si donc on poſe $N > n$, on aura au contraire $M < m$; ce qui ne peut pas davantage avoir lieu. Donc $N = n$, & $M = m$.

S'il eſt donc conſtant que le nombre des racines réelles négatives de l'équation n'eſt pas égal au nombre N, & que pareillement le nombre des racines réelles affirmatives de la même équation n'eſt pas égal au nombre M ; il faudra auſſi en conclurre, qu'elle contient des racines impoſſibles.

En réuniſſant tout ce qui vient d'être propoſé, il en réſulte que la Régle de *Deſcartes*, dans le ſens où il l'a propoſée, eſt parfaitement vraye. Car on peut avoir dans une équation autant de racines affirmatives, qu'on y trouve de variations des ſignes + & — ; & autant de négatives, qu'on y rencontre de fois les deux ſignes +, ou les deux ſignes —, qui ſe ſuivent réciproquement. Mais, ſi le nombre des ces racines peut être tel, il ne s'enſuit pas qu'il le ſoit néceſſairement ; & on ne ſçauroit, ſans tomber dans une grande erreur, affirmer, que dans chaque équation il y a autant de racines véritables, qu'il y a de changemens de ſignes, & autant de fauſſes, qu'il y a de ſucceſſions des mêmes ſignes.

EXPOSITION DE QUELQUES PARADOXES
DANS LE CALCUL INTÉGRAL

PAR M. EULER.

Premier Paradoxe.

I.

Je me propoſe ici de développer un paradoxe dans le calcul intégral, qui paroitra bien étrange : c'eſt qu'on parvient quelquefois à des équations différentielles, dont il paroit fort difficile de trouver les intégrales par les régles du calcul intégral, & qu'il eſt pourtant aiſé de trouver, non par le moyen de l'intégration, mais plutôt en différentiant encore l'équation propoſée ; de ſorte qu'une différentiation réitérée nous conduiſe dans ces cas à l'intégrale cherchée. C'eſt ſans doute un accident fort ſurprenant, que la différentiation nous puiſſe mener au même but, auquel on eſt accoutumé de parvenir par l'intégration qui eſt une opération entierement oppoſée.

II. Pour mieux faire ſentir l'importance de ce paradoxe, on n'a qu'à ſe ſouvenir, que le calcul intégral renferme la méthode naturelle de trouver les intégrales des quantités différentielles quelconques : & de là il ſemble qu'une équation différentielle étant propoſée, il n'y a d'autre moyen pour arriver à ſon intégrale, que d'en entreprendre l'intégration. Et ſi l'on vouloit, au lieu d'intégrer cette équation, la différentier encore une fois, on devroit croire qu'on s'éloigneroit encore davantage du but propoſé ; attendu qu'on auroit alors une équation différentielle du ſecond degré, qu'il faudroit même deux fois intégrer, avant qu'on parvint au but propoſé.

III.

III. Il doit donc être très ſurprenant, qu'une différentiation réiterée ne nous éloigne non ſeulement davantage de l'intégrale, que nous nous propoſons de chercher, mais qu'elle nous puiſſe même fournir cette intégrale. Ce ſeroit ſans doute un grand avantage, ſi cet accident étoit général, & qu'il eut lieu toujours, puiſqu'alors la recherche des intégrales, qui eſt ſouvent même impoſſible, n'auroit plus la moindre difficulté : mais il ne ſe trouve qu'en quelques cas très particuliers dont je rapporterai quelques exemples : les autres cas demandent toujours la méthode ordinaire d'intégration. Voilà donc quelques problèmes qui ſerviront à éclaircir ce paradoxe.

PROBLEME I.

Le point A *étant donné, trouver la courbe* EM *telle, que la perpendiculaire* AV *tirée du point* A *ſur une tangente quelconque de la courbe* MV, *ſoit partout de la même grandeur.* Fig. 1.

IV. Prenant pour axe une droite quelconque AP, tirée du point donné A, qu'on y tire d'un point quelconque de la courbe cherchée M la perpendiculaire MP, & une autre infiniment proche mp : & qu'on nomme $AP = x$, $PM = y$, & la longueur donnée de la ligne $AV = a$. Soit de plus l'élément de la courbe $Mm = ds$, & ayant tiré $M\pi$ parallele à l'axe AP, on aura $Pp = M\pi = dx$ & $\pi m = dy$; donc $ds = V(dx^2 + dy^2)$. Qu'on baiſſe du point P auſſi ſur la tangente MV la perpendiculaire PS, & ſur celle-cy du point A la perpendiculaire AR, qui ſera parallele à la tangente MV. Maintenant, puiſque les triangles PMS & APR ſont ſemblables au triangle $Mm\pi$, on en tirera : $PS = \frac{M\pi \cdot PM}{Mm} = \frac{y\,dx}{ds}$ & $PR = \frac{m\pi \cdot AP}{Mm} = \frac{x\,dy}{ds}$: d'où, à cauſe de $AV = PS - PR$, nous aurons cette équation, $a = \frac{y\,dx - x\,dy}{ds}$ ou $ydx - xdy = ads$

$= a\,V(dx^2 + dy^2)$, qui exprimera la nature de la courbe cherchée.

V. Voila donc uné équation différentielle pour la courbe que nous cherchons : & ſi nous la voulons traiter ſelon la méthode ordinaire, il faut d'abord débarraſſer les différentiels du ſigne radical : prenant donc les quarrés, nous aurons :

$$yydx^2 - 2xydxdy + xxdy^2 = aadx^2 + aady^2$$

& partant :

$$dy^2 = -\frac{2xydxdy - aadx^2 + yydx^2}{aa - xx}$$

dont l'extraction de racine fournit

$$dy = -\frac{xydx + adx\,V(xx+yy-aa)}{aa-xx}$$

ou $aady - xxdy + xydx = adx\,V(xx+yy-aa)$

dont il faut maintenant chercher l'intégrale pour connoitre la courbe en queſtion.

VI. Pour intégrer cette équation, poſons $y = u\,V(aa-xx)$, pour avoir $V(xx+yy-aa) = V(aa-xx)\,(uu-1)$, & $dy = du\,V(aa-xx) - \frac{uxdx}{V(aa-xx)}$, donc $aady - xxdy = du\,(aa-xx)^{\frac{3}{2}} - uxdx\,V(aa-xx)$. Ces valeurs étant ſubſtituées donnent :

$$du\,(aa-xx)^{\frac{3}{2}} = adx\,V(aa-xx)\,(uu-1)$$

ou bien $\frac{du}{V(uu-1)} = \frac{adx}{aa-xx}$,

équation où les variables x & u ſe trouvent ſeparées.

VII.

VII. Puisque cette équation eſt ſéparée, je remarque d'abord, que les conditions, qu'elle renferme, ſont remplies, ſi l'on met $V(uu - 1) = 0$, ou $uu = 1$; car dans ce cas tant le membre $adx\,V(aa - xx)\,(uu - 1)$ devient évanouïſſant, que l'autre membre $du\,(aa - xx)^{\frac{3}{2}}$ à cauſe de $du = 0$. Et partant nous avons déjà une valeur intégrale $uu = 1$, ou $u = \pm 1$, d'où nous tirons $y = \pm V(aa - xx)$, ou $yy + xx = aa$; ce qui eſt l'équation pour un cercle, décrit du centre A avec le rayon $= a$. Or il eſt clair que ce cercle ſatisfait au problème, puisque la perpendiculaire A V devient égale au rayon du cercle, & tombe ſur le point d'attouchement M; comme il eſt connu par les propriétés du cercle.

VIII. Mais ce cas n'épuiſe pas encore l'équation différentielle $\frac{du}{V(uu-1)} = \frac{adx}{aa-xx}$; cherchons donc ſon intégrale qui ſera par les logarithmes

$$l\,[u + V(uu - 1)] = \tfrac{1}{2}\,l\,\frac{nn\,(a+x)}{a-x}$$

de ſorte que nous ayons :

$$u + V(uu - 1) = n\,V\frac{a+x}{a-x}.$$

De là nous trouverons,

$$-1 = nn.\,\frac{a+x}{a-x} - 2nu\,V\frac{a+x}{a-x}$$

& partant $u = \frac{n}{2}\,V\frac{a+x}{a-x} + \frac{1}{2n}\,V\frac{a-x}{a+x}$.

Par conſéquent $y = uV(aa - xx) = \frac{n}{2}(a+x) + \frac{1}{2n}(a-x)$.

équation pour une ligne droite tirée en ſorte, que la perpendiculaire qu'on tire ſur elle du point donné A ſoit $= a$.

IX.

XI. Voilà donc la ſolution du problème propoſé, qu'on trouveroit par la methode ordinaire, où il faut premièrement ſéparer les variables, & enſuite intégrer l'équation différentielle ſéparée. Or il eſt clair, que cette opération eſt non ſeulement aſſez embarraſſante, mais elle deviendroit même impoſſible, ſi au lieu de la formule irrationelle $V(dx^2 + dy^2)$, on en avoit une plus compliquée. Comme ſi l'on étoit parvenu à cette équation

$$y\,dx - x\,dy = a\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)}$$

en prenant des cubes, on auroit bien de la peine à extraire enſuite la racine pour trouver le rapport entre les différentiels dx & dy. Et ſi la racine, étoit plus haute, cette extraction deviendroit même impoſſible.

X. Or maintenant je dis, que cette même équation, qui renferme la ſolution du problème

$$y\,dx - x\,dy = a\,V(dx^2 + dy^2)$$

ſe peut réduire à une équation finie, & même algébrique, entre x & y, ſans y employer la voye ordinaire d'intégration: mais, en quoi conſiſte la force du paradoxe, par une différentiation ultérieure de cette équation. Ou ce ſera cette même différentiation, qui nous conduira à l'équation intégrale, qui nous fera connoitre la nature de la courbe cherchée. Ce que je viens d'avancer, mettra dans tout ſon jour la force du paradoxe, que je me ſuis propoſé de démêler ici.

XI. Afin que les différentiels ne nous cauſent aucun embarras, en paſſant à une différentiation ultérieure, ſuppoſons $dy = p\,dx$, & nous aurons $V(dx^2 + dy^2) = dx\,V(1 + pp)$. Par cette ſubſtitution notre équation, étant diviſée par dx, prendra cette forme,

$$y - px = aV(1 + pp) \quad \text{ou} \quad y = px + aV(1 + pp)$$

où il faut bien remarqner, que quoiqu'on n'y apperçoive plus de différentiels, cette équation ne laiſſe pas d'être différentielle, à cauſe de

la

la lettre p, dont la valeur eſt $\frac{dy}{dx}$; de ſorte que, ſi l'on la remettoit, on reviendroit à la premiere équation différentielle.

XII. A préſent, au lieu d'intégrer cette équation différentielle, je la différentie encore une fois pour avoir,

$$dy = p\,dx + x\,dp + \frac{a\,p\,dp}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

Or, ayant ſuppoſé $dy = p\,dx$, cette valeur miſe à la place de dy nous donne d'abord :

$$0 = x\,dp + \frac{a\,p\,dp}{\sqrt{(1+pp)}},$$

d'où en diviſant par dp nous tirons d'abord :

$$x = -\frac{a\,p}{\sqrt{(1+pp)}}$$

& puiſqu'il y a $y = p\,x + a\sqrt{(1+pp)}$, en y ſubſtituant cette valeur de $x = -\frac{a\,p}{\sqrt{(1+pp)}}$, nous aurons :

$$y = -\frac{a\,p\,p}{\sqrt{(1+pp)}} + a\sqrt{(1+pp)} \text{ ou } y = \frac{a}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

XIII. Voilà donc des valeurs, & mêmes algébriques, pour les deux coordonnées x & y, leſquelles ne renferment que la ſeule variable p : & comme à préſent il n'eſt plus queſtion de la valeur ſuppoſée de $p = \frac{dy}{dx}$, le problème eſt reſolu par cette différentiation réitérée. Car on n'a qu'à éliminer la variable p, de ces deux équations

$$x = -\frac{a\,p}{\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad y = \frac{a}{\sqrt{(1+pp)}}$$

ce qui ſe fera aiſément, en ajoutant enſemble les quarrés xx & yy, d'où l'on aura d'abord

$$xx + yy = \frac{aapp + aa}{1 + pp} = aa$$

qui eſt l'équation pour le cercle, qui ſatisfait au problème propoſé.

XIV. Il eſt bien vray, qu'outre le cercle il y a encore une infinité de lignes droites, qui ſatisfont également à la queſtion, & que cette méthode ne ſemble pas fournir. Mais elle les contient néanmoins, & encore plus viſiblement, que l'autre méthode ordinaire. On n'a qu'à regarder l'équation $0 = xdp + \frac{apdp}{\sqrt{(1+pp)}}$, à laquelle la différentiation nous a conduit, & qui, puiſqu'elle eſt diviſible par dp, renferme auſſi la ſolution $dp = 0$. Or de là nous tirons immédiatement $p = \text{Conſt} = n$, & partant $y = nx + a\sqrt{(1+nn)}$; où toutes les lignes droites, qui rempliſſent les conditions du problème, ſont compriſes.

XV. Ayant déjà remarqué que cette équation :

$$ydx - xdy = a\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)}$$

ne ſauroit à peine être réſoluë par la méthode ordinaire, celle-ci nous fournira d'abord par la différentiation ſon intégrale. Car, poſant $dy = pdx$, nous aurons $\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)} = dx\sqrt[3]{(1+p^3)}$, & partant

$$y - px = a\sqrt[3]{(1+p^3)} \text{ ou } y = px + a\sqrt[3]{(1+p^3)}$$

qui étant différentiée donne

$$dy = pdx = pdx + xdp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

d'où nous tirons $0 = xdp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$, ou

$$x = \frac{-app}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} \qquad \& \; y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

XVI.

XVI. Si l'on veut ici éliminer p, on n'a qu'à ajouter les cubes pour avoir $y^3 + x^3 = \frac{a^3(1-p^6)}{(1+p^3)^2} = \frac{a^3(1-p^3)}{1+p^3} = -a^3 + \frac{2a^3}{1+p^3}$

de sorte que $\frac{1}{1+p^3} = \frac{a^3+x^3+y^3}{2a^3}$, & partant

$$y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} = (a^3+x^3+y^3)^{\frac{2}{3}} : a\sqrt[3]{4}$$

Donc $4a^3y^3 = (a^3+x^3+y^3)^2$

ou $0 = a^6 + 2a^3x^3 - 2a^3y^3 + x^6 + 2x^3y^3 + y^6$

pour une ligne du ſixième ordre. Mais outre celle-ci ſatisfait encore $dp = 0$, ou $p = n$, à cauſe de la diviſion faite par dp ; & ce cas donne une infinité de lignes droites contenues dans cette équation

$$y = nx + a\sqrt[3]{(1+n^3)}.$$

XVII. On voit que par la même méthode on réſoudra aiſément tous les problemes, qui conduiroient à de telles équations :

$$ydx - xdy = a\sqrt[n]{(\alpha dx^n + \beta dx^{n-\nu}dy^\nu + \gamma dx^{n-\mu}dy^\mu \text{ \&c.})}$$

Car, poſant $dy = pdx$, on auroit

$$y = px + a\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \text{\&c.})}$$

& différentiant & diviſant par dp,

$$x = \frac{-\nu a b p^{\nu-1} - \mu a \gamma p^{\mu-1} - \text{\&c.}}{n\sqrt[n]{(\alpha+\beta p^\nu+\gamma p^\mu+\text{\&c.})^{n-1}}}$$

$$\& \; y = \frac{n a \alpha + (n-\nu) a \beta p^\nu + (n-\mu) a \gamma p^\mu + \text{\&c.}}{n\sqrt[n]{(\alpha+\beta p^\nu+\gamma p^\mu+\text{\&c.})^{n-1}}}$$

D'où, en éliminant p, on tirera une équation algébrique entre x & y. Or, puisqu'il y a auſſi $dp = 0$, & $p =$ Conſt : $= m$, les lignes droites renfermées dans cette formule :

$$y = mx + a\sqrt[n]{(\alpha + \beta m^{\nu} + \gamma m^{\mu} + \&c.)}$$

ſatisferont également. Je paſſe donc à un autre problème.

PROBLEME II.

Fig. 2. *Sur l'axe* AB *trouver la courbe* AMB *telle, qu'ayant tiré de ſon point quelconque* M *la tangente* TMV, *elle coupe en ſorte les deux droites* AE & BF, *tirées perpendiculairement ſur l'axe* AB, *en deux points donnés* A & B, *que le rectangle formé par les lignes* AT & BV *ſoit partout de la même grandeur.*

XVIII. Soit l'intervalle donné $AB = 2a$, l'abſciſſe $AB = x$, l'appliquée $PM = y$, & ayant tiré l'infiniment proche pm, on aura $Pp = M\pi = dx$, & $\pi m = dy$. Q'on tire les droites MR & MS paralleles à l'axe AB, & la reſſemblance des triangles $M\pi m$, TRM & MSV, à cauſe de $PB = MS = 2a - x$, fournira :

$$PM = \frac{x\,dy}{dx} \quad \& \quad SV = \frac{(2a - x)\,dy}{dx}$$

D'où nous aurons :

$$AT = y - \frac{x\,dy}{dx} \quad \& \quad BV = y + \frac{(2a - x)\,dy}{dx}$$

dont le produit devant être conſtant $= cc$ fournira cette égalité :

$$\left(y - \frac{x\,dy}{dx}\right)\left(y - \frac{x\,dy}{dx} + \frac{2a\,dy}{dx}\right) = cc$$

XIX. Si l'on vouloit traiter cette équation par la méthode ordinaire, on rencontreroit bien des difficultés, & peut être n'arriveroit-on

on qu'après bien des détours à l'équation intégrale. Mais, pour nous ſervir de l'autre méthode, poſons $dy = p\,dx$, pour avoir

$$(y - px)(y - px + 2ap) = cc$$

ou bien : $yy + 2(a - x)py - 2appx + ppxx = cc$

ou $yy + 2(a - x)py + (a - x)^2 pp = cc + aapp$

d'où l'extraction de racine fournit :

$$y + (a - x)p = V(cc + aapp)$$

ou $$y = -(a - x)p + V(cc + aapp)$$

XX. Différentions maintenant cette équation, au lieu d'en chercher l'intègrale, & nous obtiendrons :

$$dy = p\,dx = -(a - x)\,dp + p\,dx + \frac{aap\,dp}{V(cc + aapp)}$$

où les termes $p\,dx$ ſe détruiſant enſemble, la diviſion par dp donnera :

$$a - x = \frac{aap}{V(cc + aapp)} \quad \text{ou} \quad x = a - \frac{aap}{V(cc + aapp)}$$

& ſubſtituant cette valeur de $a - x$ dans celle de y, on aura

$$y = \frac{-aapp}{V(cc + aapp)} + V(cc + aapp) \text{ ou } y = \frac{cc}{V(cc + aapp)}$$

XXI. Ayant donc :

$$\frac{a - x}{a} = \frac{ap}{V(cc + aapp)} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{V(cc + aapp)}$$

l'elimination de la quantité p ſe fera en ajoutant les quarrés de ces deux formules, ce qui donnera :

$$\frac{(a - x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = \frac{aapp + cc}{cc + aapp} = 1,$$

donc : $\frac{yy}{cc} = \frac{2ax - xx}{aa}$ ou $y = \frac{c}{a} V(2ax - xx)$

D'où nous voyons que la courbe cherchée eſt une ellipſe décrite ſur l'axe AB, & dont le demi-axe conjugué eſt $= c$, de ſorte que dans une telle ellipſe le rectangle des tangentes AT & BV ſoit toujours égal au quarré du demi-axe conjugué.

XXII. Mais il eſt clair qu'outre cette ligne courbe il ſatisfait encore au probleme une infinité de lignes droites TV tellement tirées, que le rectangle AT. BV ſoit $= cc$. Ces lignes droites ſe trouveront par le diviſeur dp, qui étant poſé $= 0$, donne $p =$ Conſt: $= n$, D'où nous aurons : $y = -n(a-x) + V(cc + nnaa)$. D'où, ſi $x = 0$, nous tirons $AT = -na + V(cc + nnaa)$, & ſi $x = 2a$, $BV = na + V(cc + nnaa)$, de ſorte qu'on ait toujours

$$AT.\ BV = cc$$

quelque valeur que puiſſe avoir le nombre n.

PROBLEME III.

Fig. 3. *Deux points étant donnés* A *&* C, *trouver la ligne courbe* EM *telle, que ſi l'on tire une tangente quelconque* MV, *qu'on y mene du premier point* A *la perpendiculaire* AV, *& qu'on joigne de l'autre point* C *à* V *la droite* CV, *cette droite* CV *ſoit partout de la même grandeur.*

XXIII. Poſons la diſtance donnée $AC = b$, & prenant cette ligne pour axe, qu'on y mene du point M l'appliquée MP, & ſon infiniment proche pm. Soit $AP = x$, & $PM = y$; & à cauſe de $Pp = M\pi = dx$, & $\pi m = dy$, ſoit $Mm = V(dx^2 + dy^2) = ds$. Cela poſé, nous avons vû dans la ſolution du premier problème qu'on aura : $AV = \frac{y\,dx - x\,dy}{ds}$. Baiſſons auſſi du point V ſur l'axe a perpendiculaire VX, & à cauſe des triangles ſemblables $Mm\pi$ l& VAX, nous aurons :

VX

$$VX = \frac{dx(ydx - xdy)}{ds^2} \quad \& \quad AX = \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}$$

& partant : $CX = b + \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}$.

XXIV. Soit maintenant la longueur donnée $CV = a$, & à cauſe de $CV^2 = CX^2 + XV^2$ nous aurons :

$$aa = bb + \frac{2bdy(ydx - xdy)}{ds^2} + \frac{(ydx - xdy)^2}{ds^2}$$

à cauſe de $dx^2 + dy^2 = ds^2$: & de plus :

$$\frac{(ydx-xdy)^2}{ds^2} + \frac{2bdy(ydx-xdy)}{ds^2} + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - bb + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - \frac{bbdx^2}{ds^2}$$

dont la racine quarrée eſt

$$\frac{ydx - xdy}{ds} + \frac{bdy}{ds} = V(aa - \frac{bbdx^2}{ds^2})$$

ou bien en multipliant par ds

$$ydx - xdy + bdy = V(aads^2 - bbdx^2)$$

XXV. Ici il eſt auſſi évident, qu'on ſe plongeroit dans un calcul fort ennuyant, ſi l'on vouloit entreprendre la réſolution de cette équation par la méthode ordinaire. Je poſe donc $dy = pdx$, & à cauſe de $ds^2 = dx^2(1 + pp)$ notre équation différentielle prendra cette forme

$$y - px + bp = V(aa(1 + pp) - bb)$$

que je différentie encore, & poſant pdx pour dy, j'aurai :

$$pdx - pdx - xdp + bdp = \frac{aapdp}{V(aa(1 + pp) - bb)}$$

qui étant diviſée par dp donne :

$$b - x = \frac{aap}{V(aa(1 + pp) - bb)} \text{ ou } x = b - \frac{aap}{V(aa(1 + pp) - bb)}$$

&

$$\& y = -(b-x)p + V(aa(1+pp)-bb) = \frac{aa-bb}{V(aa(1+pp)-bb)}$$

XXVI. De là, pour éliminer p, je forme ces équations :

$$\frac{b-x}{a} = \frac{ap}{V(aa(1+pp)-bb)} \& \frac{y}{V(aa-bb)} = \frac{V(aa-bb)}{V(aa(1+pp)-bb)}$$

& ajoutant les quarrés de ces formules, je trouve :

$$\frac{(b-x)^2}{aa} + \frac{yy}{aa-bb} = \frac{aa(1+pp)-bb}{aa(1+pp)-bb} = 1$$

qui eſt l'équation pour une ellipſe, dont le centre eſt en D, un des foyers en A, & le demi grand axe = CV. Mais outre cette ellipſe le diviſeur $dp = 0$, donne encore une infinité de lignes droites, compriſes dans cette équation

$$y = -n(b-x) + V(aa(1+nn) - bb)$$

PROBLEME IV.

Fig. 5. *Deux points étant* A *&* B, *trouver la courbe* EM *telle, qu'ayant tiré une tangente quelconque* VMX, *ſi l'on y mene des points* A *&* B *les perpendiculaires* AV *&* BX, *le rectangle de ces lignes* AV. BX *ſoit partout de la même grandeur.*

XXVII. Soit la diſtance des points données AB = $2b$, qu'on y tire la perpendiculaire MP, & l'infiniment proche mp : & qu'on nomme les coordonnées : AP = x, PM = y, pour avoir $Pp = M\pi = dx$, $\pi m = dy$ & $Mm = V(dx^2 + dy^2) = ds$. Cela poſé, nous avons vu, qu'on aura $AV = \frac{y\,dx - x\,dy}{ds}$. Qu'on tire de plus AR, perpendiculaire ſur BX, & la reſſemblance des triangles $Mm\pi$ & ABR, fournira $BR = \frac{2b\,dy}{ds}$, & en y ajou-

rant

tant $RX = AV = \frac{ydx - xdy}{ds}$ nous aurons $BX = \frac{ydx + (2b-x)dy}{ds}$.

Soit donc cc le rectangle des lignes AV & BX, & on aura pour la courbe EM cette équation :

$$(ydx - xdy)(ydx - xdy + 2bdy) = ccds^2$$

XXVIII. Sans nous embarraſſer de la méthode ordinaire, poſons $dy = pdx$, de ſorte que $ds^2 = dx^2(1+pp)$, & nous aurons :

$$(y - px)(y - px + 2bp) = cc(1 + pp)$$

qui ſe réduit à :

$$yy + 2(b - x)py - 2bppx + ppxx = cc(1 + pp)$$

ou à $yy + 2(b-x)py + (b-x)^2pp = cc(1+pp) + bbpp$

dont la racine quarrée eſt ;

$$y + (b - x)p = V(cc + (bb + cc)pp)$$

& partant $y = -(b - x)p + V(cc + (bb + cc)pp)$

XXIX. Différentions encore cette équation différentielle, & à cauſe de $dy = pdx$ nous aurons :

$$pdx = -(b - x)dp + pdx + \frac{(bb + cc)pdp}{V(cc + (bb + cc)pp)}$$

qui étant diviſée par dp donne d'abord :

$$b - x = \frac{(bb + cc)p}{V(cc + (bb + cc)pp)}$$

ou bien $b - x = \frac{aap}{V(cc + aapp)}$ poſant pour abréger $bb + cc = aa$.

De là nous tirerons :

$$y = -(b - x)p + V(cc + aapp) = \frac{cc}{V(cc + aapp)}$$

Donc ayant :

$$\frac{b - x}{a} = \frac{ap}{V(cc + aapp)} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{V(cc + aapp)}$$

nous aurons en ajoutant les quarrés

$$\frac{(b-x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = 1$$

XXX. Cette équation eſt, comme il eſt évident, pour une ellipſe, dont les foyers ſont dans les points A & B; & partant le centre au point du milieu C. Le demi petit axe ſera donc $= c$; & c'eſt au quarré duquel, que ſera partout égal le rectangle AV. BX: ce qui eſt auſſi une propriété connue de l'ellipſe. Or il y a auſſi des lignes droites, qui ſatisfont au même probleme, que le diviſeur $dp = 0$ nous fournira, car poſant $p = n$, l'équation pour toutes ces lignes droites ſera $y = -n(b-x) + V(cc + nnaa)$
Je pourrois encore ajouter un grand nombre de problemes ſemblables, pour confirmer ce paradoxe, mais ces quatre ſeront entierement ſuffiſans pour en prouver la vérité.

Second Paradoxe.

XXXI.

Le ſecond paradoxe, que je m'en vai étaler, n'eſt pas moins ſurprenant, puiſqu'il eſt auſſi contraire aux idées communes du calcul intégral. On s'imagine ordinairement, qu'ayant une équation différentielle quelconque, on n'ait qu'à chercher ſon intégrale, & à lui rendre toute ſon étendue en y ajoutant une conſtante indéfinie, pour avoir tous les cas, qui ſont compris dans l'équation différentielle. Ou bien, lorsque cette équation différentielle eſt le réſultat d'une ſolution d'un problème, on ne doute pas que l'équation intégrale, qu'on en trouve par les régles ordinaires, ne renferme toutes les ſolutions poſſibles du problème: cela s'entend, lorsqu'on n'aura pas négligé l'addition de conſtante, que toute intégration exige.

XXXII. Cependant il y a des cas, où l'intégration ordinaire nous conduit à une équation finie, qui ne renferme pas tout ce qui étoit

étoit contenu dans l'équation différentielle propoſée ; quand même on ne néglige pas la conſtante mentionnée. Cela doit paroitre d'autant plus paradoxe, plus on eſt accoutumé d'être convaincu de la juſteſſe de l'idée expliquée dans l'article précédent. Car ſi l'équation intégrale, qu'on aura trouvée après toutes les précautions preſcrites, n'épuiſe pas l'étendue de l'équation différentielle ; le problème admettra des ſolutions, que l'intégration ne fournira point, & partant on arrivera à une ſolution défectueuſe, ce qui ſemble ſans doute renverſer les principes ordinaires du calcul intégral.

XXXIII. Or il eſt fort aiſé de propoſer une infinité d'équations différentielles, auxquelles répond un certain rapport entre les quantités variables, qu'il eſt impoſſible de trouver par la voye d'intégration ordinaire. Soit, par exemple, propoſée cette équation différentielle :

$$x\,dx + y\,dy = dy\,V(xx + yy - aa)$$

& il eſt évident que l'équation finie $xx + yy - aa = 0$, lui ſatisfait entierement. Car ayant de là $x\,dx + y\,dy = 0$, l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouit de ſoi-même : ce qui eſt une marque indubitable, que cette équation finie $xx + yy = aa$ eſt contenue dans l'équation différentielle propoſée : ou que le cercle réſout les problèmes, qui conduiſent à cette équation différentielle.

XXXIV. Cependant, quand nous intégrons cette équation différentielle, nous ne trouverons nullement ce rapport $xx + yy = aa$: car, diviſant notre équation par $V(xx + yy - aa)$, que nous ayons :

$$\frac{x\,dx + y\,dy}{V(xx + yy - aa)} = dy$$

l'intégrale eſt evidente, & même dans toute ſon étendue

$$V(xx + yy - aa) = y + c$$

ayant introduit la conſtante indéfinie c. Or il eſt clair que l'équation déjà trouvée $yy + xx = aa$ n'eſt pas abſolument renfermée

dans cette équation intégrale, quelque valeur qu'on donne à la conſtante c.

XXXV. Prenant les quarrés de notre équation intégrale trouvée, on aura :

$$xx - aa = 2cy + cc \quad \& \quad y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$$

& partant on croiroit qu'au probleme propoſé, qui aura conduit à cette équation, ne ſatisfiſſent qu'une infinité de paraboles, contenues dans l'équation $y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$, ſelon les différentes valeurs de c. Et puisqu'on a trouvé une infinité de paraboles, on doutera d'autant moins, qu'on ne ſoit arrivé à une ſolution complete. Cependant nous venons de voir qu'au même probleme ſatisfait auſſi le cercle contenu dans l'équation $xx + yy = aa$.

XXXVI. J'ai rencontré quelques autres cas de cette eſpece dans mon Traité du mouvement, où j'ai déjà remarqué ce même paradoxe, qu'une équation différentielle renferme quelquefois des ſolutions, qui ne ſont plus compriſes dans l'équation intégrée : j'y ai auſſi donné une régle ſûre, par le moyen de laquelle on peut trouver ces ſolutions contenues dans les équations différentielles, qu'on ne ſauroit plus tirer de l'équation intégrée. Cependant, comme je n'y ai pas fait ſentir aſſés evidemment l'importance de ce paradoxe, on pourroit croire que c'eſt quelque bizarrerie dans des problemes mecaniques, qui n'auroit plus lieu dans les problemes de Geometrie ; ou que ce ne ſeroit pas un reproche, qu'on pourroit faire directement à l'Analyſe même.

XXXVII. Pour l'exemple que je viens d'alléguer ici, comme il eſt formé à fantaiſie, on pourroit auſſi douter, ſi ce cas ſe rencontre jamais dans la ſolution d'un probleme réel. Mais les mêmes exemples, que j'ai rapportés pour éclaircir le premier parodoxe, ſerviront auſſi à éclaircir celui-ci. Car le premier probleme demandant une

une courbe telle, que ſi l'on mene d'un point donné ſur toutes ſes tangentes des lignes perpendiculaires, toutes ſes perpendiculaires ſoient égales entr'elles; ce probleme, dis-je, étant propoſé, on voit d'abord qu'un cercle décrit du point donné comme du centre avec un rayon égal à la droite, à laquelle toutes les perpendiculaires mentionnées doivent être égales, ſatisfera au probleme.

XXXVIII. Cependant, ayant été conduit à cette équation différentielle :

$$a\,a\,dy - x\,x\,dy + x\,y\,dx = a\,dx\,\sqrt{(x\,x + y\,y - a\,a)}$$

où les variables x & y ſont mêlées entr'elles, on a vû que par le moyen de cette ſubſtitution $y = u\sqrt{(a\,a - x\,x)}$ elle ſe change en cette ſéparée,

$$\frac{d\,u}{\sqrt{(u\,u - 1)}} = \frac{a\,d\,x}{a\,a - x\,x}$$

dont l'intégrale priſe dans toute ſon étendue étoit

$$u + \sqrt{(u\,u - 1)} = n\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$$

d'où j'ai tiré cette équation :

$$y = \frac{n}{2}(a+x) + \frac{1}{2n}(a-x)$$

laquelle ne renferme que des lignes droites, de ſorte que le cercle ſemble à cette heure entierement exclus de la ſolution du problème propoſé.

XXXIX. Il en eſt de même du problème ſecond, qui eſt réſolu à ce que nous avons vû par une ellipſe exprimée par cette équation $y = \frac{c}{a}\sqrt{(2\,a\,x - x\,x)}$; ce qui eſt auſſi clair par les propriétés connues de l'ellipſe. Or ayant trouvé cette équation différentielle :

$$\left(y - \frac{x\,dy}{dx}\right)\left(y - \frac{x\,dy}{dx} + \frac{2\,a\,dy}{dx}\right) = c\,c$$

nous en tirerons par l'extraction de racine :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a-x)y + V[aayy - cc(2ax - xx)]}{2ax - xx}$$

$$(2ax - xx)dy - (a-x)y\,dx = dxV(aayy - cc[2ax - xx])$$

Or il eſt évident que l'équation $aayy - cc(2ax - xx) = 0$ ſatisfait à cette formule, car on aura de là $y = \frac{c}{a}V(2ax - xx)$, & partant en différentiant leurs logarithmes :

$\frac{dy}{y} = \frac{dx(a-x)}{2ax - xx}$, ou $(2ax - xx)dy - (a-x)y\,dx = 0$, de ſorte que dans ce cas l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouït.

XL. Mais, ſi nous traitons cette équation différentielle ſelon la méthode ordinaire, & que nous poſions $y = uV(2ax - xx)$, pour avoir

$$V(aayy - cc[2ax - xx]) = V(2ax - xx)(aauu - cc)$$

$$\& \quad dy = du\,V(2ax - xx) + \frac{u(a-x)\,dx}{V(2ax - xx)}$$

ces valeurs ſubſtituées changeront notre équation en cette forme :

$$du(2ax - xx)^{\frac{3}{2}} + u(a-x)\,dxV(2ax - xx) - u(a-x)\,dx\,V(2ax - xx) = dxV(2ax - xx)(aauu - cc)$$

qui ſe réduit maintenant à cette ſéparée,

$$\frac{du}{V(aauu - cc)} = \frac{dx}{2ax - xx} \quad \text{ou} \quad \frac{a\,du}{V(aauu - cc)} = \frac{a\,dx}{2ax - xx}$$

donc l'intégrale priſe généralement eſt

$$l\,\frac{au + V(aauu - cc)}{b} = \tfrac{1}{2}\,l\,\frac{x}{2a - x}$$

ou

ou bien

$$au + V(aauu - cc) = bV\frac{x}{2a-x} = V\frac{bx}{(2ax-xx)}.$$

XLI. De là on trouvera aiſément la valeur de u, qui ſera :

$$u = \frac{ccV(2ax-xx)}{2bx} + \frac{bx}{2V(2ax-xx)}$$

& puisque $y = uV(2ax - xx)$, on obtiendra :

$$y = \frac{cc(2ax-xx)}{2bx} + \frac{bx}{2} = \frac{acc}{b} + \frac{(bb-cc)x}{2b}$$

& il eſt évident que cette équation intégrale, quelque générale qu'elle ſoit, à cauſe de la conſtante indéfinie b, ne renferme pas l'ellipſe déjà trouvée. Ce même accident aura auſſi lieu, dans les deux autres problèmes rapportés, lorsqu'on traitera les équations différentielles trouvées par la méthode ordinaire en cherchant ſon intégrale ; où l'ellipſe qui en fournit une belle ſolution, ne ſera plus compriſe.

XLII. Mais voici la régle générale, par laquelle on peut aiſément trouver ces cas de l'intégrale d'une équation différentielle propoſée, qui échapent à l'intégration ordinaire. Soit z une fonction quelconque des deux variables x & y, & Z une fonction quelconque de z. Soient de plus P, Q, V, auſſi des fonctions quelconques des variables x & y, & ſuppoſons qu'on ſoit parvenu à cette équation différentielle

$$V\,dz = Z(P\,dx + Q\,dy)$$

& il eſt clair, que la valeur $Z = o$ ſatisfait à cette équation : car de là on tirera $z =$ Conſt. & partant $dz = o$, de ſorte que dans le cas $Z = o$ les deux membres de l'équation propoſée évanouïſſent.

XLII. Par le moyen de cette régle on trouvera aiſément l'ellipſe, qui contient une ſolution du ſecond problème ; car étant parvenu à cette

cette équation différentielle :

$$\frac{du}{V(aauu-cc)} = \frac{dx}{2ax-xx} \text{ ou } du(2ax-xx) = dxV(aauu-cc)$$

prenons u pour z, & ſa fonction $V(aauu - cc)$ pour Z, & l'équation propoſée ſera remplie par l'égalité $Z = o$, ou $aauu - cc = o$ d'où l'on tire $u = \frac{c}{a}$ & partant $y = \frac{c}{a} V(2ax - xx)$, qui eſt l'équation pour l'ellipſe en queſtion, qui ſe trouve exclue de l'équation intégrée.

XLIV. Il eſt ici à remarquer, que ces mêmes cas inacceſſibles à l'intégration ordinaire, ſont préciſément ceux, qu'une différentiation réiterée nous a fournis dans les éclairciſſemens du premier paradoxe. Et pour peu qu'on y réfléchiſſe, on s'apercevra que cet accord n'arrive pas par quelque hazard, & on pourra prononcer en général, que toutes les fois qu'une équation différentielle, étant encore différentiée, conduit immédiatement à une équation finie, cette équation finie ne ſauroit jamais être trouvée par la voye ordinaire de l'intégration ; mais que, pour la trouver, il faut appliquer la régle que je viens d'expoſer. De là on voit donc que les deux paradoxes expliqués ſont tellement liés enſemble, que l'un renferme néceſſairement l'autre.

XLV. La régle donc, ſuivant laquelle on juge ordinairement, ſi une équation différentielle eſt intégrée dans toutes ſon étendue, ou non, n'eſt pas générale. On croit communément, que lorsqu'on a intégré en ſorte une équation différentielle, que l'équation intégrale contient une conſtante indéfinie, qui ne ſe trouve pas dans la différentielle, alors l'équation intégrale ſoit complette, ou de la même étendue que la différentielle. Mais nous voyons par les exemples rapportés que, quoique les équations trouvées par l'intégration contiennent une telle conſtante, qui ſemble les rendre générales, les équations différentielles renferment pourtant une ſolution, qui n'eſt pas compriſe dans

dans l'intégrale. Cette circonſtance ſur le critere des équations intégrales complettes nous pourroit fournir un troiſième parodoxe, s'il n'étoit pas déjà ſi étroitement lié avec le précédent.

XLVI. Il peut donc ſouvent arriver, qu'il eſt même abſolument impoſſible d'intégrer, ou même de ſéparer une équation différentielle propoſée, & dont on peut néanmoins par la régle donnée trouver une équation finie qui ſatisfait à la queſtion. Ainſi, ſi l'on étoit parvenu dans la ſolution d'un probleme à une telle équation

$$aa(aa-xx)dy+aaxydx=(aa-xx)(ydx-xdy)V(yy+xx-aa)$$

dont on entreprendroit inutilement l'intégration, on feroit pourtant ſûr que cette équation finie $yy+xx=aa$ y eſt compriſe. Car, poſant $yy+xx-aa=0$, tant l'un que l'autre membre de l'équation évanouït: ce qui devient plus clair lorsqu'on met $y=zV(aa-xx)$, car alors l'équation prendra cette forme: $aadz=(ydx-xdy)V(zz-1)$: & poſant $Z=V(zz-1)$ on aura par la régle donnée $V(zz-1)=0$, ou $z=1$, & partant $yy+xx=aa$,

DES CERFS - VOLANS,

PAR Mr. EULER LE FILS.

Traduit du Latin.

Comme les Cerfs-volans n'ont ſervi jusqu'ici que de jouër aux enfans, les recherches que j'entreprens, paroîtront peu dignes de la Géomètrie ; & à peine auſſi y a-t-il aucun des Geomètres qui ait jugé cet amuſement puérile digne de ſon attention. Il n'en eſt pas moins vrai que c'eſt un ſujet qui demande les diſcuſſions les plus profondes ; & cela pourroit faire naître le doute, ſi les difficultés qui ſe rencontrent dans la réſolution de cette queſtion, n'ont pas plus contribué à détourner les Geomètres de la traiter, que le mépris qu'ils ont eu pour la baſſeſſe apparente du ſujet.

Mais, quand on accorderoit que des jeux d'enfant ne doivent pas arrêter les regards d'un Geomètre, perſonne cependant à ce que j'eſpère, ne me reprochera de m'être occupé de celui-ci, depuis que le célébre Mr. *de Romas* s'eſt ſervi avec tant de ſuccès d'un ſemblable Cerf-volant dans ſes Expériences électriques, & qu'annobliſſant ainſi ce jouët il l'a introduit dans la Phyſique.

En effet, s'étant propoſé d'examiner l'électricité dont les nuées orageuſes ſont remplies, pluſieurs Expériences faites dans ce deſſein, l'ont inſtruit qu'on ne pouvoit ſe promettre une réuſſite ſatisfaiſante, à moins que la barre de fer ne fut élévée à une hauteur beaucoup plus grande, que n'eſt celle qu'on peut lui donner par le moyen des Machines conſtruites au deſſus des plus hauts édifices. Il lui vint donc dans l'eſprit d'employer à cet uſage un Cerf-volant, auquel il attacha

une

une barre legere de fer ; & cela lui réuſſit ſi bien, qu'à l'aide d'un vent aſſez fort il pût tenir ſon Cerf-volant ſuſpendu à la hauteur d'environ ſix cent pieds.

Deſcription du Cerf-volant.

1. J'entens ici par un Cerf-volant, un plan d'une figure quelconque AEBF, compoſé de deux parties égales & ſemblables AEB, & AFB, de ſorte que la droite ADB ſoit le diamètre de cette figure. Pour plus de diſtinction j'appellerai l'extrémité A la tête, & l'autre B, la queüe du Cerf-volant. Fig. 1.

2. Soit la ſurface de ce plan $= a\,a$, & ſon centre de gravité en C : en ſorte que la force du vent, ſuivant quelque obliquité qu'elle vienne à rencontrer ce plan, puiſſe être toujours conſidérée comme concentrée dans ce point C, qu'il faut bien diſtinguer du centre de gravité de tout le corps.

3. Soit de plus G le centre de gravité de tout le corps, & ſon poids $=$ P ; & le Cerf-volant pourra être conçu chaſſé toujours en bas à cauſe de ſa peſanteur par une force P tendant verticalement, dont la direction ſoit cenſée paſſer par le point G.

4. Soit enfin D le point auquel la ficelle eſt attachée ; mais, afin que cette ficelle tenduë ſoit conſtamment ſituée avec le diamètre AB dans un plan perpendiculaire au plan du Cerf-volant, qu'on lie aux points E & F des fils, qui ſeront enſuite réunis à la ficelle.

5. En attachant donc la ficelle de la maniere déjà indiquée, le Cerf-volant aura un mouvement gyratoire libre autour de l'axe EF : mais ſi, outre cela, on joint encore à la ficelle un troiſième fil lié au point Q ou B, on peut faire en ſorte que le Cerf-volant retienne conſtamment la même inclinaiſon donnée avec la ficelle.

6. Dans le premier cas l'inclinaiſon du plan AEBF à la direction de la ficelle pourra varier en une infinité de manieres, de façon

cependant que le plan formé par la direction de la ficelle avec le diamètre AB du Cerf-volant, demeure toujours perpendiculaire au plan du Cerf-volant : & cette inclinaiſon du plan du Cerf-volant à la direction de la ficelle ſera toujours conſtante dans l'autre cas.

7. Comme ces deux cas différent eſſentiellement entr'eux, il conviendra de les traiter ſéparément. Je commencerai par le ſecond, comme étant le plus ſimple ; c'eſt celui dans lequel la ficelle fait avec le plan du Cerf-volant un angle donné, de façon qu'on peut conſidérer la Machine toute entiere, c'eſt à dire, le Cerf-volant avec ſa ficelle, comme un corps roide.

8. Mais la poſition des trois points D, C, & G, entrant ſurtout dans le calcul, nommez leurs diſtances du centre de grandeur du plan $CG = b$ & $CD = c$, ayant déjà appellé les autres quantités, auxquelles on doit auſſi avoir égard, ſçavoir la ſurface $AEBF = aa$, & le poids du Cerf-volant $= P$.

PREMIER CAS,

dans lequel l'inclinaiſon de la ficelle au plan du Cerf-volant eſt donnée.

PROBLEME I.

9. *Trouver les conditions réquiſes pour que le Cerf-volant, ſollicité par un vent donné, demeure ſuſpendu en l'air dans un état de repos.*

SOLUTION.

Fig. 2. 10. Soit AB l'état d'équilibre, dans lequel le Cerf-volant demeure ſuſpendu en l'air par la force du vent, & la tenſion de la ficelle. Puiſque l'angle que la ficelle DT fait avec le plan du Cerf volant eſt donné, qu'il ſoit $ADT = \theta$: ce plan ADT doit être perpendiculaire au plan du Cerf-volant, duquel plan le ſeul diamètre AB eſt repréſenté dans la figure.

11.

11. Enſuite ſoit l'inclinaiſon du plan AB à l'horizon, ou l'angle ACI $= \phi$; la droite horizontale IC dénotant en même tems la direction du vent, & poſant la viteſſe du vent duë à la hauteur v, on aura la force du vent ſur le plan du Cerf-volant égale au poids du volume d'air $= aav \sin \phi^2$.

12. Laquelle force donc, appliquée au Cerf-volant au point C, doit être conçuë ſuivant la direction Cc perpendiculaire à AB. Mais il ſera permis d'exprimer cette force par la formule $aav \sin \phi^2$, pourvû que les autres forces ſoyent auſſi exprimées par de ſemblables volumes d'air, dont les poids ſoyent égaux à leurs poids.

13. Le Cerf-volant ſera de plus ſollicité à cauſe de ſa peſanteur en bas par la force P. Qu'on mene donc par le point G la droite verticale GP, & elle repréſentera la direction de cette force de gravité; mais l'angle BGP ſera le complément de l'angle ACI $= \phi$ pour un angle droit: d'où l'on aura BGP $= 90° - \phi$.

14. Enfin, ſoit la force par laquelle la ficelle DT eſt tenduë, ou la tenſion de la ficelle $=$ T, qui eſt la même par laquelle la ficelle doit être retenuë en T. Si l'on mene à préſent la droite horizontale TR, il eſt évident que l'angle DTR, duquel la ficelle eſt élevée à l'horizon, ſera $= \theta - \phi$.

15. Toute la machine ſera donc ſollicitée par trois forces.

I. Par la force ſuivant Cc $= aav \sin \phi^2$

II. Par la force ſuivant GP $=$ P, &

III. Par la force ſuivant DT $=$ T,

en négligeant ici le poids & la courbure de la ficelle. Il reſte donc à examiner les conditions requiſes, pour que ces trois forces ſe tiennent en équilibre.

16. Pour cette fin il eſt néceſſaire que nous prenions des momens par rapport aux points, autour desquels la machine peut avoir un mouvement de gyration; leſquels momens, par là même qu'ils

doivent ſe détruire, fourniront des équations, par lesquelles on pourra connoitre toute la poſition du Cerf-volant dans l'état d'équilibre.

17. Mais dans le cas préſent, où nous conſidérons toute la machine comme un corps roide, il n'y a que le ſeul point T, autour duquel la machine peut tourner : ainſi cherchons les momens de ces trois forces par rapport au dit point T.

18. Et pour procéder de la maniere la plus abrégée, que la direction de la ficelle DT ſoit prolongée indéfiniment au delà du point D, & que les directions des forces GP, & Cc, ſoyent auſſi prolongées jusqu'à leur concours avec la droite DT ; & que de ces directions celle qui eſt déſignée par GP rencontre la droite DT prolongée en g, & l'autre Cc en c.

19. Alors le moment de la force Cc ſera exprimé par le produit de la force Cc. Tc ſin CcD, & le moment de la force GP par le produit de la force GP. Tg. ſin GgD, lequel étant contraire à l'autre, ils doivent être cenſés égaux entr'eux dans l'état d'équilibre de la machine.

20. A préſent, pour déterminer les valeurs de ces momens, ſoit la longueur de la ficelle DT $= f$: & l'on aura T$c = f + c$D, d'où, à cauſe de l'angle CcD $= 90 - \theta$, nous aurons Tc. ſin CcD $= f$ cof $\theta + c$D . ſin CcD ; mais, comme cD . ſin CcD eſt $=$ CD $= c$, on aura Tc . ſin CcD $= f$ cof $\theta + c$; & par là on trouve

le moment de la force C$c = aav\ (f \text{ cof } \theta + c) \text{ ſin } \Phi^2$.

21. D'une maniere ſemblable, comme Tg. ſin GgD $=$ TD. ſin GgD $+$ Dg. ſin GgD, à cauſe de GgD $= 180° - g$GD $- g$DG $= 90° + \Phi - \theta$: on aura Tg. ſin GgD $= f$ cof $(\theta - \Phi) +$ Dg. ſin GgD : or Dg. ſin GgD eſt $=$ DG. ſin gGD : mais l'angle gGD $= 90° - \Phi$ & DG $= b + c$: leſquelles valeurs étant donc ſubſtituées, nous obtenons Tg . ſin GgD $= f$ cof $(\theta - \Phi) + (b + c)$ cof Φ. D'où nous recueillons le moment de la force GP $=$ P $[f \text{ cof } (\theta - \Phi) + (b + c) \text{ cof } \Phi]$.

22.

22. Ces momens, puisqu'ils doivent être égaux, fourniront l'équation suivante : $aav(f\cos\theta+c)\sin\Phi^2 = P[f\cos(\theta-\Phi)+(b+c)\cos\Phi]$ par laquelle l'angle Φ peut être trouvé : & cette équation étant développée se changera en une autre du quatrième ordre.

23. Mais, pour trouver la tension, qu'on résolve les forces Cc & GP en d'autres, suivant la direction de la ficelle DT, lesquelles affecteront seules la tension ; mais la force Cc résoluë donnera la force $DT = -aav\sin\Phi^2\sin\theta$, & de la force GP naîtra la force $DT = +P\sin(\theta-\Phi)$; lesquelles étant réunies on trouvera la tension de la ficelle, que nous avons appellée

$$T = aav\sin\Phi^2\sin\theta - P\sin(\theta-\Phi).$$

24. La premiere équation donc fournit

$$aav\sin\Phi^2 = \frac{P(f\cos(\theta-\Phi)+(b+c)\cos\Phi)}{f\cos\theta+c},$$ laquelle valeur étant substituée dans l'expression trouvée pour la tension, on obtiendra, la réduction étant faite, la nouvelle valeur suivante pour la tension T

$$T = \frac{P(f\sin\Phi + b\sin\theta.\cos\Phi + c\cos\theta.\sin\Phi)}{f\cos\theta+c}$$

COROLL. 1.

25 Si la viteſſe du vent ceſſoit tout à fait, toute la machine tomberoit en bas en tournant autour du point T, de façon que le centre de gravité G repoſeroit verticalement ſous le point T. Dans lequel cas à cauſe de cela on auroit : $f\cos(\theta-\Phi)+(b+c)\cos\Phi = 0$.

COROLL 2.

26. L'effet du vent que nous conſidérons ici, ne commencera à devenir ſenſible, que lorsque la ficelle DT vient à s'élever au deſſus de l'horizon ; mais, pour que cette ficelle occupe la poſition horizon-

rale,

tale, ce qui arrive ſi $\Phi = \theta$, la viteſſe du vent doit être telle, que v devienne $= \frac{P(f + (b + c)\cos\theta)}{aa \sin\theta^2 (f\cos\theta + c)}$.

COROLL 3.

27. Toutes les fois donc que la viteſſe du vent n'excède pas ce terme, tout autant de fois la ficelle ne s'élevera pas au deſſus de l'horizon; mais réciproquement, plus la viteſſe du vent ſurpaſſera ce terme, plus le Cerf-volant s'élevera au deſſus de l'horizon; & ſi enfin la viteſſe du vent devient infinie, on trouvera $\Phi = 0$, & le plan du Cerf-volant s'éleveroit en l'air, jusqu'à ce qu'il atteignit la ſituation horizontale.

COROLL 4.

28. Mais, afin que le Cerf-volant puiſſe s'élever avec la plus grande facilité dans l'air, l'angle θ devra être pris, de façon que la quantité trouvée pour v au §. 26 devienne la plus petite. Mais, parce que la longueur de la ficelle eſt toujours priſe ſi grande qu'à ſon égard les intervalles b & c peuvent être négligés, tout ſe réduira à ce que la quantité $\sin\theta^2 . \cos\theta$ ſoit la plus grande.

COROLL 5.

29. Ayant donc fait l'expreſſion $\sin\theta^2 . \cos\theta$ ou $\cos\theta - \cos\theta^3$ la plus grande, on trouvera cette condition $1 - 3\cos\theta^2 = 0$, d'où $\cos\theta = V\frac{1}{3}$ & $\sin\theta = V\frac{2}{3}$; de là l'angle même ADT ſera $= \theta = 54°, 44'$. C'eſt donc de cet angle que la ficelle doit être inclinée au plan du Cerf-volant, pour monter le plus haut.

COROLL. 6.

30. En négligeant donc les intervalles b & c à l'égard de la longueur de la ficelle $DT = f$, le Cerf-volant s'élevera au deſſus de l'horizon, dès que v aura ſurpaſſé la quantité $\frac{3PV3}{2aa}$.

COROLL.

COROLL. 7.

31. Soit donc $v > \frac{3P\sqrt{3}}{2aa}$, & l'angle Φ ſera trouvé par l'équation ſuivante $aav \sin\Phi\cos\theta = P\cos\theta\cos\Phi + P\sin\theta\sin\Phi$, ou à cauſe de rang $\theta = \sqrt{2}$, de celle-ci $aav\sin\Phi^2 = P\cos\Phi + P\sin\Phi\sqrt{2}$.

COROLL. 8.

32. Qu'on appelle pour abréger $\frac{P}{aav} = n$, de ſorte que nous ayons cette équation : $\sin\Phi^2 - n\sin\Phi\sqrt{2} = n\cos\Phi$, qui en prenant les quarrés donnera $\sin\Phi^4 - 2n\sin\Phi^3\sqrt{2} + 2nn\sin\Phi^2 = nn - nn\sin\Phi^2$: qu'on poſe de plus $\sin\Phi = \frac{z}{\sqrt{2}}$, & l'équation à réſoudre ſe changera en celle-ci

$$z^4 - 4nz^3 + 6nnzz - 4nn = 0.$$

COROLL. 9.

33. Si $v = \frac{3P\sqrt{3}}{2aa}$, n ſera $= \frac{2}{3\sqrt{3}}$: d'où, ſi $v > \frac{3P\sqrt{3}}{2aa}$, la valeur de n deviendra moindre que $\frac{2}{3\sqrt{3}}$, ou $\frac{8}{21}$ Conſidérons donc n comme un nombre fort petit ; & nous aurons par les approximations $z = \sqrt{2}n + n + \frac{n\sqrt{n}}{2\sqrt{2}}$, & de là $\sin\Phi = \sqrt{n} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \frac{n\sqrt{n}}{4}$.

COROLL. 10.

34. Parce qu'il a été permis de négliger les intervalles b & c, pourvû que la ficelle ſoit aſſez longue, ce ſera la même choſe dans quelque endroit qu'on l'attache, pourvû que ſon inclinaiſon au plan du Cerf-volant ſoit $54^\circ\ 44'$; mais, ſi l'angle θ approchoit davantage

de l'angle droit, il ne ſeroit plus permis de négliger l'intervalle c par rapport à f cof θ.

Application à la Pratique.

35. Comme le poids du Cerf-volant eſt connu, ou pourra le ſuppoſer égal à un cylindre d'air qui a pour baſe la ſurface du Cerf-volant. Or on eſtime $\frac{8}{1000}$ d'une livre le poids d'un pied cubique d'air. Soit donc h la hauteur de ce cylindre; & dans toutes les formules il faudra ſubſtituer aah pour P.

36. En poſant donc $P = aah$, & en négligeant les diſtances b & c, l'équation pour trouver l'angle Φ revêtira cette forme,

$$v \text{ ſin } \Phi^2 \text{ cof } \theta = h \text{ cof } \theta \text{ cof } \Phi + h \text{ ſin } \theta \text{ ſin } \Phi.$$

& ſi outre cela, au lieu de θ on ſubſtitue la valeur trouvée 54°, 44′, ou que pour cof θ on écrive $\sqrt{\frac{1}{3}}$, & pour ſin θ, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, cette équation ſe changera en celle ci, v ſin $\Phi^2 = h$ cof $\Phi + h$ ſin $\Phi . \sqrt{2}$: d'où, en poſant $\frac{h}{v} = n$, on tirera par des approximations

$$\text{ſin } \Phi = \sqrt{n} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \frac{n\sqrt{n}}{4}$$

37. Pour la tenſion de la ficelle nous aurons $T = \frac{P \text{ ſin } \Phi}{\text{cof } \theta} = aah \text{ ſin } \Phi \sqrt{3}$, & ſi n eſt un fort petit nombre, afin que l'approximation ait lieu, on aura

$$T = P\left(\sqrt{\frac{3h}{v}} + \frac{h}{v}\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{h}{4v}\sqrt{\frac{3h}{v}}\right)$$

D'où il paroit que la tenſion de la ficelle ſera d'autant moindre, que la viteſſe du vent ſera plus grande.

38. Nous avons ſuppoſé ici, ſuivant la régle commune, que la force du vent ſur le Cerf-volant eſt aav ſin Φ^2. Mais pluſieurs Expé-

Expériences enſeignent qu'on doit la ſtatuër le double plus grande, ſçavoir $= 2aav \sin \Phi^2$, laquelle régle ſi nous voulons ſuivre, il n'y aura ſeulement qu'à écrire dans nos formules $2v$ au lieu de v; nous pourrons auſſi prendre pour v la double hauteur duë à la viteſſe du vent. D'où, ſi le vent parcourt l'eſpace s pendant $1''$, g dénotant la hauteur de laquelle un corps péſant tombe librement dans $1''$, il conviendra de poſer $v = \frac{ss}{2g}$; or g eſt à peu près un eſpace de 15 pieds.

EXEMPLE.

39. Qu'on faſſe le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la baſe $= aa$, & la hauteur d'un pied, de ſorte que h ſoit $= 1$. En faiſant donc $\theta = 54°, 44'$, afin que le Cerf volant s'éleve au deſſus de l'horizon, il eſt néceſſaire que $v > \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ou $v > \frac{21}{8}$ d'un pied. Or un tel vent, dont la hauteur duë à ſa viteſſe v ſoit $\frac{21}{8}$ d'un pied, parcourra dans $1''$ l'eſpace $2\sqrt{gv} = \sqrt{\frac{30.20}{8}}$ qui ſera presque un eſpace de 9 pieds.

Premier Cas.

40. Soit premièrement $s = 10$, on aura $n = \frac{3}{10} = 0,3$, & $nn = 0,09$. D'où il faudra réſoudre cette équation $z^4 - 1,2z^3 + 0,54zz - 0,36 = 0$, de laquelle on tirera $z = 1\frac{1}{75}$, & de là $\Phi = 45°, 46'$; mais, parce que $\theta = 54°, 44'$, l'angle DTR que la ficelle fait avec l'horizon, ſera $= \theta - \Phi = 8°, 58'$. Enſuite, en poſant le poids du Cerf-volant $= P$, la tenſion de la ficelle ſera $T = 1,24\,P = 1\frac{1}{4}P$ à très peu près.

Second Cas.

41. Qu'on ſuppoſe à préſent que le vent parcourt un eſpace de 15 pieds dans une ſeconde, & on aura $n = \frac{2}{15}$ & $nn = \frac{4}{225}$: d'où l'équation à réſoudre ſera $z^4 - \frac{8}{15} z^3 + \frac{24}{225} zz - \frac{16}{225} = 0$.

Soit $z = \frac{y}{15}$ afin qu'on ait $y^4 - 8y^3 + 24yy - 3600 = 0$: dont la racine à peu près eſt $y = 9\frac{8}{13}$; d'où z ſera $= \frac{2}{3}\frac{5}{9}$. De là on tirera $\phi = 26°, 57'$, & le vent élevera le Cerf-volant à une ſi grande hauteur, que l'angle DTR ſera $= 27°, 47'$. Or la tenſion de la ficelle ſera $= 0,755$ P.

Troiſième Cas.

42. A préſent qu'on faſſe $s = 20$ pieds, & à cauſe de $n = \frac{3}{40}$ & $nn = \frac{9}{1600}$, l'équation à réſoudre ſera $z^4 - \frac{12}{40} z^3 + \frac{54}{1600} zz - \frac{36}{1600} = 0$.

Soit de nouveau $z = \frac{y}{40}$, & l'équation ſe changera en celle-ci, $y^4 - 12y^3 + 54yy - 57600 = 0$, d'où l'on tirera $y = 18\frac{1}{3}$; & par conſéquent $z = \frac{11}{24}$: de là $\phi = 18°, 55'$. L'angle DTR ſera donc $= 35°, 49'$, & la tenſion de la ficelle T $= 0,562$ P.

Remarques.

43. Mais ce premier cas, que nous venons de conſidérer, n'aura lieu que quand la ficelle eſt attachée au Cerf-volant, de façon que toute la machine peut être conſidérée comme un ſeul corps roide. Car il eſt non ſeulement requis que l'angle ADT ſoit invariable, mais auſſi que la ficelle demeure droite du point D au point T.

44. Si pour conſerver l'angle A D T on applique le fil At, qui en le tendant rendroit l'angle ADT conſtamment égal à une quantité donnée, cela ne ſuffiroit pourtant pas encore pour retenir les points D, t, & T, dans la ligne droite; & le Cerf-volant avec ce triangle ADT pourroit tourner encore librement autour du point t.

Il ſeroit donc requis outre cela que la ficelle D T fut roide, de façon qu'elle ne ſouffrit aucune infléxion ; ce dont on pourroit encore venir à bout, ſi le point t étoit pris en T. Il ſera donc néceſſaire que deux fils ſoyent liés aux points D & A, qui pourront enſuite être attachés au point T ; & de peur que l'angle A D T ne ſouffre quelque variation, à cauſe du relâchement de l'un ou de l'autre de ces fils, il ſera expédient d'y en joindre encore un troiſième, qui étant lié au point B ſe réuniſſe avec les deux autres au point commun T.

45. Mais, de quelque maniere que nous fabriquions la machine, le poids de la ficelle, que nous avons négligé ici, influera pourtant beaucoup ſur les effets, & les changera. Car poſons que ce poids de la ficelle, ou de ces trois fils, ſoit Q, & il en naîtra premierement un moment pour tirer le Cerf-volant en bas $= 2\,Q\,f\,\mathrm{cof}(\theta-\phi)$, & en ſecond lieu la tenſion ſera diminuée par la force $Q\,\mathrm{ſin}\,(\theta-\phi)$.

46. Nous aurions donc, ſi nous introduiſions le poids des fils Q, l'équation ſuivante pour l'angle ϕ ; $a\,a\,v\,\mathrm{ſin}\,\phi^2\ \mathrm{cof}\,\theta = P\,f\,\mathrm{cof}\,(\theta-\phi) + \frac{1}{2}\,Q\,f\,\mathrm{cof}\,(\theta-\phi)$, & pour la tenſion des fils $T = a\,a\,v\,\mathrm{ſin}\,\phi\,\mathrm{ſin}\,\theta - P\,\mathrm{ſin}\,(\theta-\phi) - Q\,\mathrm{ſin}\,(\theta-\phi)$ ou $T = \frac{P\,\mathrm{ſin}\,\phi}{\mathrm{cof}\,\theta} - \frac{1}{2}\,Q\,\mathrm{ſin}\,\theta\,\mathrm{cof}\,\phi + R\,\frac{(1+\mathrm{cof}\,\theta)\,\mathrm{ſin}\,\phi}{a\,\mathrm{cof}\,\theta}$. D'où il ſera très facile de corriger les déterminations précédentes.

47. Comme une ſemblable diſpoſition rend la machine plus compliquée, que ſi l'on employoit une ſeule ficelle, qui par conſéquent permettroit à l'angle A D T de ſouffrir des variations, je paſſe à l'examen de l'autre cas, dans lequel la ficelle attachée n'empêche pas que l'angle A D T ne varie, de façon que le Cerf-volant peut tourner librement autour de ſon axe E F (Fig. 1.)

SECOND CAS,

où l'on ſuppoſe l'inclinaiſon de la ficelle au plan du Cerf-volant variable.

PROBLEME II.

48. *En attachant au Cerf-volant au point* D *la ficelle fixe en* T, *trouver les momens de la force du vent & du poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, pour changer l'état que le Cerf-volant eſt ſuppoſé avoir dans le tems préſent.*

SOLUTION.

49. Dans ce cas il y a déjà deux choſes qui déterminent la poſition du Cerf-volant, ſçavoir premièrement l'angle DTR, que la ficelle fait avec l'horizon TR, & enſuite l'angle ADT, qui eſt l'inclinaiſon de la ficelle au Cerf-volant.

50. Soit à préſent l'angle $ADT = \theta$, & l'angle que le Cerf-volant fait avec la direction du vent $ACI = \phi$; d'où l'angle de l'inclinaiſon de la ficelle ad l'horiſon DTR ſera $= \theta - \phi$, pourvû que l'on conçoive le vent comme ſoufflant horizontalement. Ces deux angles θ & ϕ détermineront donc abondamment la poſition du Cerf-volant.

51. Enſuite, qu'on poſe comme dans le cas précédent la ſurface du Cerf-volant $= aa$, & ſon poids $= P$, qui pourra auſſi être exprimé par un volume d'air qui ſoit $= aah$. Soit de plus C le centre de gravité de la ſurface du Cerf-volant, ou plutôt ſon centre de grandeur, & G le centre de gravité de tout le corps; & qu'on appelle les intervalles $CG = b$ & $CD = c$; la longitude de la ficelle $DT = f$, ſon poids $= Q$, & la tenſion $= T$.

52. Que le vent parcoure en une ſeconde l'eſpace s, & ſoit g la hauteur par laquelle un corps peſant tombe librement en $1''$. Qu'on ſuppo-

ſuppoſe de plus $v = \frac{ss}{2g}$ (§. 38.) & la force du vent ſur le plan du Cerf-volant ſuivant la direction Cc ſera $= aav \sin \Phi^2$; mais à cauſe de la peſanteur le Cerf-volant ſera ſollicité en bas ſuivant la direction verticale GP par une force $=$ P.

53. La machine étant préſentement capable d'un double mouvement rotatoire, ſçavoir l'un autour du point T, & l'autre autour du point D, il faut déterminer les momens de toutes les forces ſollicitantes à l'égard de ces deux points D & T, au lieu que dans le cas précédent il n'avoit été néceſſaire de déterminer ces momens qu'à l'égard du ſeul point T.

54. Pour ce qui regarde le point T, il eſt déjà conſtant par le problème précédent, que le moment de la force Cc eſt $= aav\,(f \cos\theta + c) \sin \Phi^2$, & que le moment de la force de gravité $GP = P\,(f \cos(\theta - \Phi) + (b+c)\cos\Phi)$. A' quoi l'on doit encore joindre le moment de la force né du poids de la ficelle, ſçavoir le moment de la force $OV = \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \Phi)$, en négligeant ſa courbure, & en ſuppoſant qu'elle eſt partout d'une même épaiſſeur, & faite d'une matiere homogene.

55. Enſuite, comme le Cerf-volant doit auſſi tourner à part autour du point D, on trouvera facilement par rapport à ce point,

le moment de la force du vent $Cc = aacv \sin \Phi^2$: &

le moment de la force de gravité $GP = (b+c) P \cos \Phi$;

d'où l'on recueille

le moment total qui tend à diminuer l'angle ADT $=$

$aacv \sin \Phi^2 - (b+c) P \cos \Phi$, &

le moment total qui tend à augmenter l'angle DTR $=$

$aav(f\cos\theta + c)\sin\Phi^2 - P(f\cos(\theta-\Phi) + (b+c)\cos\Phi) - \frac{1}{2} Qf\cos(\theta-\Phi)$.

56.

56. Enfin la tenſion de la ficelle, ou la force par laquelle la ficelle doit être arrêtée en T ſera, comme elle a déjà été trouvée §. 46.

$$T = aav \sin\Phi^2 \sin\theta - P \sin(\theta-\Phi) - Q \sin(\theta-\phi)$$

Et ce ſont là toutes les déterminations que demande la ſolution de ce problème.

PROBLEME III.

57. *Toutes ces déterminations étant données, definir la poſition, ſuivant laquelle le Cerf-volant expoſé à un vent donné ſe trouve en équilibre.*

SOLUTION.

58. Qu'on retienne donc toutes les déterminations, telles qu'elles ont été dans le problème précédent, & tout ſe réduira à trouver pour la ſituation d'équilibre du Cerf-volant, tant à l'égard du point T que du point D, les angles Φ & θ.

59. Or l'état d'équilibre à l'égard du point D donne cette équation, $aacv \sin\Phi^2 = (b+c)\, P \cos\Phi$.

Qu'on poſe pour abréger $\frac{P(b+c)}{aacv} = \frac{b(b+c)}{cv} = 2n$: afin que $\sin\Phi^2$ devienne $= 2n\cos\Phi$, ou $1 - \cos\Phi^2 = 2n\cos\Phi$; d'où l'on tire d'abord $\cos\Phi = -n + V(nn+1)$, & de là $\sin\Phi = V[2nV(1+nn) - 2nn]$.

60. De plus, afin que la machine ſoit auſſi ſoutenuë en équilibre par rapport au point T, il eſt requis que ſoit

$$aav(f\cos\theta+c)\sin\Phi^2 = P[f\cos(\theta-\Phi) + (b+c)\cos\Phi] + \tfrac{1}{2}Qf\cos(\theta-\Phi)$$

Mais cette équation, à cauſe de la précédente $P(b+c)\cos\Phi = aacv\sin\Phi^2$, revêtira la forme ſuivante plus ſimple.

$$aav \sin\Phi^2 \cos\theta = (P + \tfrac{1}{2}Q)\cos(\theta - \Phi).$$

61.

61. L'angle Φ, étant déjà trouvé, à cauſe de $naa \sin \Phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi$, l'équation à réſoudre ſera

$$P(b+c) \cos \Phi \cos \theta = (P + \tfrac{1}{2} Q)\, c \cos(\theta - \Phi):$$

Soit pour abréger $\frac{P(b+c)}{(P+\frac{1}{2}Q)c} = m$, de ſorte que l'équation ait cette forme

$$m \cos \Phi \cos \theta = \cos \theta \cos \Phi + \sin \theta \sin \Phi$$

de laquelle on tire d'abord :

$$\text{tang } \theta = \frac{(m-1)\cos \Phi}{\sin \Phi} = \frac{(Pb - \frac{1}{2}Qc)\cos \Phi}{(P+\frac{1}{2}Q)\, c \sin \Phi}.$$

62. Les angles θ & Φ étant trouvés, leur différence $\theta - \Phi$ nous indiquera l'inclinaiſon de la ficelle DT à l'horizon TR, où l'angle DTR. Ou bien, à cauſe de $\text{tang}(\theta - \Phi) = \frac{\text{tang}\,\theta - \text{tang}\,\Phi}{1 + \text{tang}\,\theta \,.\, \text{tang}\,\Phi}$, on exprimera auſſi ſéparément

$$\text{tang}(\theta - \Phi) = \frac{(m-1)\cot \Phi - \text{tang}\,\Phi}{m} = \frac{(m-1)\cos \Phi^2 - \sin \Phi^2}{m \sin \Phi \,.\, \cos \Phi},$$

$$\text{ou tang}(\theta - \Phi) = \frac{\cos \Phi}{\sin \Phi} - \frac{(P + \frac{1}{2}Q)\, c}{P(b+c)\sin \Phi \,.\, \cos \Phi}.$$

63. Quant à ce qui regarde la force, par laquelle la ficelle doit être retenuë en T, on la réduit, à cauſe de $naa \sin \Phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi$, à cette forme

$$T = \frac{P(b+c)\cos \Phi \,.\, \sin \theta}{c} - (P+Q)\sin(\theta - \Phi)$$

dont la valeur pourra par conſéquent être aiſément aſſignée, à cauſe des angles θ & Φ connus.

PROBLEME IV.

64. *Déterminer la diſpoſition du Cerf-volant, ſuivant laquelle il ſeroit élevé par la force d'un vent donné à la plus grande hauteur.*

SOLUTION.

65. Il eſt donc requis d'attribuer aux intervalles b & c de telles valeurs qu'elles rendent l'angle $\theta - \Phi$ le plus grand. Mais, comme $\frac{b+c}{c}$ eſt $= \frac{aav \sin \Phi^2}{P \cos \Phi}$, tout revient à trouver l'angle Φ, de façon que la valeur trouvée pour $\tang(\theta - \Phi)$, ou cette formule $\frac{\cos \Phi}{\sin \Phi} - \frac{P + \frac{1}{2}Q}{aav \sin \Phi^3}$, devienne un *maximum*.

66. Or la différentiation de cette formule donnera l'équation $\frac{-1}{\sin \Phi^2} + \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)\cos \Phi}{aav \sin \Phi^4} = 0$; d'où l'on tire $aav \sin \Phi^2 = 3(P + \frac{1}{2}Q)\cos \Phi$. Mais, à cauſe de $aav \sin \Phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi$, on obtient $\frac{b+c}{c} = \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)}{P}$. Il eſt donc néceſſaire que $\frac{b+c}{c}$ ſoit $= 3 + \frac{3Q}{2P} = \frac{DG}{DC}$.

67. La ſituation des points G & C étant donc donnée, on trouve le lieu du point D où la ficelle doit être attachée, & alors le Cerf-volant ſera élevé à la plus grande hauteur. En effet il faut prendre $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$, ou $CD = \frac{2P}{4P+3Q} CG$: Donc l'intervalle CD devra être encore moindre que la moitié de l'intervalle G C.

68. De plus le point D étant déterminé de maniere que $\frac{b+c}{c}$ devienne $= 3 + \frac{3Q}{2P}$, ou aura pour l'élévation du Cerf-volant au deſſus de l'horizon $\text{tang}\,(\theta - \Phi) = \frac{3\cos\Phi - 1}{3\sin\Phi\cos\Phi}$. Poſant enſuite pour abréger $\frac{3(P + \frac{1}{2}Q)}{aav} = 2n$, l'angle Φ ſera déterminé par cette expreſſion $\cos\Phi = -n + V(nn+1)$, ou $\sin\Phi = V2n\,[-n + V(nn+1)]$.

69. Ces valeurs étant ſubſtituées dans l'expreſſion pour l'élevation trouvée du Cerf-volant,

on aura $\text{tang}\,(\theta-\Phi) = \frac{6nn+2-6nV(nn+1)}{3(-n+V(nn+1)^{\frac{3}{2}}V2n}$ ou

$$\text{tang}\,(\theta-\Phi) = \frac{2[-2n+V(1+nn)]V[n+V(1+nn)]}{3V2n}, \text{ ou}$$

$$\text{tang}\,(\theta-\Phi) = \tfrac{2}{3}V\frac{n^3-3n+(1+nn)V(1+nn)}{2n} = \text{tang DTR}.$$

70. Enfin la tenſion de la ficelle T ſera $= 3(P + \frac{1}{2}Q)\sin\theta\cos\Phi - (P+Q)\sin(\theta-\Phi)$, laquelle revêt auſſi cette forme :

$$T = (2P + \tfrac{1}{2}Q)\sin\theta\cos\Phi + (P+Q)\cos\theta\sin\Phi$$

Et par ces déterminations on connoîtra toutes les choſes qui ſont requiſes, pour que le Cerf-volant puiſſe s'élever à la plus grande hauteur.

COROLL. I.

71. La plus grande hauteur donc, à laquelle le Cerf-volant puiſſe être élevé, évanouïra ſi $2n = V(1+nn)$, c'eſt à dire dans le cas de $n = V\frac{1}{3}$; ce qui arrive donc, ſi $v = \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)V3}{2aa}$.

Mais, ſi l'on poſe l'eſpace que le vent parcourt en une ſeconde $= s$, nous aurons pour ce cas, où la plus grande hauteur du Cerf-volant évanouït, $s = V 2gv = V\frac{3g(P + \frac{1}{2}Q)}{aa}$.

COROLL. 2.

72. A moins donc que v ne ſurpaſſe cette quantité $\frac{3(P+\frac{1}{2}Q)V3}{2aa}$, où que s ne ſoit $> \frac{V 3g(P+\frac{1}{2}Q)}{aa}$, il ne ſçauroit arriver que le Cerf-volant ſoit élevé au deſſus de l'horizon. D'où il paroit que, plus la ficelle eſt longue, & par conſéquent peſante, plus la force du vent doit être grande.

COROLL. 3.

73. Si la viteſſe du vent étoit infinie, & par conſéquent $n = 0$, il eſt évident que la ficelle ſeroit élevée à la ſituation verticale, & alors l'angle Φ évanouïroit; mais l'angle θ ſera droit, & la tenſion de la ficelle $T = 2P + \frac{1}{2}Q$.

Remarques.

74. Mais, quelle que ſoit cette force requiſe pour retenir la ficelle en T, ſa tenſion en D ſera plus grande parce qu'il y a ici de plus à ſoutenir le poids de toute la ficelle. C'eſt pourquoi la tenſion de la ficelle en D ſera $=$

$$\frac{P(b+c)\ \text{ſin}\ \theta.\ \text{cof}\ \Phi}{c} - P\ \text{ſin}\ (\theta - \Phi)$$

75. De là, ſi l'on fait $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$, la tenſion en D ſera $= 3(P + \frac{1}{2}Q)\ \text{ſin}\ \theta\ \text{cof}\ \Phi - P\ \text{ſin}\ (\theta - \Phi)$ ou $= (2P + \frac{3}{2}Q)\ \text{ſin}\ \theta\ \text{cof}\ \Phi + P\ \text{cof}\ \theta\ \text{ſin}\ \Phi$: D'où cette tenſion

tenſion de la ficelle en D, dans le cas d'un vent infiniment fort, ſeroit $= 2P + \frac{3}{4}Q$.

76. Comme pour élever le Cerf-volant à la plus grande hauteur, il eſt néceſſaire de prendre l'eſpace $CD = \frac{2P}{4P+3Q} CG$; de ſorte qu'il ſoit $CD : CG = 2P : 4P + 3Q$; ſi la diſtance CG evanouïſſoit, les trois points C, D, & G, ſe réuniroient en un. Alors donc, dans quelque ſituation que le Cerf-volant ait été, tous ſes momens évanouïront à l'égard du point D.

77. Dans ce cas donc le Cerf-volant ſera indifférent à toutes les inclinaiſons par rapport à la ficelle DT, & la machine ne produira pas ſon effet deſiré. Il paroit donc tout à fait néceſſaire dans la conſtruction du Cerf volant de prendre garde en même tems à ce que, quand ſa vraye poſition vient à être troublée par une cauſe quelconque, il ſe trouve des forces qui le rétabliſſent auſſi-tôt dans la ſituation d'équilibre.

PROBLEME V.

78. *L'état d'équilibre du Cerf-volant étant troublé, trouver les forces qui ſervent à le rétablir dans cet état.*

SOLUTION.

79. Comme il y a deux angles, ſçavoir $ACH = \phi$ & $ADT = \theta$, qui déterminent l'état d'équilibre, cet équilibre peut être troublé d'une double maniere, quand l'un ou l'autre des angles s'ecarte de la vraye valeur qui répond à l'état d'équilibre de la machine.

80. Or premièrement l'état d'équilibre requiert un angle ACT, tel que $aacv \sin \phi^2$ ſoit $= (b + c) P \cos \phi$. Qu'on ſuppoſe donc l'angle ϕ croiſſant de la quantité infiniment petite $d\phi$, & la force Cc

tendra à rétablir cet angle, tandis que l'autre G P produira un effet contraire.

81. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre ſera $aavc$ ſin $(\Phi + d\Phi)^2 - P(b+c)$ coſ $(\Phi + d\Phi)$, laquelle expreſſion, à cauſe de $aavc$ ſin $\Phi^2 - P(b+c)$ coſ $\Phi = 0$, eſt réduite à celle-ci $(2aavc$ ſin Φ coſ $\Phi + P(b+c)$ ſin $\Phi)\, d\Phi$, ou à la ſuivante

$$P(b+c)\,(2\cos\Phi^2 + \sin\Phi^2)\,\frac{d\Phi}{\sin\Phi}.$$

82. Il eſt manifeſte de là que l'état d'équilibre eſt rétabli de nouveau, pourvû que la diſtance D G ſoit poſitive, & que la force de reſtitution lui ſoit proportionelle. Au contraire on voit que l'état d'équilibre troublé par une cauſe quelconque n'eſt pas auſſi ſubitement rétabli, ſi cet intervalle D G eſt fort petit ; & s'il devient négatif, il n'y a plus lieu à aucune reſtitution.

83. Qu'on établiſſe à préſent que l'angle A C H $= \Phi$ retient ſa juſte valeur ; or l'angle D T R $= \theta - \Phi$; de là auſſi A D T $= \theta$ étant augmenté dans quelque cas d'une quantité infiniment petite $d\theta$, alors la force G P $= P$ avec la peſanteur de la ficelle $= Q$ rétablira l'équilibre ; mais au contraire la force du vent C V tendra à produire l'effet oppoſé.

84. En poſant donc pour θ, $\theta + d\theta$, le moment de la force, pour rétablir la machine dans ſon état précédent d'équilibre, ſera

$$P(f\,\text{cſ}(\theta-\Phi+d\theta)+(b+c)\,\text{cſ}\,\Phi)+\tfrac{1}{2}Q\,f\,\text{cſ}(\theta-\Phi+d\theta)-aav(f\cos(\theta+d\theta)+c)\sin\Phi^2$$

Mais l'état d'équilibre demandant cette équation,

$$P(f\,\text{cſ}\,(\theta-\Phi)+(b+c)\cos\Phi)+\tfrac{1}{2}Q\,f\cos(\theta-\Phi)-aav(f\cos\theta+c)\sin\Phi^2 = 0,$$

le moment de la force reſtituante ſera

$$d\theta\,[aav\sin\Phi^2 f\sin\theta - Pf\sin(\theta-\Phi) - \tfrac{1}{2}Qf\sin(\theta-\Phi)]$$

87.

85. De là, par ce que $aav \sin \Phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi$, ce moment de reſtitution ſera exprimé de la maniere ſuivante

$$f d \theta \left[\frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \Phi - P \sin (\theta - \Phi) - \tfrac{1}{2} Q \sin (\theta - \Phi)\right]$$

Plus donc la quantité $\frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \Phi - P \sin (\theta - \Phi) - \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \Phi)$ ſera grande, & plus la machine ſe remettra vîte dans ſa premiere poſition d'équilibre.

86. La force pour retenir la ficelle tenduë en T, ayant été trouvée

$$T = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \Phi)$$

le moment de la force qui tend à remettre la machine en équilibre, à l'égard du point T pourra être exprimé d'une maniere plus ſuccinte ainſi, $f d \theta (T + \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \Phi)$

COROLL. 1.

87. Afin donc que le Cerf-volant expoſé au vent ſe conſerve lui-même le plus qu'il eſt poſſible dans l'état d'équilibre, les deux expreſſions ſuivantes doivent être renduës auſſi grandes que les circonſtances le permettent

I. $\frac{P(b+c)(2 \cos \Phi^2 + \sin \Phi^2)}{\sin \Phi}$ &

II. $\frac{b+c}{c} P f \cos \Phi \sin \theta - (P + \frac{1}{2} Q) f \sin (\theta - \Phi)$

COROLL. 2.

88. Mais, parce que nous avons trouvé ci-deſſus (§. 61.) $(P + \frac{1}{2} Q) \cos (\theta - \Phi) = \frac{b+c}{c} P \cos \Phi \cos \theta$, la ſeconde expreſ-

preſſion revêtira auſſi cette forme $(P + \frac{1}{2} Q) \frac{f \sin \Phi}{\cos \theta}$, laquelle étant poſitive, ne répugne jamais à la reſtitution, pourvû que la ficelle ſoit priſe aſſez longue.

Application à la Pratique.

89. On doit donc ſurtout prendre garde de donner au Cerf-volant une figure telle, que le centre de grandeur C ſoit à la plus grande diſtance du centre de gravité de la machine G; ce que l'on obtiendra auſſi, ſi l'on attache quelque petit poids au Cerf-volant au point le plus bas B, afin que ce poids conduiſe le centre de gravité de tout le corps plus près du point B, & l'éloigne du point C.

90. Alors le poids du Cerf-volant étant poſé $= P$, & celui de la ficelle $= Q$, qu'on prenne entre le point C & la tête du Cerf-volant A le point D, de façon que la diſtance CD devienne $= \frac{2P}{4P+3Q}$. CG, auquel lieu D la ficelle D T ſoit alors attachée. On a auſſi trouvé pour le point D cette équation $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$

91. Enſuite, en poſant la ſurface du Cerf-volant $= aa$, que le vent parcoure en une ſeconde l'eſpace s, & ſoit g la hauteur par laquelle un corps peſant tombe librement pendant ce même eſpace de tems, & que de plus on faſſe $\frac{ss}{2g} = v$. Alors qu'on réduiſe les poids P & Q à des volumes d'air de la même peſanteur, ſuivant l'hypotheſe commune, qui évalue un pied cubique d'air à un $\frac{8}{100}$ de livre. Enfin, qu'on poſe pour abréger $\frac{3(2P+Q)}{2aav} = \frac{3g(2P+Q)}{aass} = 2n$.

92.

92. Toutes ces choſes étant préſuppoſées, le Cerf-volant expoſé au vent prendra une telle ſituation que l'inclinaiſon de ſon plan à l'horizon, ou l'angle A C I $= \phi$ ſera exprimé de cette maniere $\text{cof}\,\phi = -n + V(nn+1)$, ou $\text{ſin}\,\phi = V2n\,[-n+V(nn+1)]$; mais l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon T R, ou l'angle D T R $= \theta - \phi$, ſera déterminé de façon que $\text{tang}\,(\theta-\phi) = \frac{2\,[-2n+V(nn+1)]\,Vn+V(nn+1)}{3\,V\,2n}$,

ou $\text{tang}\,(\theta-\phi) = \frac{2}{3}\,V\,\frac{n^3-3n+(1+nn)\,V(1+nn)}{2n}$.

93. D'où il paroit de plus que le Cerf-volant ne s'élévera pas au deſſus de l'horizon, à moins que $V(1+nn)$ ne devienne $> 2n$ ou $n < V\frac{1}{3}$: il ſera donc néceſſaire que $\frac{3g(2P+Q)}{2aass}$ ſoit $< V\frac{1}{3}$: de là $s > V\,\frac{3g(2P+Q)\,V3}{2aa}$. Afin donc que la machine ſoit plus aiſément élevée, il faut ſurtout avoir ſoin que le poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, devienne le plus leger qu'il eſt poſſible.

94. Or ayant trouvé $\text{tang}\,\theta = \frac{(m-1)\,\text{cof}\,\phi}{\text{ſin}\,\phi}$, où $m = \frac{P(b+c)}{(P+\frac{1}{2}Q)c}$; cette quantité m, à cauſe de $\frac{b+c}{c} = \frac{3\,(P+\frac{1}{2}Q)}{P}$, devient $= 3$. Et de là $\text{tang}\,\theta = \frac{2\,\text{cof}\,\phi}{\text{ſin}\,\phi}$, ou $\text{tang}\,\theta = 2\,\text{cot}\,\phi$: d'où $\text{ſin}\,\theta = \frac{2\,\text{cof}\,\phi\,\text{cof}\,\theta}{\text{ſin}\,\phi}$. La force donc, par laquelle la ficelle doit être retenuë en T, ſera

$T = \frac{(4P+Q)\,\text{cof}\,\theta\,\text{cof}\,\phi^2}{\text{ſin}\,\phi} + (P+Q)\,\text{cof}\,\theta\,\text{ſin}\,\phi$, ou

$$T = \frac{P \operatorname{cof}\theta\,(4\operatorname{cof}\Phi^2 + \operatorname{fin}\Phi^2) + Q\operatorname{cof}\theta}{\operatorname{fin}\Phi}$$

mais la tenſion de la ficelle au point D ſera

$$= \frac{(4P+3Q)\operatorname{cof}\theta\operatorname{cof}\Phi^2}{\operatorname{fin}\Phi} + P\operatorname{cof}\theta\operatorname{fin}\Phi, \text{ ou } = \frac{P\operatorname{cof}\theta\,(4\operatorname{cof}\Phi^2 + \operatorname{fin}\Phi^2) + 3Q\operatorname{cof}\theta\operatorname{cof}\Phi^2}{\operatorname{fin}\Phi}$$

95. Mais, en ſubſtituant pour $\operatorname{fin}\Phi$ & $\operatorname{cof}\Phi$ leurs valeurs ci-deſſus trouvés, on aura $\operatorname{tang}\theta = \frac{V2\,[-n+V(nn+1)]}{Vn}$ & $\operatorname{cof}\theta = \frac{Vn}{V\,[-n+2V(nn+1)]}$ Enſuite $\operatorname{cof}\Phi^2 = 1+2nn-2nV(nn+1)$ & $\operatorname{fin}\Phi^2 = -2nn+2nV(nn+1)$ d'où $4\operatorname{cf}\Phi^2+\operatorname{fin}\Phi^2 = 4+6nn-6nV(nn+1)$ & $\frac{\operatorname{cof}\theta}{\operatorname{fin}\Phi} = \frac{1}{V2\,[3nn+2-3nV(nn+1)]} = V\frac{3nn+2+3nV(nn+1)}{6nn+8}$ & de là

$$T = PV\,[4+6nn-6nV(nn+1)] + \frac{Q}{V\,[4+6nn-6nV(nn+1)]}$$

96. Parce que $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$, on trouvera $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$ & $b+c = \frac{3b(2P+Q)}{4P+3Q}$. D'où l'effort du Cerf-volant pour ſe rétablir dans l'état d'équilibre à l'égard du point D, par le § 87. ſera $= \frac{6bP(2P+Q)}{4P+3Q}\,V\,\frac{(1+nn)(-n+V(nn+1)}{2n}$, & à l'égard du point T

$$= (P+\tfrac{1}{2}Q)f\,[-n+V(nn+1)]\,V2.$$

EXEMPLE.

97. Qu'on pose $2P + Q$ égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base soit égale à la surface du Cerf-volant $= aa$, & la hauteur $= H$, de façon que $2P + Q$ soit $= aaH$; & afin que le Cerf-volant soit emporté par le vent au dessus de l'horizon, nous avons vû qu'il étoit requis que l'espace s parcouru par le vent dans une seconde fut plus grand que la quantité $V\frac{3gHV3}{2}$ ou $s > 6,24VH$; car, si l'on prend pour mesure le pied de Paris, à la place de g on peut substituër 15 sans erreur sensible.

98. De plus, comme $2n = \frac{3Hg}{ss} = \frac{45H}{ss}$, la position du Cerf-volant sera connue par les déterminations suivantes :

$\cos\Phi = -n + V(nn+1)$, ou $\sin\Phi = V2n[-n+V(nn+1)]$

& $\tang(\theta-\Phi) = \frac{2[-2n+V(nn+1)]V[n+V(nn+1)]}{2n}$, ou

$\tang(\theta-\Phi) = \frac{2}{3}V\frac{n^3-3n+(1+nn)V(1+nn)}{2n}$.

99. Soit à présent $H = 9$ pieds, & qu'on prenne le poids du Cerf-volant $= 4aa$: on aura le poids de la ficelle $= 1aa$; & il conviendra de fabriquer le Cerf-volant de la maniere suivante. Premièrement il faut prendre garde, comme on l'a déjà remarqué ci-dessus, que le centre de gravité G soit à la plus longue distance du centre de grandeur C; ensuite que la ficelle entre C & A soit liée au point D à la distance $CD = \frac{8}{19}CG$. Un Cerf-volant construit de cette maniere ne s'élevera au dessus de l'horizon qu'au cas que s devienne $> 18,72$ pieds, c'est à dire, que le vent parcoure dans une seconde un espace plus grand que 18, 72 pieds. Qu'on pose

à préſent pour s des valeurs plus grandes que 18, 72, & il en naitra les cas ſuivans.

Premier Cas.

100. Que le vent parcoure en une ſeconde un eſpace de vint pieds, de façon que s ſoit $=$ 20, on aura $n = 0, 51, nn = 0, 2601$, & de là $\Phi = 52°, 13'$. Mais, parce que l'on a trouvé tang $\theta = 2$ cot Φ, (§. 94.) on aura $\theta = 57°, 10'$, & la ficelle ſera élevée au deſſus de l'horizon de l'angle $DTR = \theta - \Phi = 4°57'$. La hauteur donc du Cerf-volant au deſſus de l'horizon ſera $= f$ ſin $4° 57' = 0, 0862864\, f$ pieds; mais il faudra que la ficelle ſoit retenue en T par une force $= 6, 5176\, aa$. Enſuite la force reſtituante à l'égard du point D $= 9, 88\, baa = 9, 88\, aa$, GC, & la force reſtituante à légard du point T $= 3, 89\, faa = 3, 89\, aa$. DT. L'une & l'autre de ces deux forces eſt aſſez grande.

Second Cas.

101. Soit à préſent $s = 25$ pieds, on aura $n = 0, 324$, d'où $\Phi = 43°, 27'$, & à cauſe de tang $\theta = 2$ cot Φ, on trouvera $\theta = 64° 39'$. De là l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon DTR ſera $= \theta - \Phi = 21° 12'$, & la hauteur du Cerf-volant au deſſus de l'horizon $= 0, 3616246\, f$ pieds. Enſuite on déduit la tenſion de la ficelle en T $= 7, 05064\, aa$, & de plus la ſtabilité du Cerf-volant à l'égard du point D $= 12, 634\, aa$. CG, & à l'egard du point T $= 4, 6199\, aa$ DT. L'une & l'autre des ces forces étant encore plus grande que celle qui a été trouvé dans le cas précédent, il n'y a point à craindre que la reſtitution ſe faſſe trop lentement.

Troiſième Cas.

102. Qu'on ſuppoſe que le vent parcourt en une ſeconde l'eſpace $s = 30$ pieds, on aura $n = 0, 225$. De là $\Phi = 36° 52'$, d'où $\theta = 69°, 26'$, & l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon, ou l'an-

l'angle DTR ſera = 32°, 34′ : la hauteur du Cerf-volant au deſſus de l'horizon ſera donc exprimée par 0, 5382806.f = 0, 5382806 DT pieds. Enſuite la ficelle doit être arrêtée en T par une force = 7, 4204 aa. Enfin on trouve

la force reſtituante à l'égard du point D = 15, 536, aa GC, &

la force reſtituante à l'égard du point T = 5, 091, aa GT.

ADDITION.

1.

Les enfans ont côutume d'attacher au point le plus bas du Cerf-volant un fil, qu'ils garniſſent dans ſa longueur de découpures de papier, pour ſervir comme d'ailes. J'imiterai auſſi en quelque ſorte leur exemple ; & je vais conſidérer dans cette Addition l'état d'équilibre du Cerf-volant expoſé au vent, au point le plus bas duquel je ſuppoſerai qu'on lie non un ſemblable fil, mais un plan quelconque ſimple ; car il ſeroit difficile de faire entrer dans le calcul une queuë pareille à celle dont les enfans ſe ſervent.

2. Toute la machine conſiſtera donc en trois parties ; ſçavoir la ficelle DT, le Cerf-volant AB, & la queuë BH qui y eſt liée : leſquelles parties, comme les anneaux d'une chaîne, ſeront mobiles autour des points B, D, & T. Ainſi il s'agit dans cette Addition de définir la poſition que ces pieces expoſées au vent prendront, en partie entr'elles, en partie à l'égard de l'horizon, dans l'état d'équilibre.

3. Premièrement que la direction du vent s'accorde avec la ligne horizontale TR, & que le vent ſouffle dans le plan du Cerf-volant avec la viteſſe $V v$; de plus que tant le plan du Cerf volant, tel que nous l'avons poſé jusqu'ici, que le plan de la queuë qui y eſt attaché, ſe ſoutiennent perpendiculairement au plan de la table, & que celui-ci paſſe par les centres de gravité & de grandeur des ce deux

plans, de façon que ces centres tombent dans les lignes d'interſection des plans AB, & BH.

4. Q'on poſe de plus la ſurface du Cerf-volant $= aa$, ſon poids $=$ P : la droite AB, ſon interſection avec le plan de la table, dans laquelle ſoient C le centre de grandeur, & G le centre de gravité; qu'on attache la ficelle en D, & qu'on appelle les intervalles

$$DB = d;\ DG = c \text{ \& } CD = b.$$

5. Enſuite, par rapport au plan lié au Cerf-volant en B, ſoit ſa ſurface $= ee$, ſon poids $=$ R ; le diametre, ou la ligne d'interſection du plan de la queuë avec celui de la table $BH = k$; & que le centre de gravité tombe ſur le centre de grandeur à la diſtance $BS = \frac{1}{2}k$.

6. Enfin, pour ce qui regarde la ficelle DT, qu'elle ſoit partout de la même épaiſſeur, & faite d'une matiere homogene ; de plus qu'on néglige ſa courbure, & qu'on appelle ſon poids $=$ Q, & ſa longueur $DT = f$.

PROBLEME I.

7. *En attachant au Cerf-volant la ficelle* DT *fixe en* T, *trouver les momens de la force du vent & de la gravité, tant du Cerf-volant & de la queue qui y eſt attachée, que de la ficelle, pour changer l'état préſent.*

8. La ſituation du Cerf-volant que nous conſidérons ici, ſe détermine par trois angles, qui ſont

I. L'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon, ou l'angle DTR
II. L'inclinaiſon de la ficelle au plan du Cerf-volant ou l'angle ADT,
III. L'angle DBH que le plan de la queue fait avec le plan du Cerf-volant.

9. Soit à préſent l'angle que la ficelle forme avec le plan du Cerf-volant $ADT = \theta$: de plus l'angle d'inclinaiſon du plan du Cerf-volant à la direction du vent $ACI = \varphi$, enfin l'angle d'inclinai-

naiſon du plan de la queue à la direction du vent BSX $= \psi$: lesquels trois angles définiſſent auſſi la poſition du Cerf-volant, car on aura DTR $= \theta - \phi$; ADT $= \theta$; & DBH $= 180° - \psi + \phi$.

10. Quant aux forces qui ſollicitent toute la machine, elles ſeront les ſuivantes. Premièrement il y a la force unique O V agiſſant ſur la ficelle, & qui vient du poids $= Q$, dont la direction eſt verticale, & à la diſtance TO $= \frac{1}{2} f$.

11. De plus il y a deux forces qui agiſſent ſur le plan du Cerf-volant; l'une, qui procede de l'impulſion du vent, ſera appliquée au centre de grandeur C; ſa direction eſt normale au plan du Cerf-volant, & la quantité de cette force Cc ſera trouvée $= aav \sin \phi^2$; mais l'autre qui vient du poids, ſollicitera le Cerf-volant verticalement vers le bas; ſa direction qui paſſe par le centre de gravité G ſera PG, & ſa quantité $= P$.

12. Enfin les forces qui ſollicitent le plan de la queue B H, ſeront, premièrement la force du vent au point S, preſſant ſelon la direction SY normale à BH $= eev \sin \psi^2$, & enſuite la force de gravité, qui s'efforce dans le même point S de pouſſer la queue verticalement vers le bas, Ss $= R$.

13. A' préſent qu'on détermine le moment, qui tend à faire tourner ce plan BH autour du point B. Or on trouve par rapport à ce point B

le moment de la force du vent SY $= \frac{1}{2} eekv \sin \psi^2$, &

le moment de la force de gravité Ss $= \frac{1}{2} kR \cos \psi$

d'ou l'on recueille

le moment total pour augmenter l'angle DBH $= \frac{1}{2} eekv \sin \psi^2 - \frac{1}{2} kR \cos \psi$

mais de la force Ss naîtra de plus la force qui preſſe le plan AB ſuivant la direction BH $= R \sin \psi$.

14.

14. Outre cela, pour déduire le moment à l'egard du point D, appellons à notre ſecours le ſecond Problème, dans lequel nous avons déjà trouvé que le moment né des forces Cc & GP pour diminuer l'angle ADT, eſt $= aavb \sin \Phi^2 - Pc \cos \Phi$. Or le moment de la force BH, qui à cauſe de l'angle $bBD = \psi - \Phi$ ſera $= Rd \sin \psi \sin(\psi - \Phi)$, tendra à augmenter l'angle ADT; ôtons donc ce moment de celui qui eſt né des forces Cc & GP, & nous trouverons le moment total, qui tend à tourner le Cerf-volant avec ſa queuë autour du point D pour diminuer l'angle $ADT = aavb \sin \Phi^2 - Pc \cos \Phi - Rd \sin \psi \sin(\psi - \Phi)$.

15. Enfin, comme BD eſt $= d$; $bBD = \psi - \Phi$: $BbD = 180° + \Phi - \theta - \psi$, & de là $Db = \frac{d \sin(\psi - \Phi)}{\sin(\theta + \psi - \Phi)}$ & $Tb = \frac{f \sin(\theta + \psi - \Phi) + d \sin(\psi - \Phi)}{\sin(\theta + \psi - \Phi)}$ le moment de la force BH pour élever toute la machine autour du point T, ſera $= -R\,[f \sin(\theta + \psi - \Phi) + d \sin(\psi - \Phi)] \sin \psi$

16. Mais nous avons déjà trouvé ci-deſſus dans le ſecond Problème le moment né des forces Cc, GP, & OV ainſi exprimé: $aav(f \cos\theta + b) \sin \Phi^2 - P(f \cos(\theta - \Phi) + c \cos \Phi) - \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \Phi)$ De là le moment total, qui tend à élever la machine autour de T, ſera $= aav(f \cos\theta + b) \sin \Phi^2 - P(f \cos(\theta - \Phi) + c \cos \Phi) - \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \Phi) - R\,[f \sin(\theta + \psi - \Phi) + d \sin(\psi - \Phi)] \sin \psi$.

17. Soit la tenſion de la ficelle en $T = T$, & toutes les forces qui ſollicitent la machine étant réſoluës en d'autres ſuivant la direction de la ficelle DT, la tenſion de la ficelle ſera ainſi exprimée : $T = aav \sin\Phi^2 \sin\theta - (P + Q) \sin(\theta - \Phi) + R \sin\psi \cos(\theta + \psi - \Phi)$.

PRO-

PROBLEME II.

18. *Indiquer la ſituation que prendra le Cerf-volant expoſé au vent*

SOLUTION.

19. Que tout demeure comme dans le Problème précédent. Comme donc tous les momens qui tendent à changer la ſituation de la machine ſont déjà connus, & qu'il eſt conſtant par les principes de la Statique, que le Cerf volant reſtera dans une ſituation telle que tous ſes momens ſe détruiront l'un l'autre, il eſt évident que l'état d'équilibre du Cerf-volant ſera exprimé par les trois équations ſuivantes.

I. $eev \sin \psi^2 = R \cos \psi$

II. $aavb \sin \Phi^2 = Pc \cos \Phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \Phi)$

III. $aav (f \cos \theta + b) \sin \Phi^2 = P [f \cos (\theta - \Phi) + c \cos \Phi] + \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \Phi) + R [f \sin(\theta + \psi - \Phi) + d \sin (\psi - \theta) \sin \psi]$.

20. Si on prend la valeur de la ſeconde équation $aavb \sin \Phi^2$ pour la ſubſtituer dans la troiſième, elle ſe changera dans la ſuivante $aav \sin \Phi^2 \cos \theta = P \cos(\theta - \Phi) + R \sin \psi \sin (\psi + \theta - \Phi) + \frac{1}{2} Q \cos(\theta - \Phi)$.

21. Qu'on poſe à préſent pour abréger $\frac{R}{eev} = 2m$, & de la premiere équation on tire aiſément $\cos \psi = -m + V(1 + mm)$, & de là $\sin \psi = V[-2mm + 2mV(1 + mm)]$. En connoiſſant donc l'angle ψ, on pourra trouver aiſément par la ſeconde équation l'angle Φ. Mais la ſeconde équation dévelopée ſe changera en une autre du quatrième ordre.

22. A l'égard de la troiſième équation, les deux angles Φ & ψ étant déjà connus, elle donnera d'abord étant dévelopée la valeur pour tang θ de cette maniere

$$\text{tang}\,\theta = \frac{aav\,\text{fin}\,\Phi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)\,\text{cof}\,\Phi - R\,\text{fin}\,\psi\,\text{fin}\,(\psi - \Phi)}{(P + \frac{1}{2}Q)\,\text{fin}\,\Phi + R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,(\psi - \Phi)}$$

23. D'où l'on tire encore pour l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon

$$\text{tang}\,(\theta - \Phi) = \text{tang}\,DTR = \frac{aav\,\text{fin}\,\Phi^2\,\text{cof}\,\Phi - R\,\text{fin}\,\psi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)}{aav\,\text{fin}\,\Phi^3 + R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,\psi}$$

Enfin la ficelle devra être retenuë en T par la force

$T = aav\,\text{fin}\,\Phi^2\,\text{fin}\,\theta - (P+Q)\,\text{fin}\,(\theta - \Phi) + R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,(\theta + \psi - \Phi)$, ou

$$T = \left(\frac{c-b}{b}P - Q\right)\text{cof}\,\Phi\,\text{fin}\,\theta + \frac{d-b}{b}R\,\text{fin}\,\psi\,\text{fin}\,(\psi - \Phi)\,\text{fin}\,\theta$$
$$+ (P+Q)\,\text{fin}\,\Phi\,\text{cof}\,\theta + R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,(\psi - \Phi)\,\text{cof}\,\theta.$$

PROBLEME III.

24. *Déterminer la diſpoſition du Cerf-volant, ſuivant laquelle un vent donné l'élèvera le plus haut en l'air.*

SOLUTION.

25. Comme le Cerf-volant eſt dit être élevé le plus haut, quand, le reſte étant égal, l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon devient la plus grande, il faut que la formule ſuivante pour tang DTR trouvée par le Problème précédent ſoit rendue un *maximum*

$$\frac{aav\,\text{fin}\,\Phi^2\,\text{cof}\,\Phi - R\,\text{fin}\,\psi^2 - P - \frac{1}{2}Q}{aav\,\text{fin}\,\Phi^3 + R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,\psi}$$

26. Qu'on poſe à préſent pour abréger, $\frac{R\,\text{fin}\,\psi^2 + P + \frac{1}{2}Q}{aav} = A$, & $\frac{R\,\text{fin}\,\psi\,\text{cof}\,\psi}{aav} = B$, & la formule qu'il s'agit de rendre un

maxi-

maximum ſe changera en celle-ci $\frac{\text{ſin } \Phi^2 \text{ cof } \Phi - A}{\text{ſin } \Phi^3 + B}$ dont le différentiel doit par conſéquent être poſé égal.

27. Mais, comme cette rélation entre les diſtances $CB = b$, $DG = c$ & $BD = d$, doit être cherchée, & que les quantités A & B ne renferment pas les diſtances mêmes, on pourra les conſidérer comme conſtantes dans la différentiation.

28. Il reſtera donc le ſeul angle Φ variable ; & l'on pourra même connoitre comment il dépend de ces intervalles par la ſeconde équation,

$$aavb \text{ ſin } \Phi^2 = Pc \text{ cof } \Phi + Rd \text{ ſin } \psi \text{ ſin } (\psi - \Phi)$$

29. Mais la quantité $\frac{\text{ſin } \Phi^2 \text{ cof } \Phi - A}{\text{ſin } \Phi^3 + B}$ étant différentiée fournira cette équation

$$2d\Phi \text{ cof } \Phi^2 \text{ ſin } \Phi^4 - 3d\Phi \text{ ſin } \Phi^4 \text{ cof } \Phi^2 - d\Phi \text{ ſin } \Phi^6 + 2Bd\Phi \text{ ſin } \Phi \text{ cof } \Phi^2 - Bd\Phi \text{ ſin } \Phi^3 + 3Ad\Phi \text{ ſin } \Phi^2 \text{ cof } \Phi = 0,$$

ou celle-ci

$$- \text{ſin } \Phi^3 - 3B \text{ ſin } \Phi^2 + 2B + 3A \text{ ſin } \Phi \text{ cof } \Phi = 0$$

laquelle étant dévelopée donnera l'équation du ſixième ordre

$$\text{ſin } \Phi^6 + 6B \text{ ſin } \Phi^5 + 9(AA + BB) \text{ ſin } \Phi^4 - 4B \text{ ſin } \Phi^3 - (9AA + 12BB) \text{ ſin } \Phi^2 + 4BB = 0.$$

30. Si à préſent la valeur pour Φ trouvée par cette équation eſt ſubſtituée dans la ſeconde : $aavb \text{ ſin } \Phi^2 = Pc \text{ cof } \Phi + Rd \text{ ſin } \psi$ ſin $(\psi - \Phi)$ la rélation requiſe entre les diſtances b, c, & d, pourra être connuë ; ce que demandoit le Problème.

Remarque.

31. Comme on ne ſçauroit, à cauſe de la prolixité du calcul, paſſer ultérieurement, employons quelque exemple. Pour cet effet

conſidérons un Cerf-volant déjà conſtruit, & recherchons par le calcul, de la maniere indiquée dans cette ſolution, le point D où la ficelle doit être attachée, afin que le Cerf-volant ſoit élevé à la plus grande hauteur.

EXEMPLE.

32. Soit le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la baſe ſoit égale à la ſurface du Cerf-volant, & la hauteur de 4 pieds, ou bien qu'on poſe $P = 4aa$. Que l'on ſuppoſe de plus la ſurface de la queuë attachée égale à la quatrième partie de la ſurface du Cerf-volant, ou ſoit $aa = 4ee$; & le poids de cette queuë ſoit ſtatué $= 2ee = \frac{aa}{2}$. Soit enfin le poids de la ficelle tel qu'il égale un cylindre d'air, qui auroit la baſe aa & la hauteur d'un pied: & l'on aura $P = 4aa$, $Q = aa$, & $R = \frac{aa}{2} = 2ee$.

33. Comme nous avons déjà poſé §. 21 $\frac{R}{2eev} = m$; on aura $m = \frac{1}{v}$, de là

$$\text{ſin}\,\psi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{[1+\sqrt{(1+vv)}]}} \text{ \& } \text{cof}\,\psi = \frac{v}{1+\sqrt{(1+vv)}}. \text{ D'où}$$

$$A = \frac{1}{v\,[1+\sqrt{(1+vv)}]} + \frac{9}{2v} \text{ \& } B = \frac{1}{[1+\sqrt{(1+vv)}]\sqrt{2}\,[1+\sqrt{(1+vv)}]}$$

A moins donc qu'outre cela la viteſſe du vent ne ſoit donnée, on ne pourra plus arriver à des concluſions générales ultérieures, ſans ſe jetter dans le calcul le plus fatiguant.

34. Mais, quand même on prendroit quelque viteſſe déterminée du vent, l'exemple n'en ſera pas moins général; car, après avoir trouvé une raiſon entre les diſtances b, c, & d, pour une viteſſe don-

donnée du vent, telle que par là le Cerf-volant s'éléve à la plus grande hauteur ; cette même raiſon ne laiſſera pas d'avoir également lieu pour toute autre viteſſe du vent.

35. Comme donc, ſi l'eſpace, parcouru par le vent en une ſeconde, eſt appellé s, & que v ſoit $= \frac{ss}{2g}$, g dénotant la hauteur qu'un corps grave tombant librement parcourt en $1''$, cette lettre g ſera à peu près 15, de ſorte que v ſoit $= \frac{ss}{30}$. Poſons que le vent parcoure en une ſeconde l'eſpace de 15 pieds, & nous aurons $v = 7,5$.

36. De là on trouve premièrement ſin $\psi = 0,48319$, & cof $\psi = 0,87552$; d'où l'angle même ſera $\psi = 28°, 53'$. De plus, à l'égard des lettres A & B, elles ſeront exprimées de la maniere ſuivante.

$$A = 0,61556, \text{ \& } B = 0,0282$$

37. D'où l'équation à réſoudre ſortira telle

$$\text{ſin } \Phi^6 + 0,1692 \text{ ſin } \Phi^5 + 3,41671 \text{ ſin } \Phi^4 - 0,1128 \text{ ſin } \Phi^3 - 3,4191 \text{ ſin } \Phi^2 + 0,00318 = 0$$

de laquelle on tire par approximation la racine ſin $\Phi = 0,89688$. De là $\Phi = 63°, 45'$ & cof $\Phi = 0,44228$.

38. A préſent toutes ces valeurs étant ſubſtituées dans la ſeconde équation

$$aavb \text{ ſin } \Phi^2 = Pc \text{ cof } \Phi + Rd \text{ ſin } \psi \text{ ſin } (\psi - \Phi)$$

cela donne premièrement

$$7,5b \text{ ſin } \Phi^2 = 4c \text{ cof } \Phi - 0,24159\, d \text{ ſin } (\Phi - 28° 53')$$

& enfin,

$$6,03229\, b = 1,7691\, c - 0,13779\, d :$$

Par où il faut définir la raiſon de ces intervalles b, c & d.

39. Mais, comme on compte ces intervalles du point D, & que ce point étant inconnu doit auſſi être défini qu'on introduiſe les distances des point G & C du point fixe B, & qu'on les nomme $BG = \gamma$; $CB = \zeta$, & que BD demeure $= d$, on aura $b = d - \zeta$ & $e = d - \gamma$; d'où les intervalles BG, CB & DB doivent être déterminés par l'équation ſuivante,

$$4,4015\, d - 6,0329\, \zeta + 1,7691\, \gamma = 0.$$

40. Si donc les lieux des points G & C ſont donnés, la distance du point D de la queue du Cerf-volant B ſera déterminée de façon que ſoit

$$BD = 1,3706\, BC - 0,4019\, BG.$$

Et ainſi l'on eſt aſſuré du point où la ficelle doit être attachée afin que le Cerf-volant s'éleve à la plus grande hauteur.

41. Or la hauteur du Cerf-volant doit alors être déterminée par l'équation ſuivante.

$$\text{tang}(\theta - \Phi) = \frac{\sin\Phi^2 \cos\Phi - A}{\sin\Phi^3 + B} = \frac{\sin^2\Phi\cos\Phi - 0,61556}{\sin^3\Phi + 0,0282}$$

& en ſubſtituant pour $\sin\Phi$ & $\cos\Phi$ les valeurs qui viennent d'être trouvées, on aura;

$$\text{tang}(\theta - \Phi) = -\frac{0,25980}{0,74964}, \text{ & de là l'angle même}$$

$$DTR = \theta - \Phi = -28^\circ, 21'.$$

Par conſéquent le Cerf-volant ne ſera pas encore élevé au deſſus de l'horizon par la force d'un vent qui parcourt l'eſpace de 15 pieds en une ſeconde.

42. A préſent on a trouvé pour un vent quelconque l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon telle :

$$\text{tang}(\theta - \Phi) = \frac{aav\sin\Phi^2\cos\Phi - R\sin\psi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)}{aav\sin^3\Phi + R\sin\psi.\cos\psi}$$

ou pour le Cerf-volant actuel

tang

$$\text{tang}\ (\theta - \phi) = \frac{2v \sin\phi^2 \cos\phi - \sin\psi^2 - 9}{v \sin\phi^3 + \sin\psi . \cos\psi}$$

mais on trouve l'angle ψ par cette formule : $\cos\psi = -m + V(1+mm)$, ou par celle-ci $\sin\psi = V2\,m\,[-m + V(1+mm)]$ éxiſtant $m = \frac{R}{2ecv}$, ou pour le cas préſent $m = \frac{1}{v} = \frac{2g}{ss}$.

43. Enfin l'angle ϕ ſe tire de l'équation ſuivante du quatrième ordre ;

$$bbvv \sin\phi^4 + bdv \sin\psi . \cos\psi \sin\phi^3 + [16cc + (4cd + \tfrac{1}{4}dd)\sin\psi^2]\sin\phi^2 - (4c + \tfrac{1}{2}d \sin\psi^2)^2 = 0$$

& ſi l'on prend de plus les diſtances b, c, & d, telles qu'on ſatisfaſſe à cette équation.

$$6{,}0329\,b - 1{,}7691\,c + 0{,}1378\,d = 0$$

le Cerf-volant ſera élevé à la plus grande hauteur. Deux de ces diſtances ſeront donc toujours arbitraires & la troiſième ſera déterminée par l'équation que nous venons d'indiquer.

44. Voyons à préſent quelles valeurs peuvent être ſubſtituées le plus convenablement pour les deux autres intervalles, de façon que la ſtabilité du Cerf-volant dans l'équilibre, ou la force qui l'y rétablit, après que quelque autre force l'en avoit tiré, devienne la plus grande.

45. Car, comme une des principales précautions à obſerver dans la conſtruction de ſemblables Cerf-volans, c'eſt de prévenir que la machine ne vienne tout à coup à tomber à terre, dès que ſon équilibre eſt troublé par quelque cauſe, avant que d'alléguer un plus grand nombre d'exemples, il ſera expédient de rechercher la diſpoſition la plus convenable pour ſatisfaire à une condition auſſi eſſentielle ; ce qui fournit occaſion à réſoudre le problème ſuivant.

PROBLEME IV.

46. *L'état d'équilibre du Cerf volant étant troublé par une cauſe quelconque, définir les forces qui tendent à le rétablir dans cet état.*

SOLUTION.

47. Comme il y a ici trois angles, ſçavoir $BSX = \psi$, $ACI = \phi$, & $ADT = \theta$, qui définiſſent l'état d'équilibre, l'équilibre peut auſſi être troublé en trois manieres, ſuivant que chacun de ces angles à part eſt expoſé à quelque variation.

48. Que l'angle ψ premièrement éprouve quelque variation infiniment petite, & qu'il s'accroiſſe de l'élément angulaire $d\psi$, ou qu'on ſuppoſe que le plan attaché BH ſoit mû par quelque force vers le côté SX, & qu'on cherche la force qui rétablit ce plan attaché dans ſon état d'équilibre.

49. Soit donc l'angle $BSX = \psi + d\psi$, & la force de gravité Ss tendra à augmenter encore davantage cet angle, tandis que l'autre force du vent y produira un effet contraire, & par conſéquent s'efforcera de ramener le plan dans ſon état l'équilibre.

50. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre ſera :

$$\tfrac{1}{2} eekv \sin(\psi + d\psi)^2 \text{ —— } \tfrac{1}{2} kR \operatorname{cof}(\psi + d\psi), \text{ ou}$$
$$\tfrac{1}{2} eekv (\sin\psi + d\psi \operatorname{cof}\psi)^2 \text{ —— } \tfrac{1}{2} kR (\operatorname{cof}\psi - \sin\psi\, d\psi), \text{ ou}$$
$$\tfrac{1}{2} eekv (\sin\psi^2 + 2\, d\psi \sin\psi \operatorname{cof}\psi) \text{ —— } \tfrac{1}{2} kR (\operatorname{cof}\psi - \sin\psi\, d\psi).$$

51. Mais comme l'état d'équilibre demande cette équation

$$\tfrac{1}{2} eekv \sin\psi^2 \text{ —— } \tfrac{1}{2} kR \operatorname{cof}\psi = 0,$$

le moment qui reſtitue le plan attaché BH ſera

$$kd\psi \sin\psi \,(eev \operatorname{cof}\psi + \tfrac{1}{2} R), \qquad \text{ou}$$
$$\frac{eekv\, d\psi \sin\psi}{2 \operatorname{cof}\psi} \,(2 \operatorname{cof}\psi + \sin\psi^2)$$

52. Que l'angle $ACI = \phi$ ſoit de plus augmenté par quelque accident de l'élément $d\phi$ & que cet angle ACI ſoit $= \phi + d\phi$, alors la force du vent Cc tendra à remettre le Cerf-volant dans ſon état

état d'équilibre, tandis que les deux autres forces GP & BH produiront l'effet oppoſé.

53. Le moment donc de ces trois forces pour rétablir le Cerf-volant dans ſon état d'équilibre autour du point D, ſera

$$aavb\ \text{ſin}(\Phi + d\Phi)^2 - Pc\ \text{cof}(\Phi + d\Phi) - Rd\ \text{ſin}\ \psi\ \text{ſin}(\psi - \Phi - d\Phi),$$

ou

$$aavb(\text{ſin}\Phi^2 + 2\,d\Phi\,\text{ſin}\,\Phi\,\text{cf}\,\Phi) - Pc(\text{cf}\,\Phi - d\Phi\,\text{ſin}\,\Phi) - Rd\,\text{ſin}\,\psi\,[\text{ſin}(\psi-\Phi) - d\Phi\ \text{cf}(\psi-\Phi)]$$

qui, à cauſe de $aavb\ \text{ſin}\,\Phi^2 - Pc\ \text{cof}\,\Phi - Rd\ \text{ſin}\,\psi.\ \text{ſin}(\psi-\Phi) = 0$ ſe change en celui ci

$$2\,aavb\,d\Phi\ \text{ſin}\,\Phi\ \text{cof}\,\Phi + Pc\,d\Phi\ \text{ſin}\,\Phi + Rd.\ d\Phi\ \text{ſin}\,\psi\ \text{cof}(\psi-\Phi),$$

ou en

$$\frac{d\Phi}{\text{ſin}\,\Phi}\,[Pc(2\,\text{cf}\,\Phi^2 + \text{ſin}\,\Phi^2) + Rd(2\,\text{cf}\,\Phi^2 + \text{ſin}\,\Phi^2 - \text{ſin}\,\Phi\,\text{ſin}\,\psi\,\text{cf}(\Phi+\psi))].$$

Il faudra donc prendre garde que la diſtance, tant de la queüe ou du point B, & du centre de gravité G, du point D auquel la ficelle eſt attachée, devienne aſſés grande.

54. Que les angles ψ & Φ ſoyent donc cenſés retenir leurs juſtes valeurs, mais l'angle $DTR = \theta - \Phi$, & de là auſſi $ADT = \theta$, ſoit augmenté par quelque accident d'une quantité infiniment petite $d\theta$; que l'angle ADT devienne donc $= \theta + d\theta$; & l'on aura le moment de la force pour rétablir la machine dans ſon premier état

$$-aav\,[f\,\text{cof}(\theta + d\theta) + b\ \text{ſin}\,\Phi^2 + P(f\,\text{cof}(\theta + d\theta - \Phi) + c\,\text{cof}\,\Phi)]$$
$$+\tfrac{1}{2}Qf\,\text{cf}(\theta + d\theta - \Phi) + R\,[f\,\text{ſin}(\theta + d\theta + \psi - \Phi) + d\,\text{ſin}(\psi - \Phi)]\ \text{ſin}\,\psi].$$

55. Mais comme on a

$$-aav(f\,\text{cof}\,\theta + b)\,\text{ſin}\,\Phi^2 + P[f\,\text{cof}(\theta - \Phi) + c\,\text{cof}\,\Phi] + \tfrac{1}{2}Qf\,\text{cof}(\theta - \Phi)$$
$$+ R\,[f\,\text{ſin}\,(\theta + \psi - \Phi) + d\,\text{ſin}\,(\psi - \Phi)]\ \text{ſin}\,\psi = 0$$

le moment de la force de reſtitution ſera

$$+aafvd\theta\ \text{ſin}\,\theta\ \text{ſin}\,\Phi^2 - Pfd\theta\,\text{ſin}\,(\theta - \Phi) - \tfrac{1}{2}Q\,fd\theta\,\text{ſin}\,(\theta - \Phi)$$
$$+ Rfd\theta\ \text{cof}\,(\theta + \psi - \Phi)\ \text{ſin}\,\psi$$

ou $\frac{f d\theta}{\cos\theta}\left[\left(P+\frac{1}{2}Q\right)\sin\Phi+R\sin\psi\cos(\psi-\Phi)\right]$

d'où il paroit que, plus la ficelle eſt longue, & plus la machine ſe rétablira vite dans ſa premiere poſition.

56. Les régles générales pour faire de ſemblables Cerf-volans, ſeront donc les ſuivantes. Premièrement la queüe doit être aſſez longue; les diſtances des points B & G du point D les plus grandes poſſibles, & la ficelle fort longue; car alors le Cerf-volant ſera aſſez ſtable dans ſon état d'équilibre. En ſecond lieu, les intervalles b, c, & d, doivent être pris de façon qu'on ſatisfaſſe à cette équation,

$$aavb\sin\Phi^2 - Pc\cos\Phi - Rd\sin\psi\sin(\psi-\Phi) = 0$$

& dans ce cas le Cerf-volant s'élevera à la plus grande hauteur.

EXEMPLE I.

57. Suppoſons que le même Cerf-volant que nous avons déjà décrit dans l'exemple du Problème précédent ſoit expoſé à un vent plus fort qui parcoure dans 1″ l'eſpace de vint pieds.

58. Avant que de déterminer la poſition d'équilibre du Cerf-volant, qu'on définiſſe premièrement les lieux des points G, C & D: ſoit donc la diſtance $BG = \gamma = 1$ pied, & $BC = \zeta = 1,5$ pieds; & l'on aura pour la diſtance $DB = d$; $4,4015\,d - 7,2802 = 0$; de là $d = \frac{72802}{44015} = 1,654$, d'où nous aurons $b = 0,154$, & $c = 0,654$.

59. Comme s eſt $= 20$, v ſera $= \frac{55}{30} = \frac{40}{3} = 13,33$, $m = \frac{1}{30} = 0,075$, d'où $l\sin\psi = 9,5717728$, & $l\cos\psi = 9,9674544$; donc l'angle même ψ eſt $= 21°, 54'$; d'où il faudra réſoudre pour trou-

trouver l'angle Φ l'équation ſuivante $4,2161 \sin \Phi^4 + 1,1755 \sin \Phi^3 + 7,5407 \sin \Phi^2 - 7,4589 = 0$, ou celle-ci $\sin \Phi^4 + 0,2788 \sin \Phi^3 + 1,7885 \sin \Phi^2 - 1,7691 = 0$.

60. Or, la racine de cette équation étant trouvée, on aura pour l'inclinaiſon de la ficelle,

$$\text{tang } (\theta - \Phi) = \frac{26,666 \sin \Phi^2 \cos \Phi - 9,1391}{13,333 \sin \Phi^3 + 0,34612}.$$

Mais on trouve par approximation $\sin \Phi = 0,8130516$; de là l'angle $\Phi = 54°, 23'$, & $\text{tang } (\theta - \Phi) = \frac{112384}{751237}$. Donc l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon ſera l'angle $DTR = \theta - \Phi = 8°, 30'$.

EXEMPLE 2.

61. Que tout demeure comme dans l'exemple précédent, excepté la viteſſe du vent, qui ſoit à préſent cenſée parcourir en une ſeconde l'eſpace de 30 pieds. Soit donc $s = 30$, & l'on aura, $v = 30$, & $m = 0,033333$; & de là $\cos \psi = 0,967222$, & l'angle même $BSX = \psi = 14°, 42'$.

62. Mais, en ſubſtituant dans l'équation $bbvv \sin \Phi^4 + bdv \sin \psi \cos \psi \sin \Phi^3 + [16cc + (4cd + \frac{1}{4}dd) \sin \psi^2] \sin \Phi^2 - (4c + \frac{1}{2}d \sin \psi^2)^2 = 0$ la valeur pour l'angle ψ, auſſi bien que les valeurs trouvées dans le premier exemple pour b, c, & d, elle ſe changera en celle-ci

$21,3444 \sin \Phi^4 + 1,87681 \Phi \sin^3 + 7,16655 \sin \Phi^2 - 7,12530 = 0$,

ou en la ſuivante,

$\sin \Phi^4 + 0,08793 \sin \Phi^3 + 0,33575 \sin \Phi^2 - 0,33382 = 0$,

dont la racine ſera à très peu près $\sin \Phi = 0,64345$, d'où l'angle même $ACI = \Phi = 40°, 3'$.

63. L'angle φ étant à préſent trouvé, on aura pour l'élévation du Cerf-volant / tang $(\theta - \varphi) = 0,3262308$, & de là l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon, ou l'angle $DTR = \theta - \varphi = 64°, 44'$.

CONCLUSION.

64. J'ai pris dans ces Exemples le même Cerf-volant que j'ai conſidéré dans le ſecond cas, & j'ai ſuppoſé de plus qu'on y avoit attaché une queuë faiſant la moitié de ſon poids, afin qu'on puiſſe juger plus aiſément de la prérogative que l'un a ſur l'autre.

65. Nous avons vû le Cerf-volant, tel que nous l'avons conſidéré dans le ſecond cas, c'eſt à dire ſans queuë, pouſſé par un vent qui parcourt dans une ſeconde l'eſpace de vint pieds, s'élever ſeulement à l'angle de 4°, 67′, au lieu que le même Cerf-volant chargé d'une queuë qui a la moitié de ſon poids, monte à une hauteur double; & avec un vent qui parcourt de la même maniere trente pieds dans une ſeconde, l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon a été trouvée 64°, 44′ au lieu que ſans cette queuë attachée le même angle ne va pas beaucoup au delà de 32. D'où il paroit que le plan attaché a une grande influence pour augmenter l'élévation, qui de cette maniere devient double.

RE-

RECHERCHES

SUR LES INCONVÉNIENS QU'ON A LIEU DE CRAINDRE DANS L'USAGE DU MICROMETRE, SURTOUT PAR RAPPORT AUX INSTRUMENS QU'ON ADAPTE AU QUART DE CERCLE,

PAR M. AEPINUS.

Traduit de l'Allemand.

Mr. le Chevalier *de Louville* eſt le premier qui ſe ſoit aviſé de garnir d'un Micrometre le Tube dont on ſe ſert pour les Inſtrumens adaptés au Quart de cercle. Quelque petite que cette découverte puiſſe paroître au premier coup d'oeil, il faut pourtant avouër qu'elle a été de la plus grande utilité, & que les Obſervations Aſtronomiques obtiennent par ce moyen une exactitude, à laquelle il étoit fort difficile de parvenir en ſe bornant à la diſpoſition jusqu'alors uſitée des Inſtrumens. En liſant la Deſcription même de l'Inventeur, telle qu'il l'a inſérée dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1714. on peut ſe faire une idée complette de cette diſpoſition des Inſtrumens pourvûs d'un Micrometre, de la maniere de s'en ſervir, & des avantages de cette méthode ; ainſi je me contenterai d'en rapporter ici en peu de mots ce qu'il y a de plus eſſentiel.

La différence capitale entre l'Inſtrument diſpoſé ſuivant les régles de Mr. *de Louville*, & ceux dont on s'étoit ſervi jusqu'alors, conſiſte dans la maniere de diviſer le bord de l'Inſtrument. Au lieu qu'on ſe donnoit beaucoup de peine pour faire cette diviſion en parties auſſi petites qu'il étoit poſſible, le Chevalier *de Louville* n'exige qu'une diviſion en arcs égaux de 10, ou ſi ce ſont de fort grands Inſtruments, de 5 mi-

nutes. De plus il ne faiſoit pas cette diviſion comme de coutume, par des lignes ou traits, mais par des points déliés. De plus petites diviſions ſur un ſemblable Inſtrument ne ſont pas néceſſaires, car on y parvient à l'aide du Micrometre. Quand on veut enſuite réellement employer un Inſtrument ainſi diſpoſé, on s'y prend de la maniere ſuivante. Comme on ſait presque toujours d'avance d'une maniere conſtante, à quelques minutes prés, quelle eſt la hauteur à meſurer, on place le quart de cercle vertical pour l'Obſervation, & de façon que le fil attaché au centre de l'Inſtrument paſſe par le milieu de celui de ces points de diviſion qui eſt le plus près de la hauteur à meſurer. Quand on ſait, par exemple, que cette hauteur monte environ à 43° 14′, on place l'Inſtrument de façon que le fil paſſe par le point de diviſion de 43° 10′. Si l'Inſtrument eſt bien vérifié, alors le centre du Micrometre, ou le point de diviſion du fil vertical & immobilement horizontal, ſe trouve correſpondre exactement au point dont la hauteur eſt 43° 10′. L'Inſtrument ayant été placé ſuivant cette méthode dans la poſition convenable, on attend le tems auquel l'Etoile, ou le point dont on veut ſavoir la hauteur, vient dans le tube, & alors en tournant la vis du Micrometre, on remuë le fil horizontal mobile jusqu'à ce qu'il paſſe préciſément par le point à meſurer. On apprend par cette opération, de combien l'Etoile s'eſt éloignée, ſoit au deſſus, ſoit au deſſous, de 43° 10′, & quand on ajoute enſuite à ce nombre, ou qu'on en retranche, cette différence trouvée par le Micrometre, on obtient par ce moyen la hauteur deſirée.

Les avantages de cette méthode de Mr. *de Louville* ſe manifeſtent déjà dans la conſtruction de l'Inſtrument. Il eſt beaucoup plus aiſé d'arriver par ce moyen à des diviſions exactes, qu'en ſuivant la maniere précédemment reçue; & le travail eſt ſi leger, & demande une habileté ſi peu extraordinaire, que, ſans être ſoi-même Artiſte, on peut aiſément en venir à bout. Quant à l'uſage de l'Inſtrument même, on y trouve le grand avantage, qu'avant l'arrangement néceſ-

ceſ-

ceſſaire pour l'Obſervation actuelle on peut lui donner la diſpoſition convenable, & qu'on a du tems de reſte abondamment, pour examiner avec ſoin, ſi toutes les précautions requiſes ont été pouſſées auſſi loin qu'elles doivent l'être. Comme avec cela, pendant l'Obſervation même, on n'a beſoin de remuer autre choſe que la petite vis du Micrometre, on eſt ſûr que rien ne ſçauroit ſe déplacer, & l'on peut tourner toute ſon application à bien faire tomber le fil du Micrometre ſur le point dont on veut meſurer la hauteur. Voilà déjà de bien grands avantages; mais il s'y en joint encore un qui n'eſt pas moins conſidérable. La diviſion par des points met en état de donner à l'Inſtrument la ſituation convenable, avec une exactitude qu'il eſt difficile d'obtenir dans les autres diviſions. Quand les points de diviſion ſont bien ronds, & ont un diametre environ trois fois plus grand que le cheveu, ou fil attaché au centre, on auroit peine à croire avec quelle préciſion on peut diſtinguer à l'aide d'un microſcope, ſi le fil paſſe réellement par le milieu du point de diviſion. Le Chevalier *de Louville* aſſure, qu'avec un quart de Cercle d'environ trois pieds, on peut arriver à des déterminations ſi exactes, qu'on ne court jamais risque de commettre une erreur qui aille au delà de trois, ou tout au plus, quatre ſecondes. On ne lui conteſtera pas la vérité de cette aſſertion, ſi l'on entreprend de faire ſoi-même des Obſervations avec le ſecours d'un Inſtrument ainſi réglé; & peut-être que cette conviction ſera pouſſée encore plus loin, ſi l'on répéte un eſſai que j'ai fait diverſes fois, & que je vais décrire ici ſuccintement.

En ſuppoſant d'abord qu'on ſe ſerve d'un Microſcope qui groſſiſſe vint fois, alors un cheveu, ou un fil de l'épaiſſeur d'un cheveu, vû que le diametre d'un cheveu eſt environ $\frac{1}{60}$ de pouce, un ſemblable fil, dis-je, paroitra avoir à peu près au juſte la groſſeur de $\frac{1}{3}$ de ligne; & le point même auquel je donne un diamètre trois fois plus grand, parce que cette proportion eſt réellement très commode, & contribuë beaucoup à procurer l'exactitude deſirée, le point, dis-je, ſe montrera de la groſſeur d'une ligne. Ceſt donc la même choſe

que

que ſi, à la ſimple vuë, on faiſoit paſſer par un cercle qui auroit une ligne de diametre, un fil, ou une bande de papier, dont la largeur fut $\frac{1}{3}$ de ligne, de façon que le milieu de cette bande paſſât exactement par le centre du cercle. Quand j'ai réitéré cet eſſai, je n'ai presque jamais pû découvrir d'erreur ſenſible. On peut donc s'aſſurer qu'il n'y a point d'erreur à craindre pour toute groſſeur qui eſt encore obſervable à la ſimple vuë, c'eſt à dire, que l'erreur dans laquelle on pourroit tomber, ne monteroit jamais à $\frac{1}{120}$ de lignes. Mais, comme le Microſcope groſſit 20 fois, une erreur de $\frac{1}{120}$ de ligne à la ſimple vuë, ſe réduit à $\frac{1}{2400}$ de ligne. Et une ſemblable erreur, ſur un quart de cercle de trois pieds, ne va environ qu'à deux ſecondes.

Je n'ai rapporté qu'une partie des avantages attachés à la méthode de Mr. *de Louville ;* il y en a d'autres qui ſe découvrent encore dans la pratique, & dont je m'abſtiens de parler, parce qu'ils ne ſe rapportent pas à mon but. Mais, quelque avantageuſe que ſoit d'un côté la diſpoſition dont j'ai rendu compte jusqu'à préſent, il faut avouër que de l'autre il ſe préſente des raiſons de craindre qu'elle ne conduiſe à quelque choſe de défectueux. On prend toutes les petites diviſions avec le Micrometre ; & comme il eſt extrêmement rare que le point dont on veut meſurer la hauteur ſoit celui pour lequel on a placé le centre du Micrometre, on eſt presque toujours obligé d'écarter conſidérablement le fil mobile de l'axe du tube. Cela donne lieu de craindre, que les meſures priſes avec le Micrometre, quand elles ſe font à des diſtances conſidérables de l'axe du tube, ſoyent incertaines & fautives. C'eſt par cette raiſon qu'on a commencé d'abandonner la diſpoſition de l'Inſtrument aſtronomique preſcrite par Mr. le Chevalier *de Louville*, quoiqu'elle eut été presque univerſellement adoptée. On demande que l'Etoile dont on doit prendre la meſure actuelle, ſe trouve dans l'axe du tube. Il faut donc que, pendant l'obſervation, ou tout l'Inſtrument, ou du moins le tube, ſoit mis en mouvement. On a fait choix du dernier, & l'on met le tube ſur une régle mobile autour

tour du centre de l'Inſtrument. Mais alors le Micrometre devient inutile, & il faut prendre la peine de marquer les petites diviſions, ou par des lignes tranverſales, ou ſur les arcs qui diviſent l'Inſtrument, ou de quelque autre maniere.

Je ne crois pas m'avancer trop en diſant que, par cette diſpoſition, l'avantage d'avoir à l'axe du tube l'Etoile dont on veut meſurer la hauteur, en fait négliger d'autres conſidérables, & d'une grande commodité. On eſt obligé pendant l'Obſervation de remuer la régle avec le tube, & l'on ſe met inconteſtablement par là dans un plus grand danger de déranger l'état de tout l'Inſtrument, qu'on ne peut le faire par le mouvement de la ſeule petite vis du Micrometre. Je doute auſſi beaucoup, que par tous les moyens rapportés ci-deſſus, on ſoit en état de ſe procurer des diviſions auſſi exactes, qu'on peut les attendre du paſſage d'un fil par un point. Au moins eſt-il certain, & conforme à l'Expérience, qu'une diviſion par un point, toutes les fois qu'elle peut avoir lieu, eſt préférable à toute autre.

Ces conſidérations m'ont fait naître l'idée de rechercher, ſi les erreurs qu'on a ſujet de craindre en ſe ſervant du Micrometre pour les meſures priſes à des diſtances conſidérables de l'axe, ſont réellement aſſez conſidérables pour faire rejetter la méthode de Mr. *de Louville*. Cet objet m'a paru d'autant plus digne d'attention, que j'ai bien trouvé qu'on fait en général des remarques ſur l'incertitude du Micrometre, mais que perſonne n'a déterminé poſitivement juſqu'où s'étendent les erreurs qui peuvent en réſulter. Une méditation plus approfondie m'a fourni de nouvelles raiſons de regarder la choſe comme importante. Quand même on voudroit retrancher le Micrometre du nombre des Inſtruments adaptés au quart de cercle, on ne pourroit pas néanmoins s'en paſſer entierement. Si c'eſt donc un Inſtrument défectueux, il eſt très à propos de connoître ſes défauts, & d'avoir des régles au moyen desquelles on puiſſe déterminer à quoi montent les erreurs qu'il occaſionne dans chaque cas, afin d'y faire l'attention convenable, & de corriger les Obſervations en conſéquence.

Les ſuppoſitions ſur leſquelles ſe fonde l'uſage du Micrometre, & dont je dois préſentement examiner la juſteſſe, ſont les ſuivantes.

Fig. 1. 1. Quand AB repréſente un objectif, dont le foyer principal eſt en D, il montre dans un fort grand éloignement les points d'une ſurface circulaire FE, qui a pour rayon la ligne CD.

2. Quand MC eſt le rayon de lumiere, qui tombe d'un point fort éloigné ſur le milieu de la lentille, ce point eſt repréſenté en *m*, où le rayon de lumiere MC continué concourt avec la ſurface circulaire ſusdite EF.

3. La petite portion de cette ſurface circulaire qu'on voit à travers le tube, peut être priſe ſans erreur ſenſible pour une ſurface plane.

La plus legère connoiſſance des Principes de l'Optique ſuffit déjà pour faire connoitre, que dans toutes ces ſuppoſitions il ſe commet des erreurs. On les regarde toutes comme ſans conſéquence; ainſi la queſtion eſt préſentement de ſavoir, ſi elles ſont réellement ſi petites qu'on puiſſe ſe croire en droit de les négliger. C'eſt ce qui ne peut être affirmé qu'après un calcul qui détermine exactement leur grandeur, & qui fourniſſe en même tems, au cas que parmi ces erreurs il y en ait d'aſſez conſidérables pour devoir être réputées dangereuſes, le moyen d'aſſigner les corrections qui peuvent être néceſſaires dans les meſures priſes avec le Micrometre.

D'abord on ſuppoſe tacitement, que tous les rayons qui partent d'un point, ſe réuniſſent de même dans un point derrière l'objectif. Cela n'eſt pas rigoureuſement vrai, car il eſt connu que, tant les figures ſphériques des verres, que la diverſe réfrangibilité des rayons, s'oppoſent à cette parfaite réunion. On peut donc déjà croire que ces circonſtances influent ici à divers égards pour rendre l'uſage du Micrometre peu ſûr. Mais il eſt aiſé de prouver auſſi qu'elles altérent en quelque choſe la diſtinction de l'objet repréſenté, mais qu'elles

les ne produiſent aucun effet par rapport au lieu où il paroit, & qu'ainſi la défiance qu'on a du Micrometre à cet égard eſt mal fondée.

Pour juſtifier ceci, en commencant par l'aberration qui pourroit naître de la ſphéricité, qu'on ſuppoſe que A B ſoit un objectif, dont l'ouverture ſoit *m n*, que nous voulons ſuppoſer d'abord comme infiniment petite. Dans ces cas on ſçait que la figure ne ſçauroit cauſer aucune aberration, & que tous les rayons qui venant d'un point tomberont ſur *m n*, ſe réuniront exactement en un point déterminé C. Mais, en ſuppoſant que l'ouverture ſoit renduë plus grande, & devienne préſentement A B, alors les rayons qui tombent ſur A *m* & B *n* ne ſe réuniront plus exactement en C, mais ils s'écarteront des deux côtés du point C. Si donc on place à travers C une ſurface, les rayons s'y répandront en un petit cercle, dont C ſera le centre, & la ligne D E le diametre. Cela nuit ſans contredit à la repréſentation diſtincte du point; mais, comme il eſt naturel que l'oeil prenne le centre de ce cercle d'aberration pour le vrai lieu de la repréſentation, & que cela doit arriver d'autant mieux que l'on découvre plus aiſément, que c'eſt au point C que les rayons de lumiere ſont le plus épais, ce doit être auſſi par conſéquent l'endroit où la repréſentation du point a le plus de vivacité: & l'on comprend ſans peine que l'aberration ne doit point être dangereuſe, ou propre à jetter de l'erreur dans les meſures priſes avec le Micrometre. Fig. II.

Il en eſt de même par rapport à l'aberration qui pourroit naître de la différente réfrangibilité de la lumiere. On ſait par l'expérience que les rayons jaunes ſont les plus vifs. Si l'on ſuppoſe préſentement que ce ſont ces rayons ſeuls qui tombent ſur la lentille A B, & qu'ils ſe réuniſſent tous dans le point C, il eſt à la vérité ſûr que les autres rayons ne ſe réuniſſent pas au même endroit; mais, ſi l'on met une ſurface en C, il n'en réſultera d'autre effet, ſi ce n'eſt que les rayons ſe répandront auſſi en un petit cercle D C, qui aura C pour centre. Ainſi l'oeil prendra toujours de même ici le point C pour le vrai lieu de la repréſentation; & bien que l'image diſtincte ſouffre effective-

ment quelque altération, cela ne porte aucune atteinte immédiate à la certitude des meſures priſes avec le Micrometre.

Je n'aurai donc pas beſoin de m'arrêter à ces deux aberrations; beaucoup moins prendrai-je dans mes calculs l'ouverture du verre comme infiniment petite, & les rayons de lumiere comme étant tous d'une égale réfrangibilité. Alors il ne ſera plus difficile d'examiner les ſuppoſitions rapportées ci-deſſus. Nous nous frayerons une route commode pour réuſſir dans ces recherches, en commençant par réſoudre les deux Problêmes ſuivans.

PROBLEME I.

Fig. III. *Que* bc *ſoit une ſurface ſphérique convexe, qui rompt la lumiere, & que ſon centre ſoit en* d. *Que d'un point du rayon* a *tombe un rayon* ab *ſur cette ſurface, ſous un très petit angle; il s'agit de déterminer le lieu, où ce rayon de lumiere, quand il eſt rompu en* b, *ſe réunit avec le rayon.*

Qu'on nomme le rayon de la ſurface $bd = a$, $ca = b$, l'arc $cb = \psi$, $cg = x$, & que l'on poſe que le ſinus de l'angle d'incidence ſoit au ſinus de l'angle de réfraction $= 1 : \mu$, lequel μ, dans le cas où le rayon paſſe de l'air dans le verre, comme nous le prenons ici, vaut $\frac{3}{2}\frac{0}{1}$, & eſt plus petit que 1. Qu'on tire de b avec le rayon bd l'arc def; alors comme nous avons pris l'angle très petit, l'arc df eſt égal au ſinus de l'angle d'incidence, & de au ſinus de l'angle de réfraction. Mais il y a ici premièrement $ac : bc = ad : df$, & ainſi $df = \frac{\psi(b+a)}{b}$. De même gc eſt : $cb = gd : de$, & par conſéquent $de\,b = \frac{\psi(x-a)}{x}$. Mais comme à preſent df eſt : $de = 1 : \mu$, on a par conſéquent $\frac{\mu\psi(b+a)}{b} = \frac{\psi(x-a)}{x}$, & $x = \frac{ba}{b(1-\mu)-\mu a}$.

Si

Si l'on ſuppoſe ici que b ſoit infini, c'eſt à dire, que le rayon de lumiere vient d'un point très éloigné, qui ſe trouve dans le rayon cd, on aura $x = \frac{a}{1-\mu}$.

Comme ici la valeur de x ne contient point du tout ψ, il eſt clair que le point g eſt celui où tous les rayons qui partent de a ſe réuniſſent, & qu'ainſi c'eſt le lieu où cette ſurface réfrangible repréſente le point a. C'eſt donc à l'aide de ce Problème une choſe aiſée que de déterminer le lieu où chaque point, par exemple, b, m, de la ſurface réfrangible cp eſt repréſenté. Il n'y a qu'à tirer de m par le centre d de cette ſurface une ligne droite md, & faire au deſſus d'elle, en conſervant les dénominations précédemment employées, cg égal avec $\frac{ab}{b(1-\mu)-\mu a}$, ou quand m eſt fort éloigné, avec $\frac{a}{1-\mu}$. Mais, ſi l'on prend un axe déterminé AB, & qu'on veuille y rapporter le lieu de la repréſentation, on n'a qu'à laiſſer tomber de g la ligne perpendiculaire gh, & nommer l'angle mdA $= \varphi$. En faiſant enſuite un calcul àiſé, on trouve $ph = \frac{a\mu\cos\varphi}{1-\mu} + a$, & $gh = \frac{a\mu\sin\varphi}{1-\mu}$, dans le cas ou m eſt extrèmement éloigné ; & c'eſt le ſeul auquel nous ayons beſoin de faire attention dans la conſéquence. Fig. IV.

PROBLEME II.

Qu'on ſuppoſe de plus que bc *ſoit une ſurface ſphérique, ſur le côté concave de laquelle tombe un rayon de lumiere* Bb, *de façon que s'il la traverſoit ſans ſe rompre, il ſe réuniroit avec le rayon* cd *derrière la ſurface au point* a. *Il s'agit de déterminer le point* g, *où ce rayon de lumiere, après avoir été rompu en* b, *ſe réunit avec le rayon cd.* Fig. V.

Si l'on conſerve ici la conſtruction précédente, & qu'on ſuppoſe $bd = A$, $ac = B$, & la proportion entre le ſinus de l'angle

d'incidence & celui de réfraction = 1 : M, on peut conclure d'une maniere ſemblable, & l'on obtient par là cg, que nous appellerons $x = \frac{AB}{B(M-1)+MA}$. En ſuppoſant ici le cas où le rayon de lumiere paſſe du verre dans l'air, qui eſt celui dont nous ferons l'application dans la ſuite de cette propoſition, alors on aura $M = \frac{3}{2}\frac{1}{0}$, & plus grand que 1.

Au cas qu'on veuïlle auſſi rapporter ici le lieu de l'image à un axe déterminé, qu'on ſe repréſente que les rayons de lumiere convergent vers le point a, & qu'on nomme la ligne perpendiculaire $ab = \alpha$, & $pb = \beta$. Qu'on tire de a le rayon ad, & qu'on faſſe au deſſus, quand ca eſt ſuppoſé = B, la ligne $cg = \frac{AB}{B(M-1)+MA}$, g ſe trouvera le point deſiré. Et afin qu'il puiſſe être rapporté à AB, qu'on tire la ligne perpendiculaire gk, & qu'on cherche à préſent les lignes pk & kg à rendre par α & β. On obtient cette valeur de la maniere ſuivante. Comme $ad : db = dg : dk$, ainſi $dk = \frac{AM(A+\beta)}{B(M-1)+AM}$, & de là $pk = \frac{A(M\beta - MB)+B}{B(M-1)+AM}$.

Mais, comme de plus $db : ba = dk : kg$, ainſi $kg = \frac{AM\alpha}{B(M-1)+AM}$.

Il faut encore éliminer B de cette formule, & exprimer ſa valeur par α, β & A. Mais, afin d'obtenir des expreſſions qui conviennent à notre but, nous nommerons γ la très petite différence qui ſe trouve entre B & β, & nous la mettrons au lieu de B dans notre formule $\beta+\gamma$. Si cela arrive, pk ſera $= \frac{A(\beta+\gamma)-A\gamma M}{(\beta+\gamma)(M-1)+AM} = \frac{A\beta}{\beta(M-1)+AM} - \frac{A\beta\gamma(M-1)}{[\beta(M-1)+AM][(\beta+\gamma)(M-1)+AM]} - \frac{A\gamma(M-1)}{(\beta+\gamma)(M-1)+AM}$, &

& $kg = \frac{A\alpha M}{(\beta+\gamma)(M-1)+AM} = \frac{A\alpha M}{\beta(M-1)+AM} - \frac{A\alpha\gamma(M-1)M}{[\beta(M-1)+AM][(\beta+\gamma)(M-1)+AM]}$. Pour plus de commodité, nous voulons conſerver γ dans notre formule, & nous remarquons ſeulement à cauſe de cela, que γ eſt $= \sqrt{(A+\beta)^2+\alpha^2}-A-\beta$, à la place de quoi on peut prendre aſſez exactement $\frac{\alpha^2}{2(A+\beta)}$.

A l'aide de ces deux Problèmes, on ſera préſentement en état de déterminer avec la derniere exactitude le lieu où le point d'une lentille de verre ſera repréſenté. Qu'on ſuppoſe que NMPQ ſoit une ſemblable lentille, & que l'on conſerve, tant pour la ſurface antérieure MN que pour la poſtérieure PQ, les dénominations employées dans les deux Problèmes précédens, enfin que cd, ou l'épaiſſeur de la lentille, ſoit marquée par c. Les rayons de lumiere qui viennent d'un point fort éloigné, tombant ſur la partie antérieure de la lentille ſous l'angle Φ, ces rayons parallèles ſeront rompus de façon, qu'ils deviendront tous convergens vers un certain point h derrière la lentille. Ce point h peut être déterminé par le premier Problème; car en vertu de ce Problème, comme μ eſt $= \frac{20}{31}$ & $\mu - 1 = \frac{11}{31}$, cg ſera $= \frac{(20\cos\Phi+11)a}{11}$, & $hg = \frac{20a\sin\Phi}{11}$. Ces rayons tombent avec la même convergence ſur la partie poſtérieure du verre PQ, & y ſouffrent de nouveau une réfraction, par laquelle ils ſe réuniſſent en un autre point f. Le ſecond Problème nous met en état de trouver la place de ce point. En effet dg eſt $= \beta = \frac{(20\cos\Phi+11)a-11c}{11}$, & $hg = \alpha = \frac{20a\sin\Phi}{11}$. Si nous mettons préſentement cette valeur dans la formule trouvée par le ſecond Problème, & en même tems $M = \frac{31}{20}$, & $M-1 = \frac{11}{20}$, nous

Fig. VII.

nous obtiendrons la valeur cherchée pour de & ef, & par conſéquent le lieu de la repréſentation.

Il eſt aiſé de faire dans chaque cas particulier l'application de cette méthode, & de rechercher ſi l'on peut y accorder comme vrayes les ſuppoſitions employées dans l'uſage du Micrometre. Je fournirai deux exemples ſemblables ; l'un avec un tube d'environ trois pieds, tel qu'on a coutume de s'en ſervir avec un quart de cercle de médiocre grandeur, & l'autre avec un tube de ſix pieds, qui eſt fort en uſage pour les autres Obſervations dans leſquelles on fait entrer le Micrometre.

Suppoſons que l'on ait un objectif dont le foyer principal ait trois pieds, ou 300 lignes, cela ne ſuffit pas encore pour déterminer la grandeur des rayons que chaque ſurface doit avoir. Car, quand à l'aide de la Méthode précédemment indiquée, on cherche une équation pour la diſtance du foyer principal, que nous voulons nommer P afin d'abréger, on n'a ſimplement qu'à poſer $P = o$. Alors on aura $\text{cof } \varphi = 1$, & $\text{ſin } \varphi = o, \beta$ deviendra par conſéquent $= \frac{31a - 11c}{11}$, & α auſſi bien que γ l'un & l'autre $= o$. L'expreſſion pour de eſt donc alors $\frac{20 A \beta}{11\beta + 31 A} = \frac{20 A(31a - 11c)}{11(31a + 31 A - 11c)} = P$. Cette équation eſt indéterminée, quand on regarde les rayons a & A comme inconnus ; & par conſéquent il doit y avoir une infinité d'objectifs différens poſſibles, qui ayent tous la même dimenſion du foyer principal. Mais, ſi nous ſuppoſons que les deux ſurfaces ont un même rayon, & qu'ainſi $a = A$, ce qui a communément lieu, quoique ce ne ſoit pas la proportion dont on devroit ſe ſervir, on aura ainſi $\frac{20a(31a - 11c)}{11(62a - 11c)} = P$, dans ce cas $= 300$ lignes. Si nous prenons e dans cette comparaiſon, c'eſt à dire l'épaiſſeur de la lentille $= 1$ ligne, (car on trouvera difficilement une lentille d'objectif plus épais

épaiſſe,) alors on trouve $\frac{20\,a(31\,a - 11)}{11\,(62\,a - 11)} = 300$, & par conſéquent $a = 330,1774$ lignes.

En général on s'apperçoit aiſément que, plus Φ eſt grand, & plus ſera grande l'erreur par laquelle on prend à faux le lieu de l'image dans les ſuppoſitions accoûtumées. Nous devons donc dans cette recherche prendre au lieu de Φ la plus grande valeur qui puiſſe ſe préſenter. Je prens ici à cauſe de cela $\Phi = 10'$, car on n'a pas beſoin d'un plus grand angle pour meſurer à l'aide d'un Inſtrument pourvû d'un Micrometre, ſuivant la méthode de Mr *de Louville*. Mais, ayant ſuppoſé $\Phi = 10'$, $\cos\Phi$ eſt $= 0,9999958$, & $\sin\Phi = 0,0029089$, par conſéquent $\beta = 929,4974$, $\alpha = 1,7462$, & $\gamma = 0,0012$. Si préſentement nous voulons déterminer de, nous n'avons beſoin de nous ſervir que de cette valeur. Mais la formule pour de conſiſte en trois parties, dont les deux dernieres ſont fort petites; c'eſt pourquoi nous commencerons par déterminer leur valeur, pour voir, ſi elles ne ſont pas réellement ſi petites, qu'on puiſſe ſe diſpenſer d'y faire aucune attention. Or nous pouvons prendre ici en toute aſſurance, à la place de $(\beta + \gamma)(M-1) + AM$, ſeulement $\beta(M-1) + AM$, car les termes, déjà très petits en eux-mêmes, ne pourront jetter dans aucune erreur par cette différence extrêmement petite entre les dénominateurs. En faiſant cela, nous obtiendrons pour le ſecond terme de de, 0,00019, & pour le troiſième, 0,00021. Nous trouvons de même pour le ſecond terme de fe, 0,0000005. Ainſi de eſt

$$= -\frac{20A\beta}{11\beta + 31A} - 0,0004, \text{ \& } fe = \frac{31A\alpha}{11\beta + 31A} - 0,0000005.$$

Nous ſommes donc parfaitement en droit de tenir pour o les deux derniers termes de de & fe. Il faudroit employer une lentille oculaire qui groſſit plus de 100 fois pour apperçevoir le moins du monde les erreurs de de, & une qui groſſit plus de 100000 pour celles de fe. Nous pouvons donc à l'avenir prendre avec une pleine certitude

pour la valeur de de feulement $\frac{20\,A\,\beta}{11\,\beta + 31\,A}$, & pour celle de $fe = \frac{31\,A\,\alpha}{11\,\beta + 31\,A}$.

Si nous mettons à préſent dans cette formule les valeurs convenables trouvées ci-deſſus de α & β, cela nous donnera $de = 299,9995$, & $fe = 0,8727$. Suivant les ſuppoſitions accoûtumées, de ſeroit $= P \cos \Phi = 299,9987$, & $fe = P \sin \Phi = 0,8726$, leſquelles valeurs ne différent des véritables que de 0,0008, & 0,0001. Ces erreurs ſont auſſi ſi petites, que nous pouvons ſans le moindre risque négliger d'y faire attention. C'eſt ce que nous verrons à fonds plus bas, lorſque nous aurons déterminé les erreurs que les deux premieres ſuppoſitions ſont capables d'introduire dans les meſures priſes avec le Micrometre.

Si nous faiſons une recherche ſemblable en nous ſervant d'un tube de ſix pieds, nous pourrons procéder entierement de la même maniere; ſeulement il ne faut pas prendre 10′ pour Φ, car ces meſures s'étendent à un plus grand angle. Je veux prendre exprès Φ fort grand, ſçavoir de 1°, afin que les erreurs qui pourroient en réſulter ſoyent d'autant plus ſenſibles.

On trouve ici, quand on prend de nouveau le rayon des deux ſurfaces égal, $A = 660,1773$, $\beta = 1859,3168$, $\alpha = 20,9483$ & $\gamma = 0,0870$. Le ſecond terme de de devient à cauſe de cela $= 0,01397$, & le troiſième 0,0154, & leur ſomme $= 0,02937$. Pareillement le ſecond terme de fe devient $= 0,00023$. Si nous cherchons auſſi la valeur des premiers termes, nous aurons $de = 599\,9703 - 0,02937 = 599,9409$, & $fe = 10,4774 - 0.00023 = 10,4772$. Or, ſuivant l'hypotheſe ordinaire, de ſeroit $599\,9087$, & $fe = 10,4714$, ce qui ne différe des vrayes valeurs trouvées ci-deſſus, que de 0,0323, & 0,0058.

Ces

Ces différences ſont auſſi fort petites ; & il en réſulte clairement tout au moins, que dans les deux premieres ſuppoſitions mentionnées on ne s'écarte que très peu de la vérité. Cependant on s'en écarte, & c'eſt à nous à rechercher jusqu'où cela peut aller, & quelle erreur il pourroit en naître dans les meſures du Micrometre. Mais on ne ſçauroit ſe promettre de réüſſir dans cette recherche, avant que d'avoir examiné jusqu'où la derniere ſuppoſition qu'on fait dans l'uſage du Micrometre peut être reconnuë pour vraye ; & c'eſt ce qui m'oblige à tourner avant toutes choſes mes vuës de ce côté là.

De tout ce qui été dit jusqu'ici il s'enſuit évidemment, que l'image produite par l'objectif exiſte, non ſur une ſurface plane, mais ſur une ſurface courbe. Ainſi l'on commet ſans contredit dans la troiſiéme ſuppoſition une faute, qui ne ſçauroit manquer d'influer ſur les meſures du Micrometre. Pour s'en convaincre, qu'on ſuppoſe que Fig. VIII. *de* ſoit la ſurface courbe, ſur laquelle l'image eſt répréſentée, & que *h i* deſigne la ſurface plane, ſur laquelle ſe meut le fil du Micrometre, il touche ainſi en *f* la ſurface de l'image. Si le fil du Micrometre eſt déplacé hors de ſon axe, par exemple, en *b*, & qu'on ſe repréſente qu'on voit l'image ſans le ſecours d'un oculaire, il eſt clair qu'à cauſe qu'en *b* le fil eſt un peu diſtant de la ſurface de l'objet, un oeil en C voit le fil vers *k*, & l'autre en D le rapportera à un autre point. Ce fil doit par conſéqnent avoir alors quelque parallaxe, & cela répand de l'incertitude dans les meſures. Que ſi l'on ſe ſert d'un oculaire, la même choſe arrive avec cette différence ſeulement que la grandeur de cette parallaxe dépend de la conſtitution & du lieu de l'oculaire. Nous devons donc rechercher ici, quelle eſt l'influence de la lentille oculaire. Il faudra pour cet effet recourir à quelques Principes d'Optique, que je vais commencer par rapporter en peu de mots.

Qu'on ſuppoſe que *d* ſoit un point qui ſe trouve hors de l'axe de Fig. IX. l'oculaire A B, dans le fil mobile du Micrometre. Si l'on met le foyer de ce verre en *h*, & qu'on tire de *d*, *d k* parallele avec l'axe, il y aura un rayon qui, en ſuivant cette direction, ſera rompu en *h*. Le rayon

qui paſſe par g, continuë ſa route ſans ſe rompre; & à cauſe de cela les rayons qui partent de d, pas autrement que s'ils venoient de e, atteignent derrière le verre le point où les lignes hk & dg concourent. Un oeil donc qui ſeroit en t, verroit le point d dans la ligne et. Nous pouvons déterminer cette ligne de la maniere ſuivante. Qu'on ſuppoſe $gh = \alpha$, $gc = a$, $dc = m$, $fg = y$, $fe = x$, alors on a $gh : dk = fg : fc$ & de là $y = \frac{a\alpha}{\alpha - a}$. Mais comme de plus $cg : cd = fg : fe$, ainſi $x = \frac{m\alpha}{\alpha - a}$. Quand x, α, y ſont trouvés ſuivant cette méthode, qu'on ſuppoſe $sg = k$, $st = l$, & l'angle $fie = \psi$. On a ici prèmierement $si : st = sf : ef + st$, par conſéquent $si = \frac{l(y+k)}{l+x}$, & de là $gi = \frac{kx - ly}{l+x}$, & $fi = \frac{x(k+y)}{l+x}$. Mais comme de plus $if : fe = 1 : \text{tang } \psi$, ainſi $\text{tang } \psi = \frac{l+x}{k+y}$. Si préſentement l'on ſuppoſe que l'oeil ſe meuve de l'autre côté, auſſi loin par delà l'axe, qu'il étoit auparavant en deçà, il arrivera, quand il ſe rencontrera en p, qu'il verra le point d ſuivant la ligne pe, & ſi nous déſignons l'angle fie, par ψ', tang ψ' ſera $= \frac{x-l}{k+y}$.

Fig. X.

Fig. XI. Suppoſons de plus qu'à quelque diſtance du point d, il y ait un autre point m, & qu'on doive déterminer le lieu de ce point, lorſqu'il eſt vû par un oeil en t, par la lentille oculaire, dans une même ligne te avec le point d. Qu'on nomme ici $ng = A$, & $nm = \mu$, en retenant d'ailleurs les dénominations précédentes. Il paroit clairement par ce qui précéde, que ſous ces conditions $qg = \frac{A\alpha}{\alpha - A}$,

&

& $p\,q = \frac{\mu\,\alpha}{\alpha - A}$, & la tangente de $prq = \frac{l\,\alpha - A\,l + \mu\,\alpha}{k\,\alpha - A\,k + A\,\alpha}$. Si préſentement les deux points d & m doivent être vûs dans la même ligne $s\,e$, $p\,s$ & $e\,s$ doivent aboutir enſemble, & par conſéquent la tangente de $p\,r\,q$ être égale à la tangente de $e\,i\,f$. Nous obtenons de là l'équation $\frac{l\,\alpha - A\,l + \mu\,\alpha}{k\,\alpha - A\,k + A\,\alpha} = \frac{l\,\alpha - a\,l + m\,a}{k\,\alpha - a\,k + a\,\alpha}$. D'où il eſt manifeſte que tous les points, qui ſont vûs avec d par un oeil en s en une ligne, doivent être placés tous en une ligne droite $m\,d\,k$, que l'on peut déterminer, en nommant la tangente de $e\,i\,f$, c, & en faiſant $g\,k = \frac{l\,\alpha - k\,\alpha\,c}{l - k\,c + c\,\alpha}$, & la tangente de $m\,k\,n = \frac{k\,e - c\,\alpha - l}{\alpha}$. Cette formule eſt bonne auſſi pour le cas où l'oeil eſt en p au delà de l'axe, avec cette différence ſeulement que l doit alors être pris négatif.

Pour être en état de faire une application de cette formule dans des cas particuliers, il eſt néceſſaire que nous cherchions à déterminer la valeur pour $l\,\alpha\,k$. Or l déſigne, comme on le peut clairement inférer de ce qui précéde, l'étenduë à laquelle l'oeil a la liberté de ſe porter des deux côtés de l'axe. La parallaxe du Micrometre dont nous avons fait mention ci-deſſus, devenant, comme il eſt aiſé de le comprendre, d'autant plus conſidérable que l eſt plus grand, il eſt avantageux de limiter l'oeil de façon qu'il s'écarte auſſi peu qu'il eſt poſſible de l'axe. C'eſt ce qu'on peut faire au moyen d'un diaphragme, qui eſt percé d'un trou rond, & que l'on met à l'endroit où l'oeil doit être placé. A la vérité il eſt en général fort avantageux de faire ce trou auſſi petit qu'il eſt poſſible ; cependant on ne ſçauroit lui donner une ouverture plus petite que celle qui répond au diametre de la prunelle, ſans que la clarté de la repréſentation en ſouffre quelque choſe. Or, comme on peut évaluër le diamètre de la prunelle tout au plus juſqu'à deux lignes, il faudra par conſéquent prendre l, le demi-diametre du trou dans le diaphragme, d'environ une ligne.

La diſtance de l'oeil à l'oculaire eſt déſignée par k. Le but de la conſtruction d'un tube demande que l'oeil ſoit placé de façon, que l'image fe repréſentée par l'oculaire ſoit vuë diſtinctement. Ainſi la ligne fs doit être égale à l'éloignement dans lequel l'oeil ſe repréſente diſtinctement un objet. Cet éloignement étant pour un bon oeil de huit pouces, ou 80 lignes, nous pouvons dans la ſuite prendre toujours $fs = y + k = 80$ lignes, & déterminer la grandeur de k & a de façon qu'elle ſatisfaſſe aux conditions exprimées.

Nous pouvons à preſent faire une application de ces principes aux cas particuliers qui ont été poſés ci-deſſus. Dans un tube de trois pieds on peut ſe ſervir d'un oculaire de 10, 5 lignes de foyer, & l'oeil doit être à peu près auſſi loin derrière le verre. Nous avons de là $a = 10, 5$, $k = 10, 5$, $l = 1$, $a = 9, 1218$, & m pour le cas où l'on étend la meſure environ à $10'$ de l'axe $= 0, 8726$.
Fig. XII. Alors, quand l'oeil eſt en t, c ſera $= 0, 0956$, mais quand il eſt en f, $= 0, 0706$. De là s'enſuit dans le premier cas $gn = 0, 0399$, & dans le ſecond $gm = 18, 1836$. Les angles dnc, & dmc, ſont dans ce cas égaux, & leur tangente eſt $= 0, 09523$.

Il eſt aiſé de déterminer par là la grandeur de toute la parallaxe à laquelle on doit faire attention, de la maniere ſuivante. Comme les lignes hi & ef ne s'écartent que très peu de kl, on peut les regarder comme ſi elles y coïncidoient; alors hk ſera la différence entre dc & $hi = 0, 000114$, & ke eſt de la même grandeur; par conſéquent $he = 0, 000228$. La grandeur de la ligne à meſurer eſt donc incertaine d'autant, ce qui ne va pas dans un tube de trois pieds, au delà de 9, 4 tierces. Or une incertitude qui concerne une auſſi petite grandeur, eſt aſſurément inſenſible, & perſonne, à cauſe de cela, ne voudra blâmer, ou rejetter la diſpoſition de l'Inſtrument Aſtronomique preſcrite par Mr. *de Louville*.

Dans un tube de ſix pieds, cette incertitude ſera ſans contredit plus ſenſible, lorſqu'on voudra étendre les meſures du Micrometre

jus-

jusqu'à un degré. On peut ſe ſervir dans un ſemblable tube d'un oculaire, dont le foyer ſoit de 14, 7 lignes. Nous trouvons donc pour ce cas $\alpha = k = 14, 7$, $a = 11, 9988$, $l = 1$, & m, quand la meſure s'étend jusqu'à un degré de l'axe, $= 10, 4714$. Alors c ſera pour un oeil en $t = 0, 7202$, & pour un oeil en $p = 0, 6952$, ce qui donne au premier cas $gn = 140, 9274$, & au ſecond $gm = 164. 9251$. Les angles dnc, & dmc, ſont ici de nouveau égaux, & leur tangente eſt $= 0, 0682$.

Par là on détermine comme auparavant la grandeur de l'incertitude qui régne dans les meſures. En effet hk ſera $= ke = 0, 0062$, par conſéquent $he = 0124$; & ainſi toute l'incertitude des meſures montera à $4\frac{1}{4}$ ſecondes, ce qui eſt aſſez conſidérable pour qu'on ne ſoit pas en droit de le négliger.

Telle ſera la grandeur des parallaxes auxquelles il faut avoir égard, en prenant pour parfaitement juſte l'hypotheſe, ſuivant laquelle la ſurface de l'image fait partie de la boule qui a pour rayon la diſtance du foyer à l'objectif. Mais nous avons trouvé ci-deſſus que cela ne pouvoit être admis, & par conſéquent les parallaxes que nous avons déterminées ne ſont pas les véritables. Cependant, au lieu d'avoir à craindre que les vrayes parallaxes ſoyent plus grandes, on découvre au contraire qu'elles ſont plus petites. Car ci deſſus nous avons trouvé de plus grand qu'il ne devoit être ſuivant l'hypotheſe ſusdite. La ſurface de l'image eſt donc moins courbe, que les ſuppoſitions ordinaires ne la prennent ; & à cauſe de cela, dx étant réellement plus petit, la parallaxe même doit pareillement être moindre. Ceci fait un objet fort conſidérable, car au lieu qu'auparavant dans un tube de trois pieds la parallaxe alloit jusqu'à $9'''$ de grandeur, elle n'eſt réellement pas tout à fait de $4'''$; & dans un tube de ſix pieds elle ſera diminuée de $4'' 15'''$ jusqu'à $2'' 45''$. Les meſures du Micrometre inconteſtablement ne ſont donc pas auſſi incertaines qu'on pourroit le croire, à n'enviſager la choſe que ſuperficiellement.

Mais

Mais la courbure de la ſurface de l'image peut encore être la cauſe d'une autre erreur. Qu'on ſuppoſe que l'oeil ſoit dans l'axe en s, & que dn ſoit la ligne dans laquelle ſont placés tous le points que l'oeil en s voit avec d dans une même ligne. Dans cette poſition l'oeil rapportera le point du fil du Micrometre à f. A' préſent ſi l'on prend dans les meſures du Micrometre $fc = dc$, on tombera dans l'erreur de la petite ligne fg. Il eſt aiſé de déterminer la grandeur de cette erreur. Si l'on conſerve les déterminations précédemment employées, & qu'on faſſe $l = 0$, on obtient $Cn = \frac{knc}{c\alpha - kc}$, & la tangente de $end = \frac{kc - c\alpha}{\alpha}$. Cette valeur donne facilement à connoitre que, quand $k = \alpha$, comme nous l'avons pris ci-deſſus, $Cn = \infty$, & de là la ligne dn parallele avec l'axe ; par conſéquent l'erreur eſt $fg = 0$. Mais, ſi α n'eſt pas $= k$, fg ne pourra évanouïr, mais il deviendra négatif, quand k eſt plus grand que α, & au contraire poſitif, quand il eſt plus petit. Ainſi dans la diſpoſition précédemment indiquée des tubes qui ont été pris pour exemple, cette erreur ne ſçauroit avoir lieu, mais il ſeroit poſſible qu'elle ſe rencontrât dans une diſpoſition un peu différente. Mais, afin de nous faire quelque idée de la grandeur de cette erreur, faiſons auſſi là deſſus un calcul rélatif à quelques cas particuliers. Fig. XIV.

Poſons dans le tube de trois pieds $k = 15$, alors a eſt $= 9,0397$, & la tangente de $cnd = 0,11200$. Si nous prenons donc $gd = 0,0013$, comme le donnent les hypotheſes ordinaires, fg ſe trouve $= -0,000145$. Mais, quand nous poſons gd, comme il eſt effectivement $= 0,0005$, alors fg eſt $= -0,000056$. Ces erreurs ne ſont pas de la moindre conſéquence, car la premiere monte ſeulement environ à $5'''$, & la ſeconde à $2'''$.

Dans un tube de ſix pieds, ſi l'on prend $k = 20$, a eſt $= 11,8071$, & la tangente de $cnd = 0,2398$, par conſéquent $fg = -0,02191$, ſuivant

ſuivant les ſuppoſitions accoûtumées, mais, ſelon ſa véritable valeur, ſeulement $= -- 0, 01417$, erreurs dont la premiere monte à $7'' \frac{1}{2}$, & la ſeconde à $4'' 52'''$. Elles ſont aſſurément aſſez conſidérables, pour que, en donnant à un tube la diſpoſition mentionnée, on ait à craindre de tomber dans d'extrêmes mépriſes, ſi l'on ne veut pas avoir égard à cette correction.

Enfin je dois encore parler du dernier défaut, auquel les meſures du Micrometre ſont expoſées. On connoit immédiatement à l'aide du Micrometre la grandeur de la ligne dc, ou de la diſtance de la repréſentation de chaque point par rapport à l'axe du tube. En ſe conformant aux hypotheſes ordinaires, on poſe que cette ligne eſt $=$ P ſin Φ, ou comme les angles à meſurer ſont communément fort petits $=$ PΦ; d'où l'on conclut la grandeur de l'angle Φ. Mais nous avons trouvé ci-deſſus, que la ligne dc n'eſt pas parfaitement égale à P ſin Φ. Cela fait donc encore naître la queſtion ſi ces différences peuvent être la cauſe de quelques erreurs.

Dans un tube de trois pieds, quand on étend les meſures juſqu'à $10'$, cette différence eſt $=$ 0, 0001; ce qui ne pouvant aller qu'à une erreur de $4'''$ ne mérite abſolument aucune attention. Mais dans un tube de ſix pieds l'erreur eſt $=$ 0, 0058, ce qui monte à $3'' 35'''$.

On peut à préſent tirer de tout ce Mémoire la conſéquence légitime, qu'on n'a rien à craindre de la parallaxe dans un Inſtrument diſpoſé ſuivant la méthode de Mr. *de Louville*, & que les autres erreurs dans leſquelles on pourroit tomber ſont ſi petites qu'on eſt en droit de les négliger. Peut-être à la vérité qu'en donnant au tube une diſpoſition un peu différente, comme celle, par exemple, que j'ai employée, les erreurs ne ſeroient pas préciſément les mêmes; cependant il eſt aiſé de voir qu'elles ſeront très petites, & qu'on doit les regarder comme n'exigeant aucune attention.

Mais au contraire, dans de plus grands tubes, on découvre des ſources d'erreurs très conſidérables, & cela demande qu'on ne s'en ſerve qu'avec beaucoup de précaution. Les meſures à de grandes diſtances ne ſont jamais ſures à cauſe des parallaxes ; & cette incertitude oblige quelquefois, ſurtout dans certaines diſpoſitions du tube à des corrections très conſidérables, qui peuvent être déterminées ſans peine à l'aide de ce que j'ai dit ci-deſſus ; c'eſt pourquoi je m'abſtiens d'en donner ici la théorie.

Je n'ai plus qu'un mot à ajouter en finiſſant ſur cette diſpoſition de l'Inſtrument de *Louville* que j'ai défenduë jusqu'ici. On pourroit m'objecter qu'une raiſon ſuffiſante pour ne pas s'y fier, c'eſt qu'elle n'eſt pas fondée ſur des principes d'Optique, & qu'elle tient uniquement à la ſtructure du Micrometre. Dans cet Inſtrument, on ſe repoſe ſur l'exactitude de la vis ; & il eſt pourtant certain qu'il n'y a jamais de vis d'une exactitude parfaite. Je l'avouë, mais en même tems on ne pourra pas nier, que dans toute autre diſpoſition les diviſions ne ſçauroient également parvenir à une préciſion rigoureuſe. Si l'on dit qu'on pourroit rechercher la grandeur des erreurs dans les diviſions, & corriger en conſéquence les Obſervations, je répondrai qu'il ne ſeroit pas impoſſible, ni même plus difficile, de déterminer les défauts de la vis que ceux des diviſions ; & que cela ſuffit pour autoriſer à révoquer en doute la préférence qu'on voudroit donner à toute autre diſpoſition de l'Inſtrument aſtronomique ſur celle de Mr. *de Louville*.

Fig I

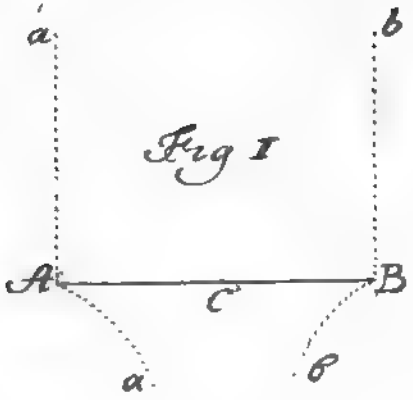


Fig II.

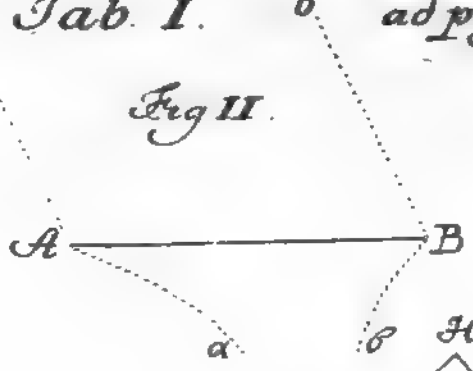


Fig. III.

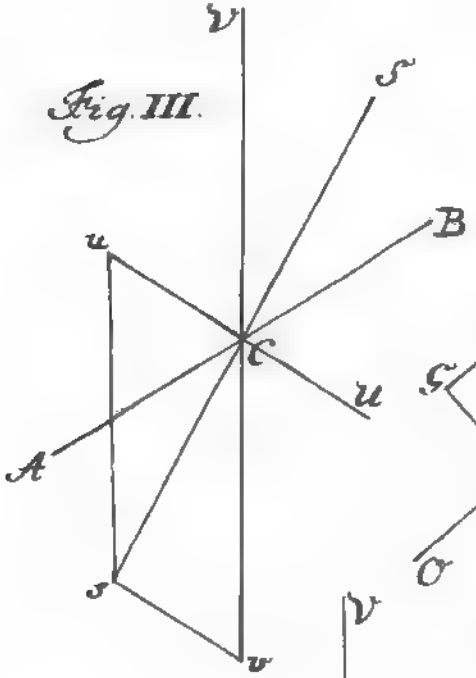
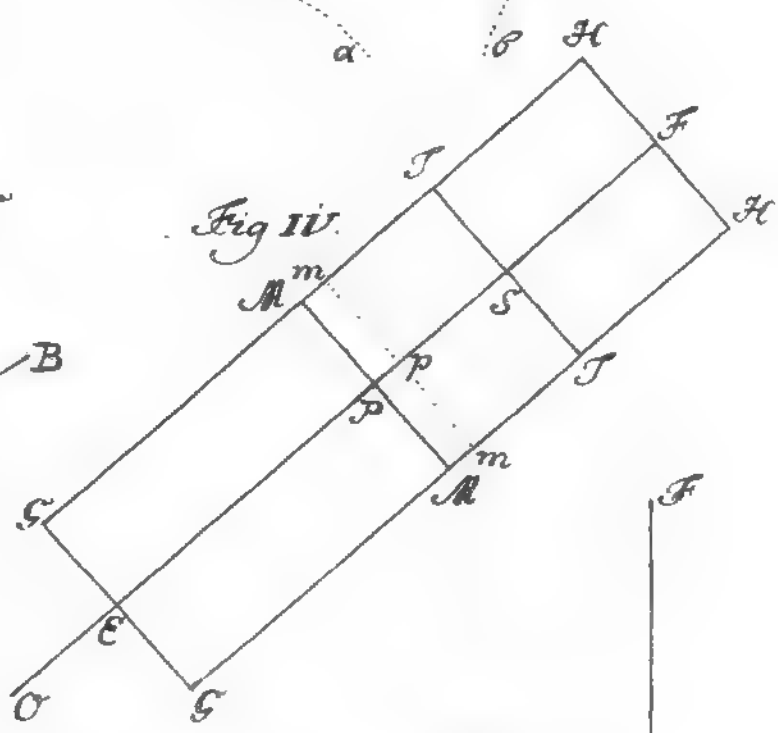


Fig IV.



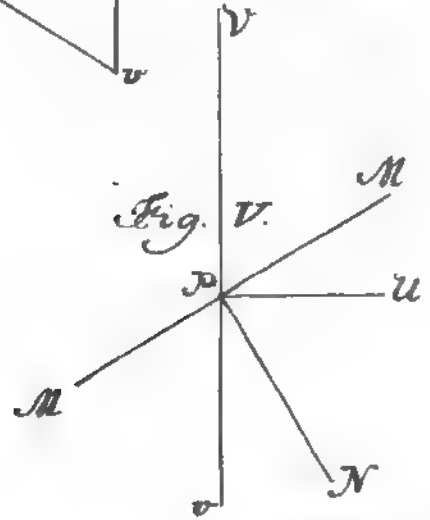


Fig. VI.

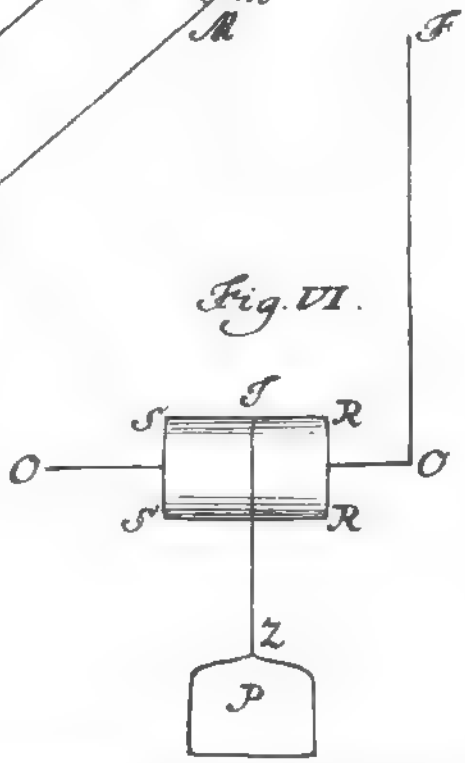


Fig. I.

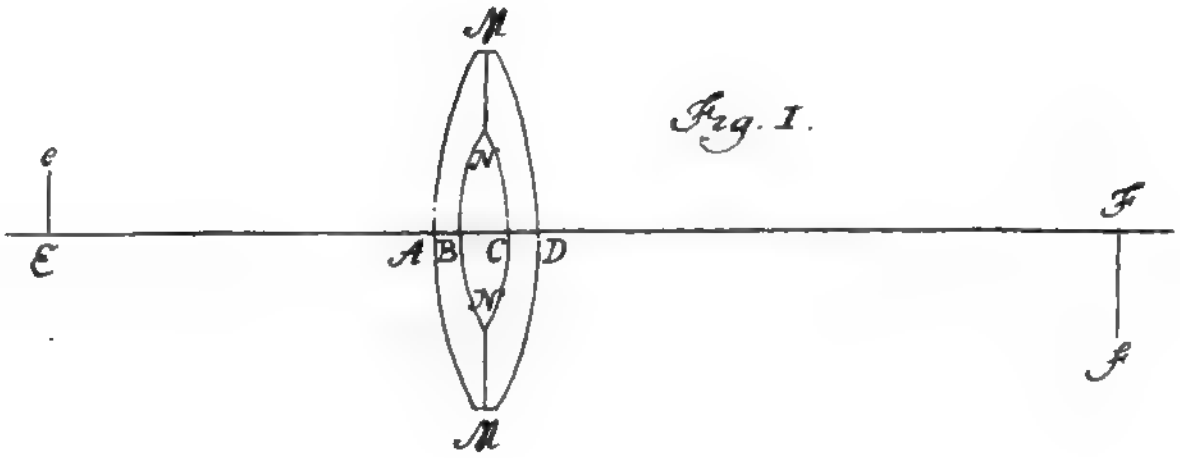
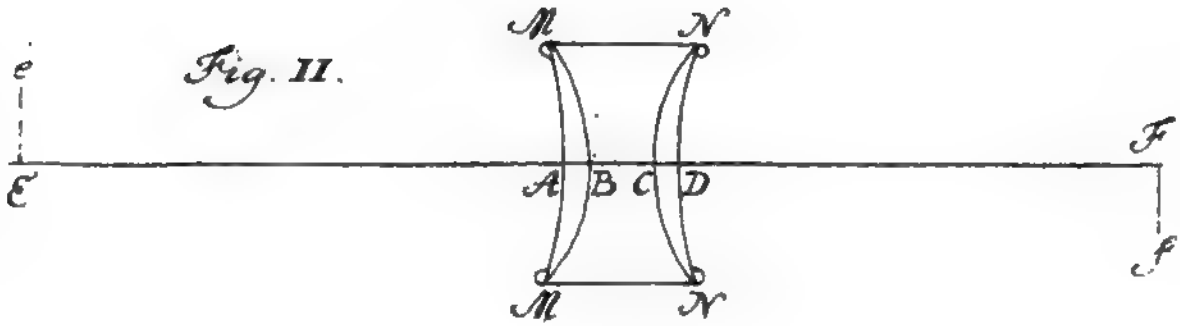


Fig. II.



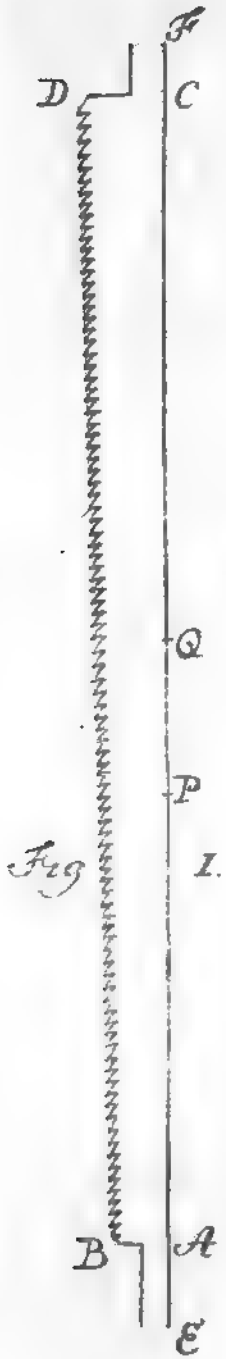


Fig. I.

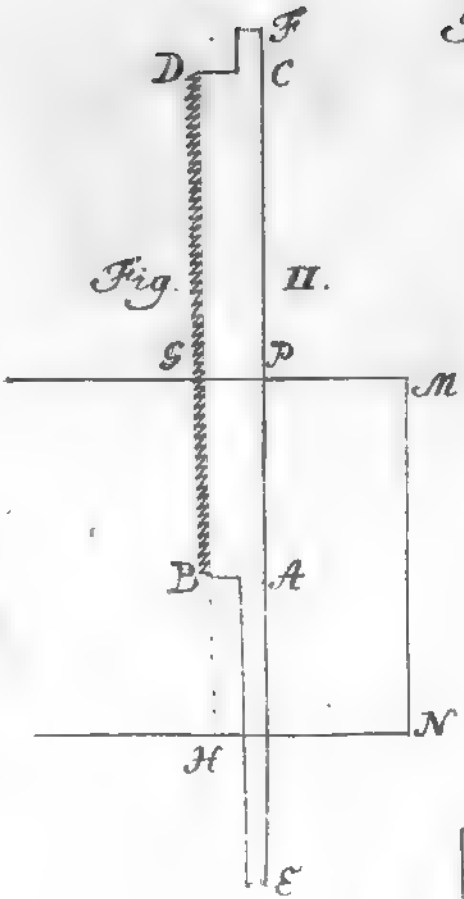


Fig. II.

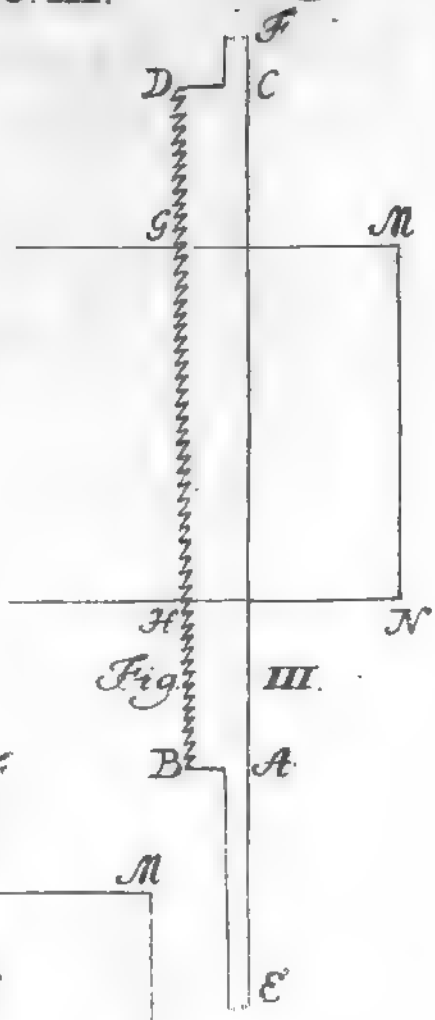


Fig. III.

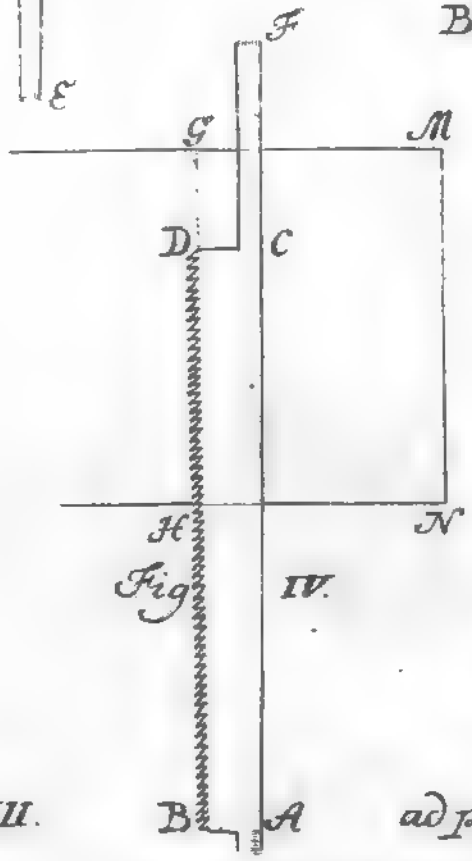


Fig. IV.

Fig. V.

Tab. IV. ad pag. 300.

Fig. I.

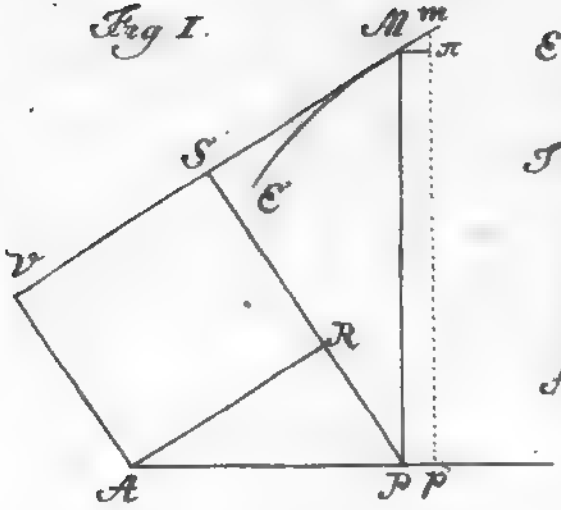


Fig. II.

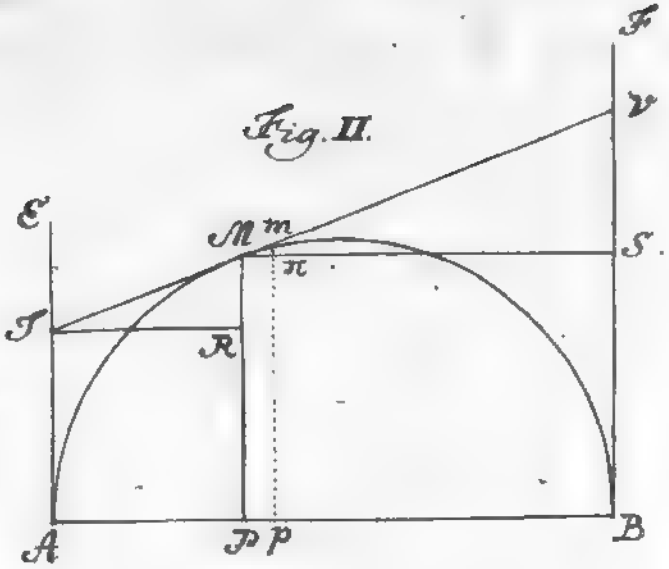


Fig. III.

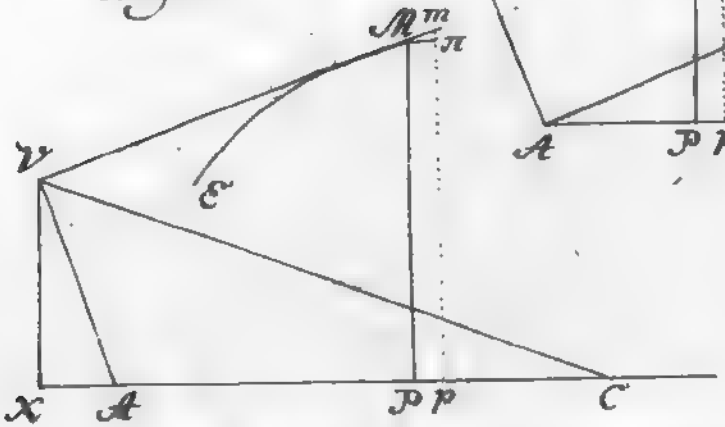
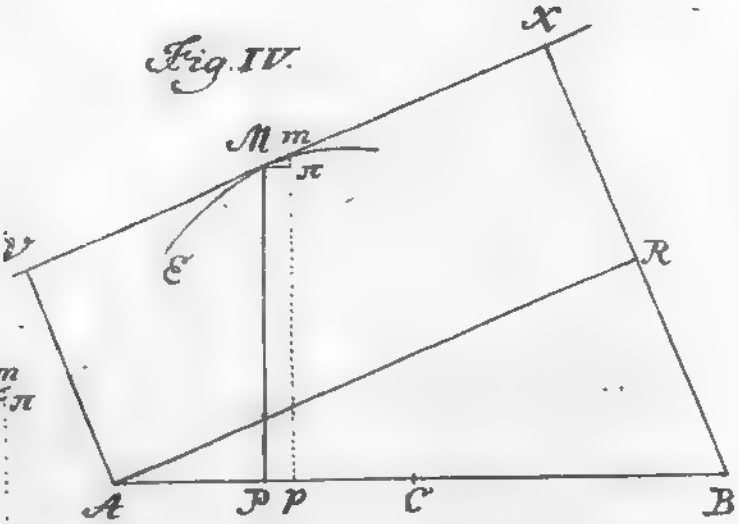


Fig. IV.



Mem de l'Acad Tom. XII ad pag. 386.

Fr. fc.

Fig. I.

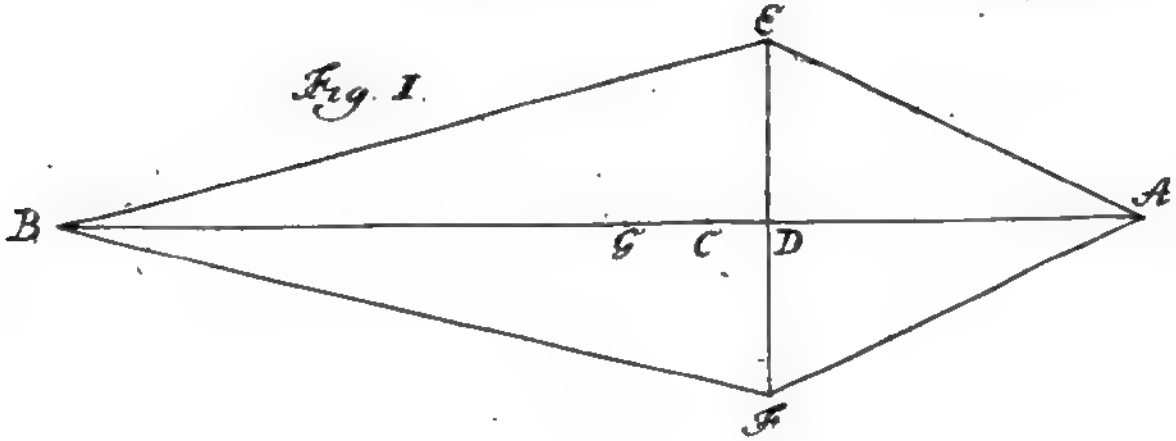
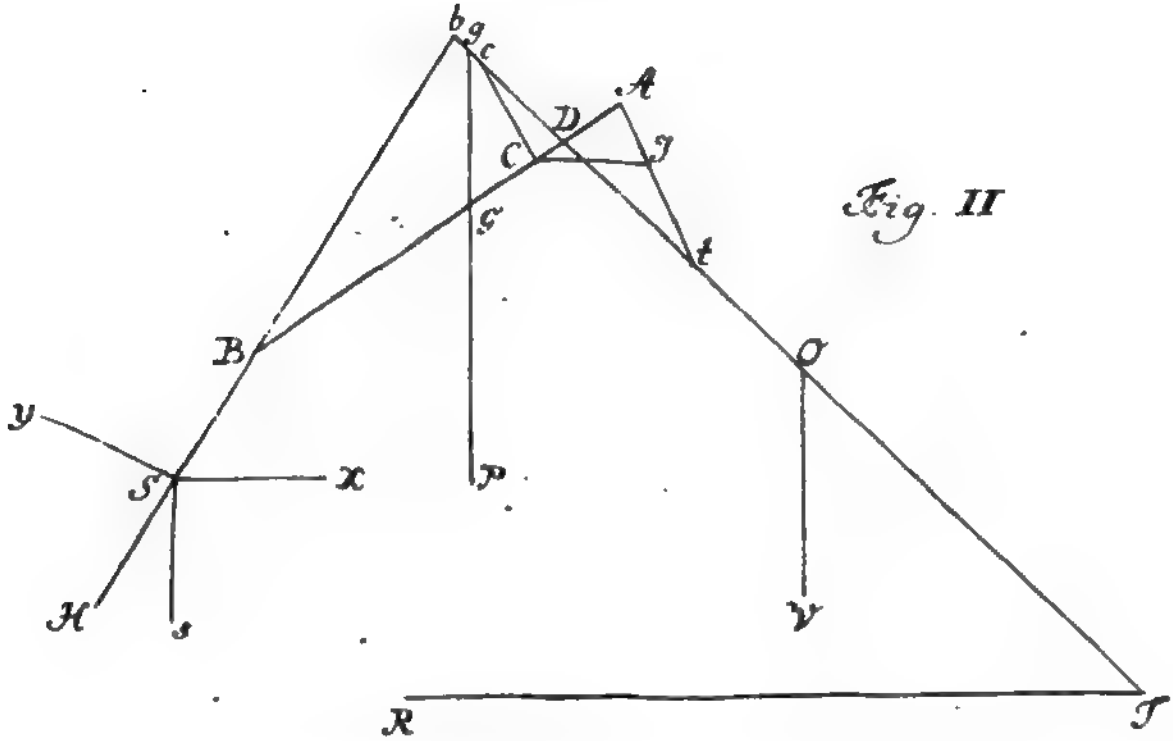


Fig. II



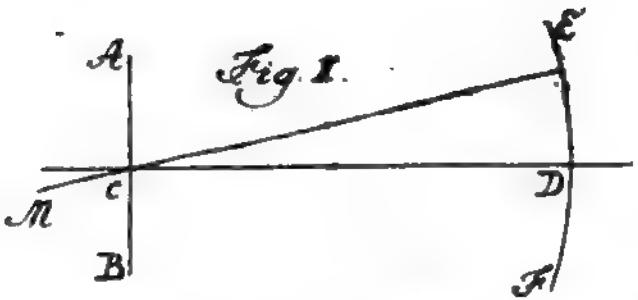


Fig. I.

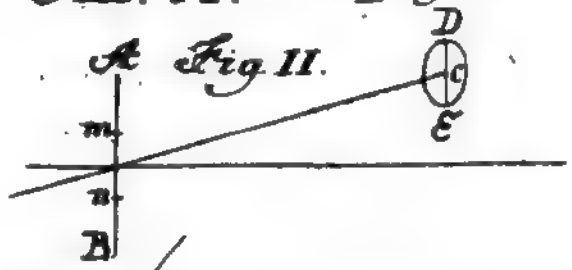


Fig. II.

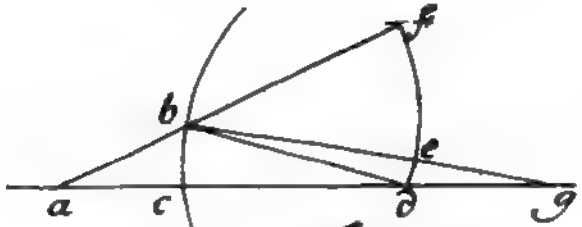


Fig. III.

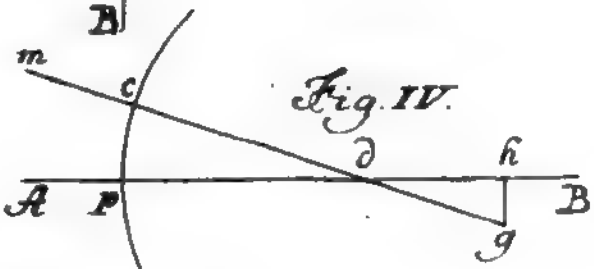


Fig. IV.

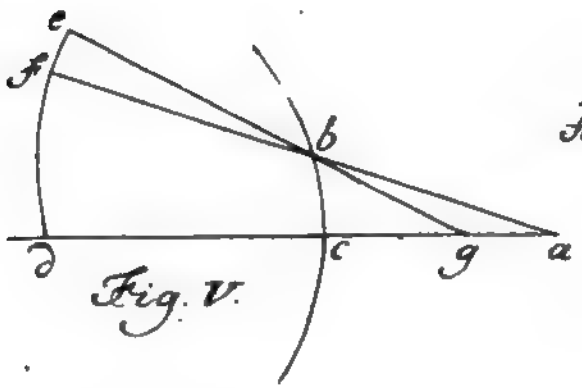


Fig. V.

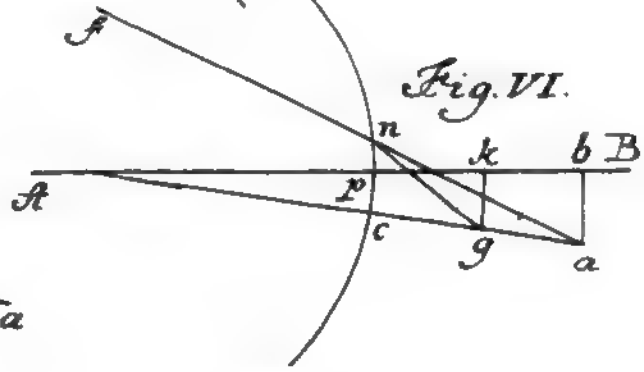


Fig. VI.

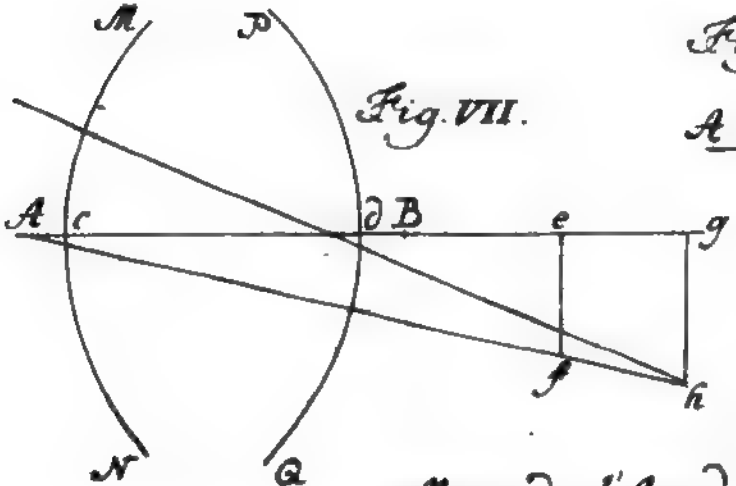


Fig. VII.

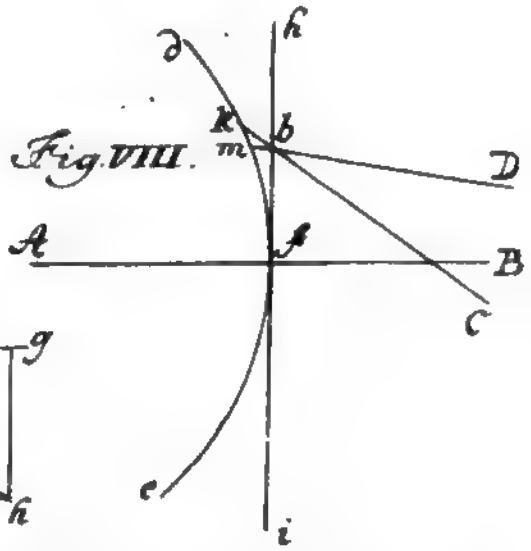


Fig. VIII.

Fig. IX.

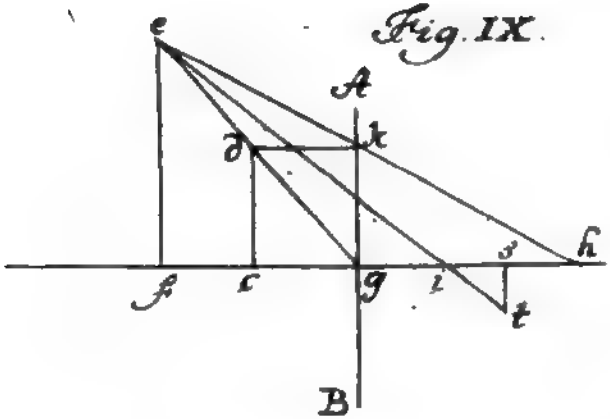


Fig. X.

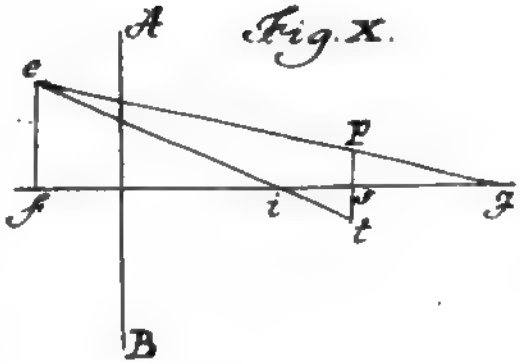


Fig. XI.

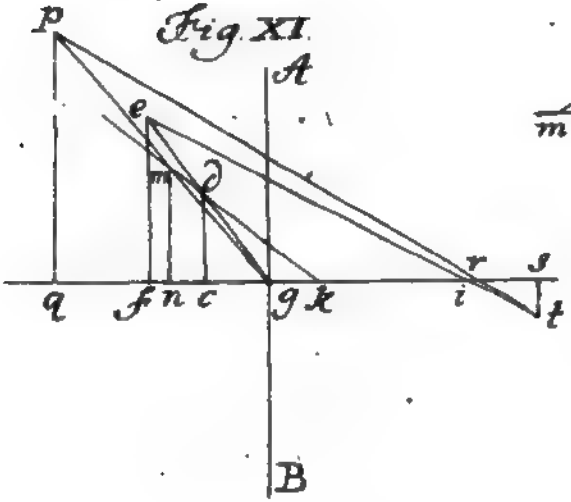


Fig. XII.

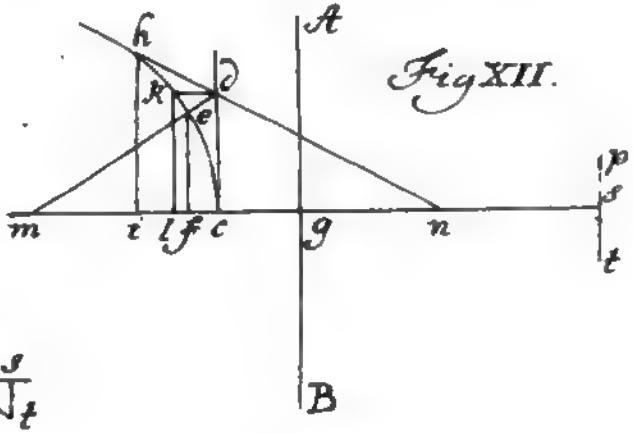


Fig. XIII.

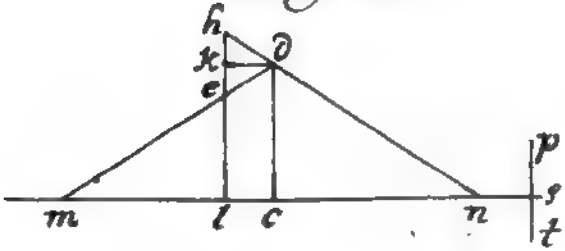
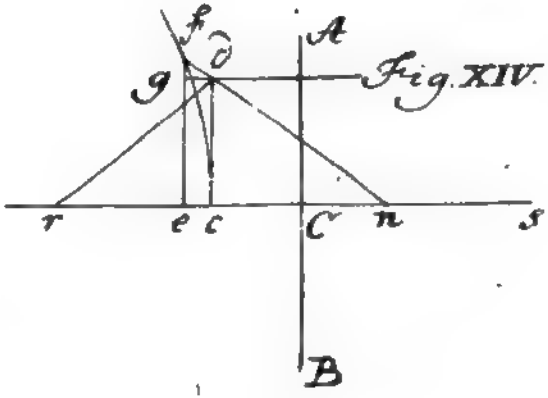


Fig. XIV.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* *
*

EXAMEN PHILOSOPHIQUE

DE LA PREUVE

DE L'EXISTENCE DE DIEU

EMPLOYÉE

DANS L'ESSAI DE COSMOLOGIE.

PAR MR. DE MAUPERTUIS.

PREMIERE PARTIE.

Sur l'Evidence & la Certitude Mathématique.

I.

Tandis que les uns ont cru que dans mon Eſſai de Cosmologie je cherchois à détruire ou à affoiblir les preuves que nous avons de l'exiſtence de Dieu, les autres penſoient que j'avois prétendu en donner une démonſtration géométrique. J'ai déjà répondu : mais, ſi je ſuis parvenu à calmer les uns, je n'ai pas encor réüſſi à diſſuader les autres. Cependant j'irois directement contre le principe que j'établis, ſi je laiſſois attribuer à la preuve que j'employe un degré de force qu'elle n'a pas. Je l'ai dit dans l'avant-propos de l'Eſſai, on ne ſauroit faire plus de tort à la vérité qu'en voulant l'appuyer ſur des fondemens peu ſolides. Je répéte donc que les preuves que j'ai attaquées, ou plutôt que j'ai cru qu'on ne de-

voit pas admettre, étoient celles dont les ennemis de la Divinité pourroient ſe ſervir pour en nier l'exiſtence avec autant d'avantage que ceux qui veulent l'établir : que je n'ai jamais regardé la preuve que j'ai donnée comme une démonſtration complette, mais comme un raiſonnement plus fort que tous ceux qu'on tire de ces petits détails de la Nature qui ſouffrent mille exceptions, & où les vues du Créateur reſtent trop cachées : que pluſieurs de ces preuves priſes ſéparément n'ont pas à la vérité toute la force que quelques Auteurs leur veulent donner ; mais que toutes enſemble ſont plus que ſuffiſantes pour nous convaincre.

II. Parmi ceux qui ont cru que j'attribuois à la preuve de l'exiſtence de Dieu que je tire de mon principe, plus de force que je ne lui en donne, quelques uns pour en faire une démonſtration géométrique n'y trouvoient à redire qu'un point ſur lequel j'avois paſſé aſſés rapidement parceque je n'y réduiſois pas comme eux la force de cette preuve. Ces Philoſophes ont dit : ouï, des loix du mouvement où l'action eſt toujours employée avec la plus grande économie démontreront l'exiſtence de l'Etre ſupreme ; mais pour cela il faut que ces loix ne ſoient pas des ſuites néceſſaires de la nature des corps.

III. A cette objection que je m'étois fait moi-même, j'avois répondu en deux mots : que ſi les choſes ſe trouvent dans le monde tellement combinées que la néceſſité y exécute ce que l'intelligence preſcrivoit, la ſouveraine ſageſſe & la ſouveraine puiſſance n'en ſeroient que plus fortement établies. Cette réponſe me parut ſuffiſante alors, & me le paroitroit encore ; mais, comme je connois des hommes célébres qui ne s'en ſont pas contentés, qui ont inſiſté ſur cette objection tirée de la néceſſité des loix du mouvement, & qui m'ont invité à leur produire ſur cela des éclairciſſemens ; je le ferai d'autant plus volontiers que la néceſſité ou la contingence de ces loix eſt une des plus belles queſtions de la Philoſophie Spéculative : & qu'après les efforts des plus grands hommes il y reſte encore de grandes obſcurités. Pour éclaircir cette matiere il nous faudra remonter jusqu'aux premiers princi-

principes de nos connoiſſances ; marquer ce qui les diſtingue entr'elles par raport à leur certitude, pourquoi les unes ſont plus ſuſceptibles d'évidence que les autres, & jusqu'où nous pouvons compter ſur cette évidence.

IV. Si les matériaux dont eſt bâti l'édifice de nos Sciences étoient tombés du Ciel : ſi, comme quelques Philoſophes l'ont prétendu, nos idées étoient les archetipes éternels des choſes, ou la ſubſtance même divine dont nos ames en naiſſant porteroient certaines empreintes & continueroient dans la ſuite à ſe pénétrer ; ſi ce ſiſtéme étoit vrai, nos ſciences auroient les fondemens les plus ſolides, & une réalité qui ne dépendroit, ni de notre maniere d'apercevoir, ni de notre exiſtence même.

V. Mais, s'il étoit vrai que toutes nos connoiſſances ne dépendiſſent que des premieres impreſſions que les objets ont faites ſur nos ſens, que des perceptions qui s'en ſont formées dans notre ame, que du reſſouvenir, de la comparaiſon, & des différentes combinaiſons que nous avons fait de ces perceptions ; notre Science ne ſeroit plus rien d'abſolu, elle ne ſeroit qu'une propriété apartenante à notre eſpece : un ſens de plus dans quelque eſpece ſupérieure ſeroit pour elle une ſcience nouvelle plus étendue, à laquelle nous ne pourrions jamais atteindre : un ſens de moins dans l'eſpece humaine auroit reſſerré nos connoiſſances dans des bornes encor plus étroites qu'elles ne le ſont.

VI. Le peu d'accord que nous voyons entre les Philoſophes ſeroit bien capable de faire penſer que c'eſt cette derniere ſuppoſition qui eſt la véritable : que notre ſcience n'eſt fondée que ſur des principes qui n'ont rien d'abſolu, apropriés à l'eſpece humaine, quelquefois même ſeulement à quelque ſecte de Philoſophes.

VII. Voilà donc une étrange alternative : notre Science eſt-elle la ſcience univerſelle des eſprits, une vuë de vérités éternelles, une

partie

partie de la Science de Dieu ? ou n'eſt elle que le réſultat, la combinaiſon de nos ſenſations, notre propre ouvrage, une propriété ſeulement de notre eſpece ?

VIII. Cette queſtion eſt ſi importante & ſi néceſſaire qu'on ne ſçauroit aſſés s'étonner de voir tant de ſyſtèmes bâtis, tant de gros livres faits, avant qu'on l'ait réſolue, & ſouvent même avant qu'on ait penſé à la réſoudre. Peut-être eſt elle au deſſus de nos forces : mais ſi nous ne pouvons nous ſatisfaire entierement, creuſons du moins le plus avant qu'il nous ſera poſſible vers les fondemens de nos connoiſſances.

IX. Si quelque choſe peut nous perſuader que c'eſt ſur des idées éternelles & immuables que nos Sciences ſont fondées, c'eſt l'évidence qu'on trouve dans quelques unes, & cet accord univerſel entre tous ceux qui traitent une même propoſition. Cet accord à la vérité & cette évidence ne ſe trouvent que dans les ſciences mathématiques : tandis que toutes les autres parties de nos connoiſſances ſont ſujettes à des diſputes éternelles, dans la Géométrie tout le monde eſt d'accord ; cette ſcience fixe le Sceptique le plus incertain, convainc l'eſprit le plus obſtiné.

X. Quelques uns attribuent cet avantage à ce que le Géométre n'opere, diſent ils, que ſur des objets qu'il a créés, qui ne ſont préciſément que ce qu'il a voulu qu'ils fuſſent : d'autres diſent que par ſes abſtractions il a dépouillé les corps de toutes les propriétés ſenſibles dont il n'avoit pas des idées aſſés diſtinctes, & ne leur a laiſſé que celles dont il a une connoiſſance parfaite. Enfin, pour ceux qui croyent que la ſeule étendue forme l'eſſence des corps, que les propriétés eſſentielles de la matiere ne conſiſtent que dans ſes trois dimenſions ; que notre eſprit a des idées claires & complettes de ces propriétés ; que toutes les autres modifications n'affectent que nos ſens : pour ceux-là, dis-je, ils ne ſont pas embarraſſés à trouver la cauſe de l'évidence dans une ſcience qui ne conſidére que ces propriétés ſimples & fondamentales,

les, tandis que les autres ſciences roulant ſur des objets qui ne frappent que nos ſens, & dont nous n'avons que des idées confuſes ou imparfaites, nous laiſſent dans le doute & l'incertitude.

XI. Cependant ſi l'on conſidére la choſe avec plus d'attention, on ne trouvera pas ſi facile de marquer la véritable cauſe de l'avantage des mathématiques ſur les autres ſciences, car 1. dire que dans les mathématiques l'eſprit s'eſt formé l'objet qu'il conſidére, c'eſt ne rien dire ou dire quelque choſe de très faux : notre Eſprit ne crée rien, il reçoit par les ſens l'impreſſion des objets ; il peut appeller *idées* quelques unes des perceptions, & laiſſer le nom de *ſenſations* aux autres ; il les peut joindre & ſéparer de mille manieres différentes, mais il ne crée pas un ſeul objet nouveau, il ne crée pas une ſeule perception nouvelle. 2. L'eſprit peut bien dans un objet faire abſtraction de celles de ſes propriétés qu'il voudra, & réduire cet objet à la ſimple étendue : mais la queſtion eſt, pourquoi les raiſonnemens qu'il fait ſur l'étendue ſont ſuſceptibles de la plus parfaite évidence, tandis que ceux qui portent ſur d'autres propriétés ſont ſujets à tant d'obſcurités & d'incertitudes, & la queſtion ſubſiſte dans ſon entier : car dire que c'eſt parce que l'idée de l'étendue eſt plus claire & plus ſimple que celles des autres propriétés, c'eſt alléguer pour réponſe à la queſtion la queſtion même. 3. Enfin, pour ceux qui font une ſi grande différence entre l'étendue & les autres propriétés ; qui veulent que l'étendue ſoit l'eſſence du corps, que toutes les autres propriétés n'en ſoient que des modifications qui ne portent à l'eſprit que des idées confuſes ; pour ceux-là, s'il en eſt encore, il ſuffit de les prier de lire tant d'excellens ouvrages où l'on a démontré que l'eſſence des corps nous reſtant inconnue, nous n'en connoiſſons que les propriétés, & ne connoiſſons ces propriétés que par les ſens.

XII. Au fond ſi nous devons toutes nos idées aux impreſſions que les objets ont faites ſur les organes de nos ſens, les connoiſſances mathématiques ne ſemblent différer des connoiſſances phiſiques & de toutes les autres, qu'en ce que celles-là ſont fondées ſur une expé-

rience antérieure ou plus ſimple, & celles-ci ſur une expérience plus tardive ou plus compliquée.

XIII. Ce n'eſt donc, ni dans un privilége imaginaire de créer nous-mêmes nos idées; ni parce que les unes nous repréſenteroient l'eſſence, & les autres les propriétés ſeulement des corps; ni même dans des manieres différentes d'acquérir nos idées, que nous devons chercher l'avantage que procurent aux ſciences mathématiques celles qui en ſont l'objet : ces idées ont un autre caractére diſtinctif auquel eſt due l'evidence qu'elles portent dans ces ſciences : c'eſt la *Replicabilité;* je me ſers ici d'un mot barbare & qui ne rend point tout à fait ce que je veux dire, mais c'eſt ce me ſemble celui qui en approche le plus : il faut le définir.

XIV. Toutes nos idées nous venant des ſens, on peut dire que dans leur origine elles ne ſont toutes que des ſenſations : ce n'eſt qu'après que notre eſprit a réfléchi ſur elles, les a combinées, les a pour ainſi dire *travaillées*, que nous avons laiſſé aux unes le nom *de ſenſations*, que nous avons donné aux autres le nom *d'idées*. C'eſt ainſi que des Senſations les plus topiques & les plus confuſes nous ſommes parvenus aux idées le plus abſtraites, les plus claires, & qui tiennent le moins aux ſens.

XV. Les plus ſimples de ces idées ſont ſans contredit celles des nombres; il ſuffit d'avoir éprouvé une ſenſation de quelque nature qu'elle ſoit, d'en joindre le ſouvenir à une autre ſenſation qu'on éprouve, ou ſeulement au ſouvenir d'une autre ſenſation qu'on a éprouvée, pour avoir l'idée de deux ſenſations; de joindre au ſouvenir de ces deux ſenſations la préſence ou le ſouvenir d'une autre, pour avoir l'idée de trois ſenſations, & de faire enſuite abſtraction des ſenſations mêmes pour avoir les idées des nombres 1. 2. 3. 4. &c.

XVI. Ce ſeroit une queſtion; mais qui me ſemble inutile ici, de ſçavoir ſi une ſenſation unique d'un objet compoſé de pluſieurs parties

ries diſtinctes ou de différens objets apperçus au même inſtant, nous donneroit l'idée des nombres : ou ſi cette idée ne s'acquerroit alors que de la même maniere que nous venons d'expliquer, par une ſuite, & une répétition ſeulement plus rapide des ſenſations de chaque partie de l'objet ou de chaque objet ?

XVII. Dès que j'ai touché des corps, j'ai remarqué ; que quoique pluſieurs qualités que j'y appercevois ſe trouvaſſent dans les uns & ne ſe trouvaſſent pas dans les autres, je retrouvois dans tous longueur, largeur, & profondeur : & faiſant abſtraction de toutes les autres propriétés, je fuis bientôt parvenu à l'idée de l'étendue : ou plutôt aux idées de trois ſortes d'étendue ; d'une étendue ſeulement en longueur, d'une étendue en longueur & largeur, d'une étendue en longueur, largeur & profondeur : c'eſt à dire aux idées des *lignes*, des *ſurfaces*, & des *ſolides*. Je trouve dans les idées de l'étendue le même caractére diſtinctif que j'ai remarqué dans le nombre, la Réplicabilité : je puis ajouter une étendue à une autre étendue égale, & avoir d'une étendue double, triple &c. une idée auſſi claire que je l'avois de la premiere : je puis retrancher la moitié, le tiers de cette étendue, & j'ai une idée auſſi claire d'une étendue moitié, tiers, &c. enfin je vois que l'étendue comme le nombre eſt accreſcible & diminuable à volonté, & de parties toujours les mêmes ou égales les unes aux autres : caractére qui n'apartient à aucune autre propriété des corps : non ſeulement à aucune de ces propriétés variables, qui ne ſe trouvent pas les mêmes dans tous, mais qui n'appartient pas plus à l'impénétrabilité même, quoique cette derniere comme l'étendue ſe trouve dans tous les corps : je ne ſaurois ajouter une impénétrabilité à une autre impénétrabilité ; retrancher une impénétrabilité d'une autre pour en former une impénétrabilité double ou triple, moitié ou tierce. La réplicabilité ne ſe trouve pas plus dans les idées abſtraites du beau, du bon &c. ni du fort ou du foible ; à moins que je ne rapporte ces qualités aux effets qui les ſuivent, & que ces effets ne puiſſent être rapportés aux nombres ou à l'étendue.

XVIII. Tel eſt l'avantage que les idées du nombre & de l'étendue ont ſur toutes les autres idées : il ſe trouve encore dans leurs origines des différences bien remarquables, d'où peut-être dépend cet avantage. Chaque idée ſimple ne doit ſon origine qu'à un ſeul ſens & ne dépend en rien des autres : l'idée du froid & du chaud ne nous viendra jamais de l'ouie, & le tact ne nous fera jamais connoitre les ſons : nous avons vû au contraire que chaque ſenſation, & par conſéquent chaque ſens, feſoit naitre l'idée du nombre. L'idée de l'étendue a auſſi ſur les autres idées une prérogative, non pas ſi grande à la vérité que celle du nombre, mais qui pourtant la diſtingue aſſés de toutes les autres idées : deux ſens, le tact & la vue la portent également à notre ame : réplicable comme l'idée du nombre, elle nous eſt introduite comme celle du nombre par plus d'un ſens. Telles ſont les différences eſſentielles qui diſtinguent ces deux idées de toutes les autres; la multiplicité des moyens par leſquels elles entrent dans l'ame; & la réplicabilité.

XIX. Il ne paroit guéres qu'on puiſſe conteſter que toutes les idées que nous avons ne viennent de nos ſens : ſi l'on cherche à ſe rappeller l'origine de chacune, on la trouvera toujours dans quelqu'une de nos premieres ſenſations, ou dans pluſieurs enſemble. La réflexion que nous avons faite ſur ces premieres ſenſations que Mr. *Locke* a été tenté d'appeller aſſés improprement *le ſens intérieur*, ne peut ce me ſemble être priſe pour une ſource de nos idées ſimples : ſi les ſens n'avoient apporté ces premieres idées dans notre ame, que ſeroit-ce que cette réflexion, que cette faculté de réfléchir ſur elles, de les joindre, de les ſéparer ?

XX. Mais ne trouvons-nous pas dans notre ame une certaine idée plus ſimple, & peut-être antérieure à toutes les autres, & qui ne ſemble point avoir la même origine ? je parle de ce ſentiment de pure exiſtence que l'ame éprouve dans le ſilence des autres ſenſations, & lors qu'aucun objet ne l'affecte ? L'homme avant que d'avoir reçu au-

aucune impreſſion des objets, n'auroit-il pas eu une certaine idée de ſon être ?

XXI. Il n'eſt pas facile, il n'eſt peut-être pas poſſible de décider ſi cette idée, ſuppoſé que l'ame l'eut, tireroit ſon origine d'une ſource différente de celle des autres, ou ſeulement d'une ſource plus cachée. Comment remonter à cet état dans lequel nos ſens n'auroient point encore été affectés par aucun objet ſenſible ? Quand même cela ſeroit poſſible à l'égard des corps extérieurs, tous les corps dont l'intérieur du nôtre eſt compoſé, & le ſens du tact univerſellement répandu dans toutes nos parties, ne donnent ils pas lieu de penſer que l'idée de notre exiſtence ne viendroit que de l'impreſſion de quelque corps ſur le tact intérieur : que toute la différence entre la maniere dont ſe produit cette idée & celle dont ſe produiſent les autres, ne conſiſte qu'en ce que pour les autres c'eſt l'action de quelque corps intérieur ſur quelque organe extérieur de nos ſens qui les fait naitre, & qu'ici ce ſeroit l'action des parties de notre corps même ſur un organe plus caché. Plus j'examine cette idée de pure exiſtence, plus je tâche de faire taire toutes les autres ſenſations qui m'en diſtraient, & plus il me ſemble que cette idée ne vient que d'une ſenſation : il me ſemble toujours que je ne ſens mon exiſtence que par quelque partie de mon corps.

XXII. Il ne paroit donc pas que quant à leur origine nos idées différent autrement qu'en ce que, tandis que toutes les autres ne tirent leur origine que d'un ſeul de nos ſens, celles du nombre & de l'étendue reçoivent la leur de pluſieurs ſens différens ; & quant à la nature même des idées, je ne trouve entre elles de différence eſſentielle & diſtincte, que cette réplicabilité qui n'apartient qu'à l'étendue & au nombre.

XXIII. Sans rechercher ici la raiſon de la connéxion, & le rapport qui peut ſe trouver entre ces prérogatives que ce genre d'idées a ſur les autres : nous propoſerons ici une queſtion qui n'en paroitra peut-être pas une au premier aſpect, & qui au ſecond ſera peut-être

bien difficile à réſoudre: *y a t-il d'autres idées que les idées réplicables qui ſoient ſusceptibles de plus & de moins ?* Peut-on dire qu'il y ait du plus ou du moins dans une couleur, dans une ſaveur, dans un ſon ? Il eſt bien vrai qu'on dit tous les jours une couleur plus bleue, un fruit plus aigre, un ſon plus aigu : mais c'eſt qu'on a lié toutes ces ſenſations avec l'obſervation d'une plus grande ou d'une plus petite doſe de quelque choſe de réplicable : ſi pour une couleur on a employé une once d'indigo, & pour une autre deux onces, on dit que l'une eſt plus bleue ou plus foncée que l'autre : mais ce *plus* n'eſt fondé que ſur la quantité réplicable dont on ſuppoſe dans la ſenſation l'effet proportionel à la quantité : ſans cette conſidération on diroit bien que ces deux couleurs différent entre elles, mais je ne ſçai ſi l'on pourroit dire qu'elles différent par *plus* ou par *moins ;* & ce que nous diſons ici des objets de la vue, nous le dirons de même des objets des autres ſens, nous ne pouvons dire qu'un ſon eſt plus aigu qu'un autre que parce que nous ſçavons que la corde qui le rend eſt plus courte, ou plus déliée, ou plus tendue par un plus grand poids : ſans cela les ſons ne ſeroient que différens, & ne ſeroient point ſusceptibles de plus & de moins. La propoſition eſt la même à l'égard des objets moraux; une vertu ne peut être appellée plus grande que parce qu'on en rapporte l'exercice à un plus grand nombre d'actions qu'on regarde comme les meſures de cette vertu.

XXIV. C'eſt de l'application de ces meſures que naiſſent tant d'erreurs dans toutes les Sciences, où ces meſures ne ſont pas réplicables, ne ſont pas les nombres ou l'étendue. Si par ex. les actions qu'on regarde comme les meſures d'une certaine vertu ne ſont pas parfaitement égales, ce qui ſeroit un cas bien rare & hors d'uſage, tous les raiſonnemens qu'on voudra faire ſur cette vertu n'auront rien de précis ni de certain : & ſi l'on veut donner à ces raiſonnemens la préciſion & la certitude, ce ne pourra être que par des ſuppoſitions & des hypothéſes qui les mettront hors de toute application réelle: ſi ces ſuppoſitions ont plus de latitude, chacun les fera à ſa maniere ; & de

là

là réſulte cette diverſité de ſentimens qu'on obſerve ſur les ſujets de morale, de politique, de droit naturel, de métaphiſique, où l'on ſe trouve ſi rarement d'accord avec les autres, & où ſouvent on n'eſt pas d'accord avec ſoi-même.

XXV. Au contraire dans les ſciences mathématiques où les objets, le nombre & l'étendue, ſont exactement réplicables, on forme des réſultats dont tout le monde convient ; parce que c'eſt ſur des ſujets qui ſont pour tout le monde préciſément les mêmes : on eſt encore plus content de la maniere dont ſoi-même on les conçoit ; & c'eſt en cela que conſiſte l'évidence & la certitude.

XXVI. Entre les objets purement mathématiques & les objets moraux ou métaphiſiques, il eſt un certain genre où la réplicabilité parfaite ne ſe trouve pas, mais dont auſſi elle n'eſt pas entiérement exclue : je parle des objets phiſiques ; dans leſquels outre l'étendue & les nombres on conſidere quelques autres idées qui ſe réduiſent comme d'elles mêmes à la réplicabilité : la viteſſe par ex. des corps en mouvement, le tems qu'il employent à parcourir certains eſpaces, ont des rapports ſi naturels à l'étendue & aux nombres, que ces idées deviennent réplicables comme celles des nombres & de l'étendue.

XXVII. On rappelle encore à la réplicabilité quelques autres idées qu'on regarde comme des propriétés univerſelles des corps, quoique ces idées ne ſoient pas trop claires : comme certains effets que nous voyons que les corps peuvent produire, certaines forces auxquelles nous attribuons ces effets : mais pour les ſoumettre à la réplicabilité, il faut que ces effets ou ces forces ſoient ſuſceptibles de meſures conſtantes & homogénes qui ſe rapportent à l'étendue ou aux nombres.

XXVIII. C'eſt par là que ſi dans la dynamique on ne trouve pas toujours des réſultats qui ayent la même évidence que ceux de l'arithmétique & de la géométrie, elle participe pourtant à l'évidence & à la certitude qui regnent dans ces deux ſciences ; & ne leur cédera gué-

guéres à ces égards ſi elle eſt traitée avec précaution & avec philoſophie.

XXIX. Mais il y a ici beaucoup d'erreurs à craindre : les objets de la dynamique peuvent quelquefois être conſidérés ſous des faces différentes, & par rapport à différentes propriétés, dont quelques unes peuvent être réduites à la réplicabilité tandis que les autres n'y ſont pas réductibles, ou n'y ſont pas réductibles de la même maniere : on fondera alors des raiſonnemens ſur ce qui tient à ces propriétés réplicables, on en tirera des conſéquences juſtes; mais qui n'auront point lieu pour l'objet en général, ou qu'il faudra interpréter différemment. C'eſt ainſi par ex. que les uns prétendent qu'un corps en mouvement a deux fois plus de force ſi ſa viteſſe eſt double ; & que les autres ſoutiennent qu'il en a quatre fois plus : les premiers conſidérent la force du corps par ſon effet inſtantané, les autres par la quantité d'obſtacles égaux qu'il peut vaincre jusqu'à l'extinction de ſon mouvement. Ce mal-entendu a fait dans des Académies célébres des diſputes, qui n'auroient pas été des diſputes ſi l'on y eut uſé d'une bonne logique.

XXX. La dynamique ne nous conduira donc pas toujours à des réſultats auſſi ſimples & auſſi clairs que ceux de l'arithmétique & de la géométrie ; quoiqu'on y puiſſe trouver l'évidence & la certitude, ſi l'on y diſtingue toujours bien dans chaque objet ce qui eſt réplicable & ce qui ne l'eſt pas ; qu'on n'applique pas à un objet en général ce qui n'appartient qu'à quelques unes de ſes parties ; enfin ſi l'on a bien ſoin de s'expliquer & de s'entendre.

SECONDE PARTIE.

Où l'on examine les loix de la Nature.

I.

Après avoir recherché autant qu'il nous a été poſſible quel eſt l'avantage des ſciences mathématiques ſur les autres ſciences, & fait voir comme nous le croyons, que l'évidence & un certain repos d'eſprit qu'on trouve dans l'arithmétique & dans la Géométrie ne viennent que de la replicabilité des objets que ces ſciences conſidérent ; il faut expliquer ce qu'on doit entendre par *vérités néceſſaires.*

II. Le *néceſſaire* en général eſt ce qui ne ſauroit ne pas être : le *contingent* eſt ce qui pourroit n'être point. Nos connoiſſances n'étant que ce que nous avons vû dans la premiere partie, il ſemble que nous ſoyons bien éloignés de pouvoir prononcer ſur la *néceſſité* ou la *contingence* de quoi que ce ſoit : nous n'avons pour nous conduire dans une telle recherche que cette évidence, que cette foible lumiere, qui dès que nous la voulons porter hors des limites qui lui ſont preſcrites, s'éteint.

III. Tant que nous nous bornons à des objets parfaitement replicables ; & que des idées que nous avons de ces objets nous cherchons à déduire les conſéquences ; nous pouvons ſuivre le fil d'un aſſés grand nombre de raiſonnemens qui ſatisfont pleinement notre eſprit : nous pouvons voir avec évidence que chacun de ces raiſonnemens eſt lié aux autres : c'eſt ainſi que des idées du nombre & de l'étendue nous tirons toutes les propoſitions de l'arithmétique & de la géométrie : c'eſt dans ce ſens qu'on appelle ces propoſitions des *vérités néceſſaires.*

IV. Mais ſi dans l'explication de quelque phénoméne de la Nature, nous trouvons quelque interruption qui nous empêche de le lier

aux premieres idées d'où nous ſommes partis ; ſommes-nous en droit pour cela de traiter ce phénoméne de *contingent ?* Il me ſemble que ce ſeroit bien paſſer les droits de la faculté qui nous a été donnée de juger des choſes : l'interruption peut n'être qu'apparente ; le phénoméne peut être lié dans une chaine qui nous paroit interrompue, par ce que quelque partie nous en échape ; mais dont une intelligence ſupérieure à la mienne verroit la continuité : & n'arrive t-il pas tous les jours que dans les conſéquences tirées des objets mêmes replicables, il ſe trouve une continuité que nous n'avions point apperçue d'abord, ou que nous n'appercevons pas tandis que d'autres l'apperçoivent ?

V. *Pouvons-nous des idées que nous avons du corps & de la viteſſe tirer par une chaine de conſéquences ſans interruption les loix que les corps obſervent dans leur mouvement ?* C'eſt là ce me ſemble tout ce qu'il nous eſt permis d'examiner ; & la queſtion eſt bien encore aſſés difficile.

VI. Après un grand nombre de ſiécles écoulés, pendant leſquels il ne paroit pas qu'on eut ſeulement tenté de découvrir les loix du mouvement, de déterminer les phénoménes qui arrivent lors qu'un corps en mouvement en rencontre un autre ſoit en mouvement ſoit en repos : après mille erreurs où dans les ſiécles ſuivans on étoit tombé lorſqu'on avoit cherché ces loix : elles furent tout à coup découvertes par Huygens, Wallis, & Wren : elles furent confirmées par les expériences ; & perſonne ne douta plus de leur vérité. On alla plus loin : comme c'étoient des mathématiciens qui les donnoient ; & qu'ils employoient pour les démontrer des procédés & des calculs mathématiques, on leur attribua la même évidence, & une évidence du même genre, qu'aux vérités qui ne concernent que l'étendue & les nombres.

VII. Ce n'étoit cependant plus ſur ces ſeuls objets, ſur ces objets dont la nature eſt d'être parfaitement *replicables* qu'on opéroit : c'étoit ſur des objets phiſiques, ſur des corps, ſur leurs mouvemens, & ſur ce qui devoit réſulter de leurs mouvemens.

VIII.

VIII Les philoſophes des derniers tems avoient entrepris de déduire les loix du mouvement de l'eſſence des *corps purement mathematiques*, c'eſt à dire uniquement réduits à l'*étendue ;* & tous s'y étoient trompés : l'hiſtoire de leurs erreurs feroit un gros livre ; je ne parlerai que de celles de ces hommes dont la ſupériorité ſembloit promettre plus de ſuccès.

IX. *Deſcartes* conſultant plus ſes idées que la Nature, & y ajoutant un principe métaphiſique qu'il croyoit vrai & qui ne l'étoit pas, avoit donné avec aſſurance de fauſſes loix du mouvement.

X. *Malebranche* le plus célébre de ſes diſciples, s'égara à ſa ſuite ; & ne changea de ſentiment qu'après qu'on lui eut crié de toutes parts que la nature démentoit ſes loix, & qu'on lui eut fait connoitre les véritables.

XI. *Leibnitz* s'y trompa auſſi bien qu'eux ; il donna des loix fauſſes ; (*) & ne reconnut que longtems après ſon erreur. (**) Il avoua qu'elle venoit de ce qu'il avoit voulu déduire ſes loix *des ſeules notions mathématiques.*

XII. Si l'on pouvoit déduire les loix du mouvement de cette idée du corps qui le réduit à ſes trois dimenſions, à la ſimple étendue, toutes ces loix ſeroient ſuſceptibles de la même évidence & de la même certitude que les propoſitions de la géométrie & de l'arithmétique : & comme on prend ces propoſitions pour des vérités néceſſaires, on pourroit de même prendre les loix du mouvement pour néceſſaires, du moins du même genre de néceſſité.

XIII. Mais ſi la chûte de tous les grands hommes qui ont voulu tirer les loix du mouvement de l'eſſence du corps mathématique, ne ſuffit pas pour prouver que ces loix ne ſont pas néceſſaires, la maniere

(*) *Hypotheſis phiſica nova. Theoria motus abſtracti & concreti.* Mogunt. 1671.

(**) *Specimen dynamicum.* Act. erud. 1695.

dont ceux qui ont découvert les véritables loix y ſont parvenus, doit achever de nous convaincre. Huygens, Wallis, & les autres qui ont trouvé ou confirmé ces loix, loin de les déduire immédiatement de cette idée ſimple des corps par des démonſtrations purement mathématiques, ſont tous partis d'hypotheſes qui n'étant rien moins que des vérités néceſſaires ne conduiſoient point à des vérités néceſſaires

XIV. Quant à ceux qui voudroient affoiblir la preuve de l'exiſtence de Dieu qu'on tire des loix du mouvement, parce que, diſent ils, de ce qu'on n'a pû jusqu'ici déduire ces loix de la ſeule idée du corps, il ne s'enſuit pas qu'elles n'en puiſſent être des ſuites néceſſaires : on peut leur faire voir qu'on pourroit de même ſoutenir ou ſoupçonner la néceſſité de tout ce qui eſt dans la Nature. En attaquant par un tel raiſonnement la preuve qu'on tire de la ſageſſe qu'on découvre dans les loix du mouvement, on feroit perdre toute la force à toutes les autres preuves qu'on peut tirer des merveilles de l'Univers : on pourroit ſoutenir que tout l'ordre & l'arrangement qui paroit dans la Nature, que ces procédés mêmes d'inſectes que les auteurs d'hiſtoire naturelle font tant valoir, ne ſont peut-être que des ſuites néceſſaires de la nature des corps. L'objection donc qu'on voudroit tirer de la néceſſité des loix du mouvement, eſt contre tous ceux qui veulent prouver l'exiſtence de Dieu par les merveilles de la nature, la même que contre ceux qui la veulent prouver par ces loix ; & l'on pourroit laiſſer les naturaliſtes y répondre.

XV. Mais nous répondrons pour eux & pour nous ; que c'eſt une injuſtice de vouloir attribuer à une néceſſité mathématique des loix que les plus habiles mathématiciens n'ont jamais pû y réduire : l'injuſtice devient plus grande encore lors qu'au lieu de la néceſſité, on découvre dans l'établiſſement de ces loix des raiſons de choix & de préférence.

XVI. Pour en revenir à la queſtion que nous nous propoſons d'éclaircir ſur la nature des loix du mouvement : j'en diſtingue de différens ordres ; les unes paroiſſent ſi ſimples qu'on ſeroit tenté de les pren-

prendre pour des axiomes, & que quelques auteurs les ont données comme des axiomes, d'autres plus exacts comme des hypotheſes fondamentales : les autres loix ſont plus compliquées, fondées ſur un plus grand nombre de principes, & étoient plus difficiles à découvrir.

XVII. Avant que d'entrer dans l'examen de ces loix ; comme pluſieurs auteurs dans l'énoncé qu'ils en donnent ont employé le motde *force*, & que nous ſerons nous-mêmes obligés de nous en ſervir ; ilfaut expliquer ce que c'eſt que la force, ou plutôt dire ce qu'on entend par ce mot.

XVIII. Le mot de force eſt pris d'un ſentiment que nous éprouvons lorsque nous voulons mouvoir un corps qui eſt en repos, ou arrêter ou changer le mouvement d'un corps qui ſe meut : nous ſentons que pour cela il nous faut faire un certain effort, employer une certaine force. Nous obſervons que lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre en repos, celui-ci ſe meut ; que s'il ſe mouvoit déjà, ſon mouvement eſt changé ou détruit : & dans l'impuiſſance où nous ſommes d'expliquer comment cela ſe fait, nous appliquons au corps le même mot de force, un ſentiment à un être incapable de ſentir : enfin, ſi nous voyons quelque corps ſe mouvoir ſans aucune action de notre part, & ſans l'entremiſe d'aucun autre corps, nous diſons encore que c'eſt par une force qu'il ſe meut ; mais ne voyant point d'objet extérieur où la placer, nous en feſons une force immatérielle, une qualité inhérente au corps même qui ſe meut.

XIX. Après avoir donné un nom à quelque choſe que nous connoiſſons ſi peu, nous regardons la force comme la *cauſe* du changement qui arrive dans le repos ou le mouvement des corps, & ce changement comme l'*effet* ; nous calculons enſuite les effets & les cauſes, & ces calculs ſont juſtes tant qu'ils ne tombent que ſur des rapports : notre évidence eſt entiére dans la partie qui ne regarde que l'objet réplicable : mais nous devons nous tenir en garde dès que nous mêlons dans cet objet d'autres propriétés ; que nous raiſonnons ſur des choſes qui nous ſont inconnues, ou qui ne nous ſont qu'imparfaitement connues.

XX. Il n'y a peut-être aucun phénoméne dans la Nature qui dût tant nous étonner que de voir un corps en mouvoir ou en arrêter un autre : le mouvement que nous communiquons, ou modifions nous-mêmes, nous paroitroit la merveille la plus ſurprenante ſi nos mouvemens n'avoient précédé notre raiſon.

XXI. Cette ignorance où nous ſommes ſur la nature de la cauſe qui fait mouvoir les corps, qui change ou détruit leur mouvement, eſt ce qui a fait naitre tant de diſputes entre les mathématiciens de ces derniers tems : qui a fait que les uns ont pris pour la force d'un corps le produit de ſa maſſe par ſa viteſſe, les autres le produit de ſa maſſe par le quarré de ſa viteſſe : c'eſt que ne connoiſſant la force que par les effets qui ſuivent ſon application, ils ont vû ces effets proportionels tantôt à l'un de ces produits tantôt à l'autre, ſelon que la conſidération du tems y entre ou n'y entre pas.

XXII. Mais lorsqu'un corps ſe meut, ou change ſon mouvement, ſans que l'action ou la réſiſtance d'aucun corps ſenſible y ſoit appliquée ; ce qu'on pourroit prendre pour la cauſe échapant entiérement, on l'exprime encore par le mot vague de force, & on l'employe dans les calculs en lui donnant un ſigne ; mais ce ſigne n'eſt jamais que la répréſentation du phénoméne.

XXIII. Après cet éclairciſſement, après qu'on aura bien réfléchi ſur le peu d'idée qu'on a de la *cauſe* & de l'*effet* dans le mouvement des corps ; on trouvera bien étrange de voir les plus grands hommes qui ont traité de la dynamique répéter ſans ceſſe les mots de cauſe & d'effet ; vouloir expliquer les phénoménes du mouvement par ces prétendus axiomes, *les effets ne doivent pas ſurpaſſer les cauſes* ; *les effets doivent être proportionels aux cauſes* ; &c.

XXIV. Tandis qu'on abuſe ainſi des mots de cauſes & d'effets, & qu'on les place partout ; quelques autres philoſophes nient toute *cauſalité* : les argumens dont ſe ſert pour cela un des plus grands hommes

mes de l'Angleterre (*) ſont aſſurément des plus ingénieux & des plus ſubtils : cependant il me ſemble qu'entre trouver des cauſes partout & n'en trouver nulle part il eſt un juſte milieu où ſe trouve le vrai : ſi c'eſt refuſer à la Providence ce qui lui apartient que de nier les cauſes, c'eſt nous arroger ce qui ne nous apartient pas que de nous croire toujours capables de les connoitre.

XXV. Nous allons maintenant examiner les loix du mouvement : & nous commencerons par ces premieres que quelques auteurs ont priſes pour des axiomes, ou pour des ſuites néceſſaires de l'idée de l'étendue qu'ils regardoient comme l'eſſence de la matiére : nous verrons bientôt ce qu'elles doivent à l'éxpérience ; & ce qu'elles ont été lorsqu'on n'a pas voulu les puiſer dans l'éxperience.

Loix de Descartes.

XXVI. Descartes poſa pour la premiere loi que, *chaque choſe entant qu'elle eſt ſimple & indiviſée demeure tant qu'elle peut dans le même état, & n'en ſort que par des cauſes externes.*

Cette loi qui expoſée auſſi vaguement n'a rien de clair ni de philoſophique, ſeroit ou ſujette à de grandes diſputes, ou peut-être fauſſe, ſi comme les termes ſimple & indiviſé ſemblent l'inſinuer, on l'appliquoit à des êtres immatériels ou penſants. Descartes à la vérité l'applique d'abord au corps, & nous apprend que c'eſt des parties de la matiere qu'il parle : ſa loi donc dans ſon vrai ſens eſt que, *toute partie de la matiére perſévére dans ſon état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cauſe externe ne l'en faſſe ſortir.*

XXVII. La ſeconde loi eſt que, *chaque partie de la matiére qui ſe meut librement ſe meut en ligne droite.*

Cette loi n'eſt qu'une ſuite évidente de la premiere ; car le mouvement dans chaque inſtant ne ſe pouvant faire qu'en ligne droite, la perſévé-

(*) *Mr. Hume.*

ſévérance du corps dans l'état où il eſt une fois, exige qu'il continue de ſe mouvoir en ligne droite : auſſi Newton ici conforme à Descartes n'a-t-il fait de ces deux loix qu'une même loi.

XXVIII. La troiſième loi de Descartes eſt que, *lorſqu'un corps en mouvement en rencontre un autre, s'il a moins de force pour continuer à ſe mouvoir en ligne droite que l'autre n'en a pour lui réſiſter, il eſt réfléchi vers le côté oppoſé, & conſervant ſon mouvement n'en perd que la direction ; mais s'il a plus de force que l'autre n'en a, il ſe meut avec lui & perd autant de ſon mouvement qu'il lui en donne.*

On pourroit remarquer ici quel abus Descartes fait du mot de force qu'il n'a point défini : mais nous allons examiner ſes trois loix l'une après l'autre.

Examen de la premiere & de la ſeconde loi.

XXIX. Il ſemble qu'une loi que les deux Philoſophes dont les ſentiments en tout ont été les plus oppoſés ont reçue, dût paſſer pour un axiome : qu'il fût évident que toute partie de la matiere perſévérât dans ſon état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cauſe externe ne l'en fît ſortir. Cependant, en examinant les idées ſur leſquelles Descartes & Newton ont fondé cette loi, on verra combien ils ſont peu d'accord ; & combien elle eſt éloignée d'être une ſuite néceſſaire de l'idée que nous avons de l'étendue. Descartes voulut déduire ſa loi de l'immutabilité de Dieu : ſes diſciples ont cru qu'elle étoit fondée ſur l'indifférence de la matiere à ſe mouvoir ou ne ſe pas mouvoir : Newton ne l'a trouvée que dans l'expérience.

De l'immutabilité de Dieu l'on concluroit plutôt qu'il n'y a point de mouvement qu'on ne déduiroit les loix du mouvement.

De l'indifférence de la matiére au mouvement ou au repos, il ne s'enſuit point qu'un corps étant une fois mû il ſe meuve toujours, ni qu'étant une fois en repos il y reſte toujours : cette indifférence ne cauſe

cauſe ni n'empêche l'un ni l'autre érat : ſi elle ne réduit point au repos un corps qui ſe meut, elle ne le fait pas non plus continuer à ſe mouvoir : ſi elle ne fait pas mouvoir un corps qui étoit en repos, elle ne le fait pas plus perſévérer dans ſon repos ; la perſévérance n'eſt pas plus la ſuite de l'indifférence que le changement. On ne voit donc pour la loi de Descartes ni l'évidence ni d'autre fondement que l'expérience ; mais ſur cette matiére nous verrons à tous momens les auteurs les plus célébres prendre pour la ſuite de leurs raiſonnemens ce qu'ils ne tiennent que de l'expérience.

La ſeconde loi de Descartes n'érant comme nous l'avons vû qu'une partie ou une ſuite néceſſaire de la premiere, tout ce que nous venons de dire de celle-ci s'y rapporte.

Ces deux premieres loix, quoiqu'on ne les puiſſe déduire de l'idée que nous avons de l'étendue, étoient confirmées par l'expérience : mais quant à la troiſiéme, on peut dire que l'expérience en démontre la fauſſeté. Voyons par quels raiſonnemens Descartes étoit tombé dans une erreur auſſi groſſiére.

Examen de la troiſiéme loi.

XXX. Nous avons vû que ne pouvant tirer ſes loix du mouvement de ſon idée des corps, Descartes avoit eu recours à *l'immutabilité de Dieu :* de cette immutabilité ce qu'on devroit conclurre ſeroit qu'aucun corps ne devroit ſe mouvoir, ou que ſi quelqu'un ſe mouvoit il devroit ſe mouvoir à jamais : Descartes vit bien que cela n'étoit pas ainſi. De l'indifférence de la matiére à ſe mouvoir ou ne ſe pas mouvoir on auroit conclu que le plus petit corps en mouvement rencontrant le plus grand corps en repos, devoit le mouvoir & l'emporter avec toute ſa viteſſe. Descartes vit bien encore que ceci répugnoit trop à l'expérience ; mitigeant donc l'idée de l'immutabilité abſolue, il poſa pour principe *que Dieu*, ſans laiſſer chaque corps dans ſon repos ou ſon mouvement éternel, *conſervoit ſeulement toujours la*

même quantité de mouvement dans l'univers : c'eſt à dire la même ſomme de produits des maſſes multipliées par les viteſſes. Il conclut de là que lors qu'un corps rencontroit un autre corps en repos plus grand que lui, le petit étoit réfléchi en ſens contraire avec toute ſa viteſſe ſans en avoir communiqué aucune au grand ; il ne s'apperçut pas que cette conſéquence auſſi étrange que celle qu'il avoit voulu éviter, étoit à tous momens démentie par la nature : & après avoir donné pluſieurs autres régles du mouvement auſſi fauſſes ; il finit par dire, *qu'il n'en ajoute point la démonſtration parce qu'elles ſont évidentes* (*). Voilà où le plus grand génie de ſon ſiécle fut conduit lorsqu'il voulut tirer de l'eſſence de la matiére qu'il ne connoiſſoit pas, & de l'immutabilité de Dieu dont il feſoit mal l'application, les loix du mouvement. Ceci aſſurément ne fera pas croire que ces loix ſoient des conſéquences mathématiques & néceſſaires de la nature des corps.

Loix de Newton.

XXXI. Voici maintenant les loix du mouvement données par Newton. Pour mieux voir d'où il les a déduites nous joindrons à chacune les preuves qu'il en a données, qui ſont apparemment les plus fortes qu'on en peut donner.

XXXII. La premiere loi eſt que : *Tout corps perſévére dans ſon état de repos ou de mouvement uniforme & direct, s'il n'eſt contraint par quelques forces étrangéres à changer cet état.*

Newton pour prouver cette loi allégue les projectiles qui perſévérent dans leurs mouvemens autant que la réſiſtance de l'air qui les retarde, & la force de la peſanteur qui les précipite, le permettent : la toupie qui ne ceſſe de tourner que par la réſiſtance que l'air apporte à ſon mouvement : les grands corps des Planetes & des Cometes qui conſervent plus longtems leurs mouvemens progreſſifs & circulaires, parce qu'ils ſe meuvent dans des eſpaces qui leur réſiſtent moins.

XXXIII.

(*) *Nec iſta egent probatione quia per ſe ſunt manifeſta.* R. Cartes. Princip. philoſ. P. II. N. 52.

XXXIII. La ſeconde loi eſt que : *Le changement de mouvement eſt proportionnel à la force motrice imprimée, & ſe fait ſelon la ligne droite dans laquelle cette force eſt imprimée.*

Si quelque force produit quelque mouvement, une force double produira un mouvement double, une force triple un mouvement triple ; ſoit qu'elle ſoit imprimée tout à la fois, ſoit par degrés & ſucceſſivement : & ce mouvement étant toujours déterminé dans le même ſens que la force motrice, ſi le corps ſe mouvoit auparavant, ſera ajouté à ſon mouvement s'il ſe fait dans la même direction ; en ſera retranché ſi c'eſt dans une direction contraire ; ſera obliquement ajouté ou retranché, ſi c'eſt dans une direction oblique : & il ſe fera une compoſition de ces deux mouvemens ſelon la détermination de chacun.

XXXIV. La troiſième loi de Newton eſt que : *L'action eſt toujours contraire & égale à la réaction : ou que les actions de deux corps l'un contre l'autre ſont toujours égales & en ſens contraires.*

Tout ce qui preſſe ou tire eſt également preſſé ou tiré. Si vous preſſez du doigt une pierre, votre doigt eſt également preſſé de la pierre : ſi un cheval tire une pierre attachée par une corde, le cheval eſt également tiré par la pierre ; car la corde étant partout également tendue & feſant par tout le même effort pour ſe relâcher, tire également le cheval vers la pierre & la pierre vers le cheval ; & empêche autant le progrès de l'un qu'elle accélére le progrès de l'autre. Si quelque corps rencontrant un autre corps change par ſa force de quelque maniere que ce ſoit le mouvement de celui-ci, il recevra à ſon tour dans ſon propre mouvement par la force de celui-ci un changement égal & en ſens contraire, puiſque la preſſion mutuelle eſt égale. Par ces actions il arrive des changemens égaux, non dans les viteſſes, mais dans les mouvemens, pourvû que les corps ne ſoient pas empêchés d'ailleurs : car les changemens de mouvement étant égaux, les changemens de viteſſe en ſens contraire ſont réciproquement proportionnels aux corps. Et cette loi a auſſi lieu pour les attractions.

Examen de la premiere loi.

XXXV. La premiere loi de Newton n'eſt, comme nous l'avons déjà dit, que la premiere & la ſeconde de Descartes; elle a l'air d'un axiome : il ſemble qu'on voye clairement qu'un corps en repos y reſte ſi rien d'étranger ne le meut ; & qu'un corps en mouvement continue de ſe mouvoir ſi rien ne s'oppoſe à ſon mouvement. Mais il faut ici ſe défendre de l'illuſion de l'habitude : nous avons vû ſi conſtamment que les corps perſévérent dans leur repos & dans leur mouvement, que nous croyons que nous l'aurions pû prédire quand nous ne l'aurions pas vû ; & que nous confondons l'expérience avec le raiſonnement. Cependant cette loi eſt ſi peu une ſuite néceſſaire de l'idée primitive que nous avons de l'eſſence des corps, que ceux qui n'ont pas bien conſulté l'expérience, qui n'ont pas vû que ce ne ſont que les réſiſtances & les obſtacles qu'un corps rencontre qui déterminent ou rallentiſſent ſon mouvement ; que ceux, dis-je, qui n'ont pas fait cette remarque, voyant le mouvement de tous les corps ſe rallentir, au lieu de convenir de cette loi, en admettroient plutôt une toute contraire ; & penſent que les corps en mouvement tendent naturellement au repos. Des auteurs célébres ont cru néceſſaire de prouver la continuation du mouvement, quoiqu'ils ne l'ayent pû faire que par des raiſonnemens qui preſſés remontoient à l'expérience. Newton y recourut tout d'abord, & ſur elle ſeule fonda ſa loi, comme on le voit aſſés par les preuves qu'il en donne : les hommes les plus éclairés, les *Maclaurin*, les *Pamberton*, ſes commentateurs, n'ont pas cherché à tirer cette loi d'aucun autre principe. Les phénomenes ont fait connoitre une nouvelle propriété de la matiére qui ne ſe trouvoit ni dans l'idée de l'étendue ni dans celle même de l'impénétrabilité : c'eſt *l'inertie*, une force, (pour nous ſervir encore ici avec eux de ce terme obſcur,) une puiſſance qu'a le corps de réſiſter au mouvement s'il eſt en repos, & de réſiſter au repos s'il eſt en mouvement. Kepler qui a tant vû de choſes dans l'obſcurité, & Descartes même, avoient eu quelque idée de cette propriété : mais ce n'a été que Newton guidé par l'expérience que mieux qu'aucun homme il ſçut conſulter, qui en a donné la véritable meſure, & qui a établi

établi que *l'inertie dans chaque corps eſt proportionnelle à la quantité de matiére qu'il contient.*

C'eſt donc l'inertie qui eſt le principe ſur lequel eſt fondée la premiere loi du mouvement: c'eſt en vertu de cette inertie que chaque corps perſévére dans ſon état de repos ou de mouvement ; & oppoſe à tout ce qui pourroit l'en tirer une réſiſtance proportionnelle à ſa maſſe : c'eſt en vertu de cette inertie que s'il ſe meut librement c'eſt toujours dans une ligne droite ; & que ſi par quelque obſtacle ou quelqu'autre force il eſt contraint de décrire une ligne courbe, c'eſt toujours dans la ligne droite qu'il tend à ſe mouvoir. Cette derniére circonſtance eſt une ſuite du même principe : car ſi un corps décrit une ligne courbe, à chaque inſtant il décrit une petite ligne droite ; & tend à y continuer ſon mouvement.

Examen de la ſeconde loi.

XXXVI. Newton dans ſa ſeconde loi partant de la force, tombe malgré toute ſa réſerve dans l'abus d'un mot qui ne ſignifie que ce qui a précédé un phénoméne, & qui ne donne aucune idée claire. De cela même on peut conclurre que cette loi qui fait le changement de mouvement proportionnel à la force, n'eſt rien moins qu'évidente ou qu'une ſuite de raiſonnemens évidents : ou que ſi par *force* on entend ce qui produit ou détruit proportionnellement le mouvement, cette loi ne ſeroit plus qu'une propoſition identique & puérile. On pourroit encore dire qu'on ne voit point avec évidence que le changement de mouvement ſe doive faire ſelon la ligne dans laquelle la force eſt imprimée. Mais après avoir vû que la premiere loi, celle qui nous aprend que tout corps perſévére dans ſon état de repos ou de mouvement, s'il n'eſt contraint par quelques forces étrangéres à changer cet état, que cette loi n'eſt fondée que ſur l'expérience, on ne doutera pas que la ſeconde loi qui détermine la meſure de ces changemens ne ſoit fondée ſur l'expérience auſſi ; & ne ſoit une ſuite non de la pre-

miere idée de l'étendue, mais de cette propriété d'*inertie* qu'une expérience plus tardive a découverte dans les corps.

Examen de la troiſième loi.

XXXVII. Dans l'idée que nous avons du corps nous ne trouvons qu'une parfaite indifférence au mouvement ou au repos : ni ſon étendue ni ſon impénétrabilité ne nous font voir qu'il doive réſiſter ou réagir ; encore moins que ſa réaction doive être égale à l'action : chaque corps pourroit à raiſon de ſa maſſe avoir un certain degré de réaction au delà duquel il ne pourroit aller : pour trouver l'origine de la réaction, c'eſt à l'inertie qu'il faut recourir ; à cette propriété des corps dont nous ne devons la découverte qu'à l'expérience.

Loix de Leibnitz.

XXXVIII. Leibnitz ſentit l'impoſſibilité de déduire les loix du mouvement de la ſeule notion du corps : mais il ne la ſentit qu'après le malheureux ſuccès des efforts qu'il avoit faits pour y réuſſir, qu'après s'être inſtruit par ſes erreurs. Ne conſultant que ſes idées de l'étendue il avoit (dans ſa *theoria motus abſtracti & concreti*) donné des loix du mouvement auſſi éloignées des véritables loix que celles de Descartes. Cela eſt d'autant plus remarquable que les véritables loix avoient été déjà données par Huygens : elles avoient été publiées dès 1669 ; & Leibnitz ne donna les ſiennes qu'en 1671. Selon celles-ci le plus petit corps en mouvement qui rencontroit un autre corps en repos quelque grand qu'il fut, lui communiquoit ſa viteſſe & l'entrainoit auſſi rapidement qu'il s'étoit mû lui même avant le choc. Il ne faloit point un ſi habile homme que Huygens pour faire connoitre la fauſſeté d'une telle loi : mais Leibnitz n'en fut déſabuſé que lorsque ſa métaphiſique lui eut fourni d'autres principes ſur leſquels il pût fonder d'autres loix plus conformes à l'expérience.

XXXIX. Il renonça donc à ſa théorie du mouvement abſtrait & concret ; & corrigea ſes erreurs dans l'excellent mémoire qu'il donna

en

en 1695 ; (*) il établit là l'inſuffiſance des ſeules notions de l'étendue & de l'impénétrabilité pour déterminer les loix du mouvement : il crut qu'avec l'inertie même ce n'étoit pas encore aſſés ; & qu'il faloit encore ajouter un certain principe *ſupérieur à la matière*, une *forme*, une *Entelechie*, enfin ce qu'il appelle *la force* : & qu'au lieu de déduire ces loix d'une néceſſité mathématique, elles dépendoient d'un principe de convenance.

XL. Après un tel aveu, nous pourrions nous diſpenſer de faire l'examen des loix de Leibnitz pour faire voir qu'elles ne ſont point des conſéquences mathématiques de l'eſſence du corps : cependant comme on pourroit craindre que Leibnitz trop prévenu pour ſa métaphiſique eut refuſé à la mathématique ce qui pourroit lui apartenir, il ne ſera pas inutile d'examiner ces loix : & nous allons faire cet examen comme nous avons fait celui des loix de Descartes & de Newton. Les loix de Leibnitz devoient ſe trouver dans un traité de Dynamique dont il n'a donné que quelques morceaux ; nous ne les trouvons raſſemblées que dans ſa Théodicée (**) d'où nous les tirerons dans l'ordre qu'il leur a donné.

XLI. Premiere loi, *l'effet eſt toujours égal en force à ſa cauſe, ou ce qui eſt la même choſe, la même force ſe conſerve toujours.*

XLII. Seconde loi, *l'action eſt toujours égale à la réaction.*

XLIII. Troiſième loi, *un mouvement ſimple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement compoſé qui produiroit les mêmes phénoménes de translation.*

XLIV. Quatrième loi, *la Nature n'agit point par ſaults ; mais tout changement ſe fait par degrès inſenſibles.*

Examen

(*) V. Act. Erud. Lipſ. *Specimen Dynamicum.*
(**) Théodicée, N. 346. 347. 348.

Examen de la premiere loi.

XLV. Cette loi a deux parties qu'à la vérité Leibnitz réunit: cependant il convient d'examiner chacune ſéparément, pour fixer le ſens dans lequel elles doivent être réunies. L'effet eſt toujours égal en force à ſa cauſe : rien ne reſſemble plus à un axiome que cette propoſition ; & elle ſera en effet un axiome ſi l'on entend par *cauſe* ce qui produit un *effet* proportionnel à ſoi ; ce n'eſt alors qu'une propoſition identique : mais ſi, comme nous l'avons aſſés montré, nous n'avons point d'idée des cauſes, cette loi jusqu'ici ne préſente rien de précis à l'eſprit. Auſſi Leibnitz s'explique-t-il en ajoutant, *la même force ſe conſerve toujours.* Il faut maintenant ſçavoir ce que Leibnitz entend par *force ;* car ce n'eſt plus ce que Descartes & Newton entendoient : c'eſt cette *forme*, cette *Entelechie*, ce principe ſupérieur à la matiére, qu'il prétend avoir découvert dans les corps ; cette *force vive* proportionnelle au produit de la maſſe par le quarré de la viteſſe.

Il eſt vrai que la force ainſi définie, ſi l'on meſure les effets qu'elle peut produire par la hauteur à laquelle un corps en mouvement peut remonter, par le nombre de reſſorts égaux qu'il peut comprimer à un certain degré, l'on trouvera toujours ces effets proportionnels à la force : & ces reſſorts, après qu'ils auront arrêté le corps par leur compreſſion, pourront en ſe débandant lui rendre, ou rendre à d'autres corps, la même force qui les avoit comprimés. C'eſt vraiſemblablement ce phénomene qui a déterminé Leibnitz à prendre ce produit de la maſſe par le quarré de la viteſſe pour *la force.*

On peut de ce principe, de la conſervation de la force vive, déduire les loix de la communication du mouvement des corps élaſtiques ; parce que dans le choc de ces corps la quantité de cette force demeure toujours la même. Mais ſi l'on veut du même principe déduire les loix de la communication du mouvement des corps durs, des corps dont les parties ſont infléxibles ; on trouvera des loix très fauſſes, parce que dans le choc de ces corps la même quantité de cette force ne ſe retrouve pas.

Il

Il faudroit donc pour maintenir la loi dans ſon univerſalité, ſoutenir avec les Leibnitiens qu'il n'y a point & qu'il ne peut y avoir de corps durs dans la Nature, (ce qui n'eſt pas ſoutenable:) ou ſi l'on veut conſerver la loi, il faut la reſtraindre & ne l'appliquer qu'aux corps élaſtiques.

On peut juger de là combien peu cette loi eſt déductible de l'idée des corps, combien elle avoit beſoin de l'expérience, & de l'expérience bien conſultée; auſſi Leibnitz ne la donne-t-il point comme déduite de l'idée du corps: elle tire ſelon lui ſon origine d'un principe ſupérieur à la matiére: mais il la donne comme univerſelle & elle ne l'eſt pas.

Examen de la ſeconde loi.

XLVI. Leibnitz emprunte de Newton cette ſeconde loi, que l'action eſt toujours égale à la réaction. Nous en avons donc déjà parlé dans l'examen que nous avons fait des loix de Newton: nous avons fait voir qu'elle eſt une ſuite de l'inertie, & que l'inertie eſt une propriété que nous ne pouvions déduire de la premiére idée que nous avions du corps; que l'expérience ſeule nous a fait connoitre.

Examen de la troiſième loi.

XLVII. Cette troiſième loi eſt, *qu'un mouvement ſimple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement compoſé qui produiroit les mêmes phénoménes de translation.*

Nous ne pouvons pas mieux l'expliquer, ni mieux faire voir qu'elle n'eſt point une ſuite néceſſaire de l'eſſence des corps, qu'en rapportant les propres paroles de Leibnitz: voici donc ce qu'il ajoute; „ Il „ n'y a nulle néceſſité de dire du mouvement d'une boule qui court „ librement ſur un plan horizontal uni avec un certain degré de viteſſe „ appellé *A*, que ce mouvement doit avoir les propriétés de celui „ qu'elle auroit ſi elle alloit moins vite dans un bateau mû du même

„ côté avec le reſte de la viteſſe pour faire que le globe regardé du ri-
„ vage avançât avec le même degré *A* : car quoique la même appa-
„ rence de viteſſe & de direction réſulte par ce moyen du bateau, ce
„ n'eſt pas que ce ſoit la même choſe. Cependant il ſe trouve que les
„ effets des concours des globes dans le bateau dont le mouvement en
„ chacun à part joint à celui du bateau donne l'apparence de ce qui ſe
„ fait hors du bateau, donnent auſſi l'apparence des effets que ces
„ mêmes globes concourants feroient hors du bateau. Ce qui eſt
„ beau, mais on ne voit point qu'il ſoit abſolument néceſſaire. (*)

On ne peut pas mieux expoſer la non-néceſſité de cette loi.

Examen de la quatrième loi.

XLVIII. Cette loi, *que la Nature n'agit point par ſaults ; mais que tout changement ſe fait par degrès inſenſibles* : eſt ce que Leibnitz & ſes diſciples ont appellé *la loi de continuité*, ils la croyent ſans doute appliquable dans bien d'autres occaſions que dans le mouvement des corps : mais comme il n'eſt ici queſtion que de ce mouvement, nous ne l'examinerons que par rapport à lui.

Je fais donc remarquer 1. que pour ſoutenir cette loi, les Leibnitziens ſont réduits à nier l'exiſtence & la poſſibilité des corps durs, ce qui eſt ce me ſemble être réduit à l'abſurde. 2. Que dans l'application de cette loi aux ſeuls corps dont les parties ſont fléxibles, ce ne ſeroit encore qu'à l'expérience qu'ils la devroient.

Mais en pouſſant plus loin la choſe & nous prêtant ici aux abſtractions de la métaphiſique de Leibnitz : qu'eſt ce qu'agir par continuité ? c'eſt agir par des degrés inſenſibles : des degrés inſenſibles ne ſont ils pas des ſaults inſenſibles ? & des ſaults inſenſibles ne ſont-ils pas des ſaults ?

XLIX. Voilà les loix de Leibnitz ; mais je le répéte encore, nous n'avons tiré de l'examen que nous en avons fait que la même con-

(*) Theod. n. 347.

conſéquence que lui-même : que toutes ces loix ne ſont point *d'une néceſſité abſolue qui nous force de les admettre comme on eſt forcé d'admettre les régles de la logique, de l'arithmétique, & de la géométrie.* (*) Leibnitz ſentit qu'il faloit avoir recours à un principe métaphiſique d'où dépendoient les loix de la communication du mouvement : il prit pour ce principe *la conſervation de la force vive* ; c'eſt à dire du produit des maſſes par le quarré de leurs viteſſes. Descartes auſſi métaphiſicien que lui avoit pris *la conſervation de la quantité de mouvement* ; c. à d. du produit des maſſes par leur ſimple viteſſe. Le principe de Descartes donne de fauſſes loix de la communication du mouvement pour tous les corps : celui de Leibnitz n'en donne de véritables que pour les corps élaſtiques : Leibnitz dit que *Descartes étoit arrivé juſqu'à l'antichambre de la vérité* ; (**) ne peut on pas dire que Leibnitz ici n'a pas pénétré juſqu'au dernier cabinet ?

L. Nous ne parlerons point ici de la foule d'auteurs qui ſur cette matiére n'ont raiſonné que d'après quelqu'un de ces trois grands philoſophes ; ſi nous voulions en faire mention, il nous faudroit faire un gros livre, & ce livre ſeroit fort inutile.

LI. Mais nous ne ſaurions omettre de parler de l'homme illuſtre qui, s'il ne fut pas le premier, ne fut devancé par perſonne dans la découverte des vrayes loix de la communication du mouvement ; je parle de Huygens, ce génie ſi profond & ſi ſublime, qui n'a voulu traiter ce ſujet qu'en mathématicien. Leibnitz lui a reproché qu'il n'aimoit pas aſſés la métaphiſique : il l'aimoit peut-être, mais voyant ceux qu'elle avoit égarés dans cette recherche, & ne trouvant point dans la métaphiſique ce genre d'évidence auquel la géométrie l'avoit accoutumé, il ne voulut point la prendre pour guide. En effet ce que les philoſophes dont nous avons parlé avoient donné comme des axiomes ou des

(*) *Theod. n.* 346.

(**) *Recueil de diverſes piéces ſur la Philoſ. la Relig. nat. &c. par M. M. Clarke, Leibnitz, Newton, tom. II. pag.* 135.

loix, il ne le donne que pour des hypotheſes ou des vérités d'expérience: ſous ce nom modeſte & plus convenable il parvient d'un pas aſſuré par une chaine de raiſonnemens néceſſaires aux loix de la communication du mouvement

LII. Nous ne rapporterons donc point ici les hyppotheſes de Huygens comme nous avons fait les loix précedentes pour faire voir qu'elles n'emportent point la néceſſité mathématique, puisque lui-même par le nom qu'il leur a donné a ſoigneuſement écarté cette idée: nous les rapporterons pour qu'on voye combien Huygens croyoit peu poſſible de déduire les loix de la communication du mouvement de l'eſſence des corps, les ſuppoſitions qu'il lui a falu faire pour parvenir à ces loix par une ſuite rigoureuſe de propoſitions: enfin nous les donnons pour conſerver la trace des pas qu'a fait ce grand homme.

Hypotheſes de Huygens.

LIII. Premiere Hypotheſe. *Un corps quelconque qui ſe meut une fois, ſi rien ne s'oppoſe a ſon mouvement, continue toujours de ſe mouvoir de la même viteſſe & en ligne droite.*

Descartes & Newton ont fait de cette hypotheſe une de leurs loix.

LIV. Seconde Hypotheſe. *Quelle que ſoit la cauſe qui fait réjaillir les corps durs de leur contact mutuel lorsqu'ils ſe choquent les uns les uns les autres; nous poſons que lorsque deux corps égaux qui ſe meuvent d'une égale viteſſe ſe rencontrent directement, chacun réjaillit avec la viteſſe qu'il avoit auparavant.*

Huygens entend ici par corps durs les corps parfaitement élaſtiques.

LV. Troiſième Hypotheſe. *Les viteſſes reſpectivement égales ou inégales des corps qui ſe meuvent, doivent s'eſtimer par rapport aux autres corps qu'on conſidére comme en repos; quoique peut-être les uns & les autres ſoient emportés par un autre mouvement commun. Ainſi lors-*

lorsque deux corps ſe rencontrent, quoique de plus ils ſoient l'un & l'autre emportés par un mouvement uniforme, leur choc mutuel par rapport à celui qui eſt emporté par le mouvement commun eſt le même que ſi ce mouvement commun n'exiſtoit pas. „ Comme ſi quelqu'un placé „ dans un vaiſſeau qui ſe meut d'un mouvement uniforme feſoit choquer deux globes égaux avec une viteſſe égale rélativement à lui & „ aux parties du vaiſſeau ; nous diſons que l'un & l'autre de ces globes rejailliront avec une viteſſe égale par raport au *veĉteur* ; tout „ comme il arriveroit ſi placé ſur un vaiſſeau en repos ou ſur la terre „ il feſoit choquer les mêmes globes avec la même viteſſe. „

Leibnitz a fait de cette hypotheſe ſa troiſième loi.

LVI. Quatrième hypotheſe. *Si un grand corps en rencontre un plus petit en repos, il lui donne quelque mouvement & perd quelque choſe du ſien.*

LVII. Cinquième hypotheſe. *Deux corps durs (élaſtiques) ſe rencontrant, ſi après le choc il arrive que l'un des deux conſerve tout le mouvement qu'il avoit, le mouvement de l'autre ne ſera ni diminué ni augmenté.*

NB. Cette hypotheſe eſt une reſtriction de la conſervation de la quantité de mouvement, qui dans le cas de l'hypotheſe a lieu.

LVIII. Telles ſont les ſuppoſitions que l'eſprit le plus juſte & qui connoiſſoit le mieux jusqu'où pouvoit s'étendre le domaine des mathématiques, a été obligé de faire, pour déduire les loix de la communication du mouvement d'une ſuite de conſéquences néceſſaires.

LIX. Un auſſi grand Homme que tous ceux dont nous avons parlé a tiré les loix de la communication du mouvement d'un principe tout différent des précédents, & qui paroit bien plus qu'eux en être la véritable ſource. Mr. *Euler* a déduit ces loix du principe découvert par Galilée, & reçu aujourd'hui de tous ceux qui traitent de la méchanique & de la dynamique : ce principe eſt que *la force multipliée par l'inſtant de ſon application donne l'incrément de la viteſſe.* De ce prin-

cipe Mr. *Euler* par une analyſe ſublime & rigoureuſe tire les loix de la communication du mouvement (*).

LX. Mais ce principe eſt-il une vérité néceſſaire? Le ſeul mot de *force* qui y eſt employé ne l'exclut-il pas de l'ordre de ces vérités? N'a-t-il pas fallu mille expériences répétées ſur la chute des corps pour donner quelque confiance à la doctrine de Galilée? & Newton qui en a fait de ſi grands & de ſi merveilleux uſages, n'y a-t-il pas été conduit ou affermi par l'expérience de tous les mouvemens des corps céleſtes?

LXI. Toutes les loix de la communication du mouvement quoiqu' univerſellement aujourd'hui reçues, ne peuvent donc être priſes pour des vérités *néceſſaires* dans le ſens de *néceſſité* qu'on donne aux vérités de l'arithmétique & de la géométrie.

LXII. Quand Huygens, Wren, & Wallis, eurent trouvé ces loix tous trois en même tems & ſans s'en être fait aucune confidence; malgré l'accord qui ſe trouvoit entre eux, ne falut-il pas encor qu'elles fuſſent confirmées par les expériences faites dans la Société Royale de Londres? Ne falut-il pas pour en convaincre celle de Paris toutes les expériences de Mariotte, & que Mariotte en fit un gros livre? A-t-on jamais recouru aux expériences pour confirmer des vérités mathématiques?

LXIII. Après avoir ainſi examiné les premieres loix propoſées par les plus grands Philoſophes; ces principes dont ils ont tiré les loix de la communication du mouvement, les proportions ſelon leſquelles le mouvement ſe diſtribue entre les corps qui viennent à ſe rencontrer: nous parlerons d'autres loix plus cachées dont la découverte n'eſt due qu'à ces derniers tems, qu'on n'a peut-être déduites que des loix mêmes de la communication du mouvement; mais qui bien conſtatées ont affermi la vérité des principes d'où l'on avoit déduit ces loix, ou en ont limité l'étendue.

LOIX

(*) Comment. de l'Academie de Ruſſie, Tom. IX.

LOIX DU MOUVEMENT.

LXIV. Premiere LOI. *Lorsque deux corps durs ſe rencontrent, ils ſe meuvent enſemble d'une viteſſe commune : ou leur mouvement ceſſe tout à fait.*

NB. On entend toujours que les corps ſe rencontrent directement.

LXV. Seconde LOI. *Lorsque deux corps élaſtiques ſe rencontrent, leur viteſſe reſpective demeure la même ;* c. à d. *qu'ils ſe ſéparent après le choc avec la même viteſſe qu'ils s'approchoient auparavant.*

LXVI. Troiſième LOI. *Lorsque deux corps durs, ou élaſtiques, ſe rencontrent, leur centre commun de gravité ſe meut après le choc avec la même viteſſe & la même direction qu'il ſe mouvoit auparavant ; ou, s'il étoit en repos, il y reſte.*

LXVII. Quatrième LOI. *Lorsque deux corps durs ſe rencontrent, la quantité de mouvement ſe conſerve après le choc la même qu'elle étoit auparavant ; s'ils ſe meuvent dans le même ſens. Elle diminue, ou s'anéantit, s'ils ſe meuvent en ſens contraires.*

NB. Cette Loi eſt une grande reſtriction au Principe de *Descartes*, qui vouloit que la quantité de mouvement ſe conſervât toujours la même dans la Nature.

LXVIII. Cinquième LOI. *Lorsque deux corps élaſtiques ſe rencontrent, la quantité de la force vive ſe conſerve après le choc la même qu'elle étoit auparavant.*

NB. Si les corps étoient durs, la quantité de la force vive diminueroit après le choc, ou périroit entierement.

LXIX. Sixième LOI. *Lorsque deux corps, ſoit durs, ſoit élaſtiques, ſe rencontrent, la quantité d'action employée pour changer leurs mouvemens eſt toujours la plus petite qu'il ſoit poſſible.*

NB. L'Action eſt le produit du corps par ſa viteſſe & par l'eſpace qu'il parcourt.

LXX.

LXX. En refuſant à toutes ces Loix la prétendue prérogative d'une néceſſité mathématique, on y en découvre une autre bien plus précieuſe ; c'eſt le caractère du choix d'un être intelligent & libre : C'eſt de porter l'empreinte de la ſageſſe & de la puiſſance de celui qui les a établies.

LXXI. Nous avons, je crois, prouvé que les plus grands Philoſophes n'ont pû déduire les Loix du Mouvement de l'idée primitive qu'ils avoient de l'eſſence des corps.

Nous avons fait voir que ceux qui ont ajoûté à cette idée l'*inertie*, n'ont pû encore parvenir à ces Loix que par des hypotheſes précaires, ou des faits tirés de l'Expérience,

Enfin, l'on a vû que Leibnitz ajoutant encore ſon *Entelechie*, ſon principe ſupérieur à la matiere, n'a pas cru poſſible de trouver à ces Loix un établiſſement ſolide ſans avoir recours au principe de convenance.

Si après tout cela quelqu'un s'obſtine à dire encore : L'idée de l'*étendue* ne vous eſt venue que par l'expérience de vos ſens : plus d'expérience vous a fait ajouter l'*impénétrabilité* & l'*inertie* : plus d'expérience encore vous fera découvrir bien d'autres propriétés. Et ſi vous pouviez enfin avoir une notion du corps complette, qui ſçait ſi nous n'y verriez pas que toutes les Loix du mouvement y ſont liées d'une néceſſité abſolue ?

Si quelqu'un, dis je, s'opiniâtre à raiſonner ainſi, je ne crois pas qu'on puiſſe lui prouver l'impoſſibilité de ſa ſuppoſition ; mais je le lui répéte, & on peut l'aſſurer, qu'il n'y a plus rien au monde qui ſoit à l'abri d'un tel raiſonnement, rien dans la Nature dont on ne pût avec autant de droit ſoupçonner la néceſſité.

RECHER-

RECHERCHES MÉTAPHYSIQUES SUR LES FORCES DES FLUIDES QUI SE PERDENT EN MÉCANIQUE, ET SUR LE PLUS GRAND EFFET QU'ELLES PEUVENT PRODUIRE.

PAR Mr. BEGUELIN.

I.

Mr. *Parent*, dans un Mémoire qui fait partie de l'Hiſtoire de l'Académie des Sciences de Paris de l'Année 1704, a montré qu'une machine étant miſe en mouvement par un fluide, l'effet qu'elle eſt en état de produire dans la plus grande perfection, & même abſtraction faite de de la réſiſtance de l'air, & des frottements, n'eſt que la $\frac{4}{27}$ partie de l'effet naturel que cette force pourroit produire.

Dans les profondes recherches que Mr. *Euler* a fait ſur la meilleure maniere d'élever les eaux, il eſt parvenu par une route très différente à la même concluſion, dans le Tom. VIII. des Mémoires de notre Académie, p. 199.

Un paradoxe ſi ſurprenant m'a paru digne de faire le ſujet d'une recherche métaphyſique ; d'autant plus que les calculs algébriques ſur leſquels ce paradoxe eſt fondé, prouvent à la vérité la choſe d'une maniere qui n'admet plus le moindre doute, mais ils n'en expliquent pas mieux le pourquoi. Tel eſt l'effet de la methode analytique ; quiconque eſt en état de la ſuivre, ſe ſent forcé de donner ſon aſſentiment aux vérités qu'elle découvre ; mais la rapidité dont elle y conduit, & la promtitude avec laquelle elle nous fait perdre de vue l'objet que nous voulons meſurer, dès qu'elle en a pris les dimenſions, font que notre eſprit eſt convaincu ſans être plus éclairé. Dans le cas que je me propo-

propoſe de développer, la raiſon acquieſce au paradoxe au bout de quelques pages de calcul, parce qu'elle voit bien qu'elle ne ſauroit en diſconvenir, mais elle ne le fait pas d'auſſi bonne grace qu'elle acquieſceroit à une vérité dont elle connoitroit diſtinctement la ſource. Un fluide tombant d'une certaine hauteur remonteroit à cette même hauteur, ſi la réſiſtance de l'air ne s'oppoſoit à ſon mouvement; c'eſt ce qu'on conçoit clairement : mais que ce même fluide prêtant ſa force à une roue ne lui puiſſe pas même communiquer la puiſſance d'élever à cette hauteur la $\frac{4}{27}$ de ſon poids, c'eſt ce que le calcul prouve, & que la raiſon eſt forcée d'adopter ſans trop le concevoir. Eſſayons de concilier le calcul avec la Métaphyſique.

II. Concevons d'abord une roue dont l'aube inférieure ſoit perpendiculaire au courant de l'eau. Que la viteſſe du courant ſoit de e pieds par ſecondes. Que la largeur de l'aube ſoit $= h$, & ſa longueur $= f$; ſa ſurface ſera $= fh$.

III. Je ſuppoſe que, lorsque la roue eſt en mouvement, & que par conſéquent l'aube frappée quitte la ſituation perpendiculaire, l'aube ſuivante commence à recevoir une partie de l'impulſion de l'eau; de ſorte que l'eau eſt cenſée agir toujours ſur un même plan, & le choquer perpendiculairement, ſoit qu'il y ait du mouvement, ou que la roue reſte immobile; ainſi la grandeur de la ſurface fh reſte la même, ſoit qu'il y ait équilibre, ſoit que la machine ſe meuve; & ne change par conſéquent rien à l'effort du fluide qui frappe cette baſe. On pourroit donc ſe diſpenſer tout à fait de tenir compte de la ſurface de l'aube; mais, quoiqu'elle n'entre ici en aucune conſidération, rien n'empêche qu'elle ne tienne ſa place dans le calcul.

IV. La viteſſe e du courant peut être conçue comme acquiſe par la chûte d'une hauteur proportionnée $= a$. Ainſi la force totale de l'eau contre l'aube, ſera $F = fha$ pieds cubiques d'eau.

V. Si nous ſuppoſons la longueur du rayon de la roue jusqu'au centre de mouvement de l'aube $= R$, le moment de la puiſſance, ou force de l'eau, ſera $= RF = fha.R$.

VI. Si

VI. Si maintenant on conçoit autour de l'axe de la roue un tambour, ou cilindre, dont le rayon ſoit auſſi $= R$, & qu'à ce tambour ſoit attaché par une corde un poids P, le moment du poids ſera $= P \cdot R$.

VII. Suppoſons qu'il y ait équilibre, cet état donnera

$$f h a R = P \cdot R.$$

Et puisque les rayons, ou les bras, du levier ſont égaux, on aura la force, c. a. d. le poids de l'eau qui preſſe contre l'aube, égal au poids P, ou $f h a = P$.

VIII. Maintenant, pour peu que la force F augmente, ou que le poids P diminue, il y aura du mouvement ; (abſtraction faite des frottemens.) Mais quelle ſera la quantité de mouvement correſpondante à chaque diminution de poids ? & quelle eſt la diminution de ce poids d'où réſultera la plus grande quantité de mouvement ? C'eſt ce que le calcul *de maximis* indique d'un coup de plume, mais qu'il n'explique pas.

IX. Soit le poids diminué $= p$. Il eſt évident que l'effet, c. a. d. la quantité de mouvement de p, ou le produit de ſa maſſe par ſa viteſſe $v = pv$, peut être plus grand par deux endroits ; l'un par la grandeur de la maſſe de p, d'autant plus conſidérable, plus elle approchera de celle de P ; & l'autre par la grandeur de la viteſſe v, avec laquelle il ſera élevé.

Mais, puisque nous concevons p comme attaché à l'extrémité du rayon de la roue, ſa viteſſe ſera toujours égale à celle du centre de mouvement de l'aube ; or cette viteſſe de la roue eſt celle qu'elle a acquiſe par l'excès de la force F de l'eau ſur le poids p : car, tandis que F ne ſurpaſſoit pas P, la roue reſtoit immobile ; ce n'eſt que depuis que P a été diminué jusqu'à la valeur p, que la force F n'employant plus tout ſon effort à ſoutenir p, a pû employer l'excédent à mouvoir la roue.

X. De cette conſidération il réſulte néceſſairement, que, ſi d'un côté la quantité de l'effet augmente à meſure que p ſera plus grand ; d'un autre côté la viteſſe de la roue ſera moindre, puisque plus p eſt grand, plus la force F ſe conſume à faire équilibre avec lui, & moins elle conſerve de force pour le pouſſer en haut par le moyen de la roue : on perd donc du côté de la viteſſe, à meſure qu'on augmente la maſſe de p.

XI. Réciproquement, ſi on donne à p une grande viteſſe, il eſt évident qu'il faut diminuer ſa maſſe, car toute ſa viteſſe n'eſt que la viteſſe propre de la roue : viteſſe que la roue n'acquiert que par l'excédent de la force de l'eau, après que cette force a, pour ainſi dire, anéanti par ſon contrepoids la péſanteur de p. Ainſi, pour que cet excédent ſoit conſidérable, & qu'il puiſſe communiquer à la roue une grande viteſſe, il faut que le poids p n'ait pas été contrebalancé par une partie conſidérable de la force F ; c. a. d. qu'il faut que p ait été fort leger, puisque la peſanteur de ſon contrepoids ſera toujours parfaitement égale à la ſienne.

XII. Il eſt aiſé de comprendre à préſent, que ſi p regagnoit toujours préciſément en viteſſe, ce qu'il perd en poids, ou que réciproquement il ne gagnât pas plus du côté du poids, qu'il ne perd en viteſſe, la quantité de ſon mouvement ſeroit toujours préciſément la même, quelle que fut la viteſſe de la roue v, ou la diminution de p. Car, ſi v devenoit nv, p deviendroit $\frac{p}{n}$, & la quantité de mouvement $\frac{nvp}{n}$, ſeroit toujours invariablement $= pv$. Il n'y auroit donc point de *maximum*.

XIII. Mais il eſt clair que la choſe n'eſt pas ainſi ; puisqu'en diminuant infiniment, ſoit la viteſſe, ſoit le poids, la quantité de mouvement devient nulle. Il faut donc néceſſairement qu'entre ces deux extrè-

extrêmes il y ait un milieu qui donne la plus grande quantité de mouvement poſſible.

XIV. La raiſon de cette diverſité de réſultats n'eſt pas difficile à découvrir. Lorsque la viteſſe de p augmente, la roue acquiert une viteſſe égale à celle de p; donc la viteſſe reſpective avec laquelle le courant agit ſur l'aube, a diminué d'autant. Or la force de l'eau eſt eſtimée par la baſe ſur laquelle elle agit, & par la hauteur d'où le courant doit tomber pour acquérir la viteſſe avec laquelle il choque; & comme ces hauteurs diminuent, non en raiſon des viteſſes, mais en raiſon du quarré de ces viteſſes, il eſt clair qu'une viteſſe double ſuppoſe une hauteur quadruple, & que par conſéquent une viteſſe diminuée de la moitié, tandis que la baſe fh reſte la même, ne donnera que le quart de la force que donnoit la viteſſe entiere; de ſorte que cette force ne pourra ſoutenir que le quart du poids p qu'elle ſoutenoit auparavant, & ce quart de poids n'ayant acquis par cette diminution qu'une viteſſe double de celle qu'avoit le poids quadruple, n'aura que la moitié de la quantité de mouvement, que le poids quadruple avoit.

XV. Eclairciſſons ceci par quelques exemples. Que la viteſſe primitive e du courant, avec laquelle il choquoit l'aube pour faire équilibre avec P dans l'état de repos, ſoit $= 1$, due à la hauteur a. Que le poids P ait été diminué, pour faire naître du mouvement, & qu'il ne ſoit plus que $p <$ P. Que la roue devenue mobile ait acquis une viteſſe uniforme $= \frac{1}{4}$; par conſéquent la force du courant n'agira plus ſur l'aube qu'avec une viteſſe $= \frac{3}{4}$, due à une certaine hauteur $= x$. Or, puiſque les hauteurs des chûtes ſont comme les quarrés des viteſſes, on aura :

$$1^2 \,.\, a :: \left(\tfrac{3}{4}\right)^2 \,.\, x, \quad \text{ou} \quad x = \tfrac{9}{16}\, a.$$

Donc la force avec laquelle le fluide agira ſur l'aube, ne ſera plus que $\frac{9}{16} fha$; & par conſéquent ne pourra plus faire équilibre qu'avec $\frac{9}{16}$ P, puiſqu'on avoit $fha =$ P. (§. VII) Ainſi, ſi $p = \frac{9}{16}$ P, il ſemble

qu'il devroit encore y avoir équilibre, puisque la force du courant ne peut rien faire de plus, que de soutenir ce poids. Cependant il y a du mouvement ; & la raiſon de ce mouvement eſt que la roue a acquis elle même une viteſſe $= \frac{1}{4}$, & que la réſiſtance de p étant détruite par la force F, rien n'empêche que la roue n'éleve p, avec toute ſa viteſſe $= \frac{1}{4}$. L'effet, ou la quantité de mouvement produite, ſera donc $= \frac{1}{4} p$; ou puisque, $p = \frac{9}{16}$ P, cet effet ſera $= \frac{9}{64}$ P. Or originairement la force F avoit une quantité de mouvement $=$ P, & maintenant elle ne produit que $\frac{9}{64}$ P ; il s'eſt donc perdu $\frac{55}{64}$ de l'effet naturel.

XVI. De même, ſi F n'agit plus ſur la roue qu'avec une viteſſe $= \frac{1}{2}$, cette viteſſe ſera due à une hauteur $= \frac{1}{4} a$. Ainſi la force de l'eau ſur l'aube ſera $= \frac{1}{4} f h a$, & ne pourra par conſéquent faire équilibre qu'avec $\frac{1}{4}$ P $= p$.

Ce qui mettra donc p en mouvement, ce ſera la viteſſe propre de la roue $= \frac{1}{2}$. Ainſi la quantité de mouvement produite ſera $= \frac{1}{2} p = \frac{3}{8}$ P ; par conſéquent la force F du courant n'aura produit que la $\frac{1}{8}$ partie de ſon effet naturel.

XVII. Donc en général, ſi le fluide n'agit plus ſur la roue qu'avec la viteſſe m, qui correſpond à la hauteur $m\,m\,a$: ſa force ſera $= m\,m f h a$, & ne pourra ſoutenir qu'un poids $p = m\,m$ P, (où m ſignifie une fraction moindre que l'unité.) La roue tournant avec une viteſſe propre $= 1 - m$, élévera avec cette viteſſe le poids p, dont par conſéquent la quantité de mouvement ſera $= (1 - m) p = (1 - m)\, m\, m$ P.

XVIII. Le plus grand effet que la force F du courant eſt donc capable de produire, dès qu'elle n'agit pas immédiatement ſur le poids, & qu'elle eſt appliquée à une roue, ou à un levier, ne ſera que la $m\,m - m^3$, partie de ſon effet naturel.

Il

Il s'agit donc de déterminer la valeur de la fraction m de maniere, que cette quantité $m\,m - m^3$, ſoit la plus grande poſſible ; ou, ce qui revient au même, qu'elle approche autant qu'il ſe pourra de l'unité.

XIX. Rien n'eſt plus aiſé que de trouver cette valeur par la méthode de *maximis ;* car, en différentiant la formule $m\,m - m^3$, la nature du *maximum* donne,

$$2\,m\,dm - 3\,m\,m\,dm = 0$$

donc $2 = 3\,m$, ou $m = \frac{2}{3}$,

d'où l'on trouve $(m^2 - m^3)\,\mathrm{P} = (\frac{4}{9} - \frac{8}{27})\,\mathrm{P} = \frac{4}{27}\,\mathrm{P}$.

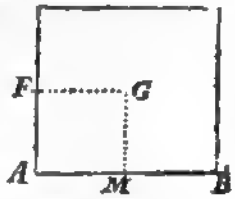
XX. Mais, en employant cette méthode, je n'en vois pas plus clairement encore, pourquoi la choſe eſt ainſi. Eſſayons donc d'y parvenir par une voye plus lumineuſe, quoique plus longue.

XXI. Puiſque, tant que la roue n'acquiert point de viteſſe, il n'y a point de mouvement ; & que, dès que la roue a une viteſſe propre, elle echape d'autant à la viteſſe du courant ; la queſtion ſe réduit à partager la viteſſe totale du courant, que nous ſuppoſons $= 1$, en deux parties quelconques, u & x, en ſorte que $u + x$ ſoit $= 1$. Enſuite, aſſignant à la force du courant la viteſſe active x, & à la roue la viteſſe propre u, le moment de force ſur l'aube ſera $= x\,x\,f\,h\,a$, (§. XVII.) & ſera par conſéquent équilibre avec $x\,x\,\mathrm{P} = p$. Ce qui mettra maintenant p en mouvement, ce ſera la viteſſe propre de la roue $= u$, de ſorte que la quantité de mouvement produite ſera $= u\,p = x\,x\,u\,\mathrm{P}$.

Il s'agit donc d'aſſigner une telle valeur aux fractions x, & u, que le produit de u par le quarré de x ſoit auſſi grand, ou auſſi approchant de l'unité, qu'il eſt poſſible.

XXII.

XXII. S'il ne s'agiſſoit que d'un nombre plan, ou de deux dimenſions, le problème ſe réduiroit à trouver dans un quarré dont le côté eſt $= 1$, le point M par où il faut partager A B, pour que le rectangle formé par les lignes A M, M B, ſoit le plus grand poſſible. Or il eſt clair que pour cet effet il faudroit que M partageât le côté A B en deux parties égales ; & qu'ainſi le plus grand rectangle poſſible A G ſeroit $= \frac{1}{4}$.



Car je dois prendre A M, & M B, chacun ſéparément auſſi longs qu'il ſe peut, pour en former le plus grand rectangle ; mais, comme je ne puis allonger l'un qu'aux dépens de l'autre, & qu'il n'y a point de raiſon pourquoi je devrois donner plus de longueur à celui-ci qu'à celui-là, puiſque l'un ne contribue pas plus que l'autre à aggrandir le rectangle, il eſt évident que je dois les prendre égaux, & par conſéquent chacun $= \frac{1}{2}$.

En effet, poſant A M $= x$, M B $= 1 - x$, le rectangle ſera $= x - x x$; & ſi c'eſt un *maximum* j'aurai $d x - 2 x d x = 0$, ou $x = \frac{1}{2}$.

XXIII. Ce que je viens de dire à l'égard des nombres plans, peut également s'appliquer aux nombres ſolides, ou de trois dimenſions, tel qu'eſt notre nombre $x x u$. Il s'agit de partager le côté d'un cube $= 1$, en deux parties, x & u, telles que, x fourniſſant deux dimenſions, & u la troiſième, forment le plus grand paralelepipede poſſible. Or, puis que chacune des trois dimenſions contribue également à la grandeur du ſolide, chacune a un droit égal à la plus grande longueur, & cette longueur ne pouvant être augmentée qu'aux dépens des deux autres, il eſt clair que chacune n'aura que le tiers de la longueur totale. Ainſi on aura $u = \frac{1}{3}$, & par conſéquent $x = \frac{2}{3}$, ce qui donne $x x u$ P $= \frac{4}{27}$ P.

XXIV.

XXIV. Il eſt donc évident préſentement pourquoi un fluide agiſſant ſur une roue, quelque ſimple que ſoit d'ailleurs la machine, & quoiqu'appliquée de la maniere la plus avantageuſe, ne produira jamais que préciſément la $\frac{4}{27}$ partie de l'effet que ſa force promet, abſtraction faite de la plus ou moins grande réſiſtance de l'air, & de la répercuſſion de l'eau. Mais on auroit tort de conclurre de là que les forces ſe perdent dans la Nature, ou, comme l'a cru Mr. *Parent*, que les effets ne ſont pas proportionnels à leurs cauſes.

Car, pour ce qui concerne la perte des forces, il eſt aiſé de voir par ce que nous avons dit, ce que deviennent les forces qui paroiſſent perdues.

Lorsque F étoit en équilibre avec P, il n'y avoit point de mouvement ; l'effet conſiſtoit à ſoutenir un poids égal à une égale diſtance du point d'appui.

Lorsque F a élevé $p = \frac{4}{9}$ P, avec une viteſſe de $\frac{1}{3}$, la roue avoit acquis une viteſſe uniforme $= \frac{1}{3}$. Ainſi le courant dont la viteſſe eſt toujours la même $= 1$, n'avoit pas plus de priſe ſur cette roue, qu'un autre courant dont la viteſſe abſolue ſeroit $= \frac{2}{3}$, en auroit ſur l'aube d'une roue immobile. Or la force d'un tel courant ſeroit les $\frac{4}{9}$ de celle d'un courant qui, avec une viteſſe comme 1, choqueroit contre cette même aube immobile ; il n'eſt donc pas merveilleux que cette force ne faſſe plus équilibre qu'avec les $\frac{4}{9}$ du premier poids. Mais on ne peut pas dire que le reſte de la force motrice ſe ſoit perdu, auſſi peu que celle d'un courant ſe perd lorsqu'on n'en profite pas. Tout ce qu'on peut dire, c'eſt que l'on n'a pas employé le reſte de cette force, & que la nature de la machine ne permet pas de le faire ; parce qu'il implique contradiction qu'une machine joue ſi la principale roue reſte immobile, & qu'il implique auſſi contradiction qu'une roue ceſſe d'être immobile ſans échaper en partie au courant qui la choquoit.

XXV. Remarquons ici en paſſant, que ſi la roue prenoit toute la viteſſe du courant, il arriveroit que le courant ne feroit que ſuivre les aubes ſans les pouſſer, & quoiqu'il conſervât toute ſa force abſolue, ſa force active ſur l'aube ſeroit $= 0$. Mais, tant que cet état dureroit, la roue ne pourroit élever aucun poids, parce que rien ne le contre-balanceroit.

XXVI. Comparons maintenant les divers effets qu'un courant pourra produire ſuivant les différentes maniéres de lui appliquer les poids.

Soit la viteſſe abſolue du courant de 12 pieds par ſecondes. Puisque la hauteur de 15,625 pieds donne une viteſſe de 31, 25 pieds par ſeconde, & que les hauteurs ſont entr'elles comme les quarrés des viteſſes;

J'ai, $(31,25)^2 . 15,625 :: 144.$ A. hauteur d'où le courant a acquis cette viteſſe de 12 pieds, ce qui donne $A = 2,304$ pieds. Si ce courant heurte perpendiculairement la ſurface de l'aube $fh = 10^l$ ſa preſſion contre l'aube ſera $= F = 23,04$ pieds cubiques d'eau, qui à raiſon de 70 ℔ feront équilibre avec un poids $P = 1612,8$ ℔.

Maintenant, pour produire la plus grande quantité de mouvement poſſible, que la roue acquiere une viteſſe de 4^l par ſeconde ; la viteſſe du courant reſtant $= 12$, n'agira pas avec plus de force qu'une viteſſe de 8 pieds ſur une aube immobile: or une viteſſe de 8 pieds par ſeconde eſt due à une hauteur $a = 1,024$ pieds, qui multipliée par la ſurface de l'aube donne une preſſion de 10,24 pieds cub. qui font équilibre avec un poids $p = 716,8$ ℔; mais ce poids p, étant attaché à une roue qui ſe meut avec une viteſſe de 4^l, s'élévera avec la même viteſſe: ainſi l'effet produit ſera $p\,v = 2867,2$, en une ſeconde.

La

La force primitive de l'eau étoit telle qu'elle auroit mû une maſſe d'eau de 1612,8 ℔. avec une viteſſe de 12 pieds; ainſi la quantité de mouvement auroit été = 19353, 6, ce qui eſt préciſément = $\frac{3}{4} pv$.

Mais cette maſſe, ou ce poids, que la force totale auroit pû mouvoir, ſi elle n'eut pas été appliquée à l'aube d'une roue, n'eſt que la propre maſſe de l'eau, ou du courant même, & ne produit par conſéquent aucun effet au dehors. D'ailleurs on ne peut comparer le mouvement uniforme du poids élévé p, qu'avec un mouvement uniforme & horizontal du courant; car, dès qu'il s'agit d'élever cette maſſe d'eau de 1612,8 ℔, dont la viteſſe acquiſe eſt de 12 pieds, cette viteſſe uniformément retardée s'évanouïra à la hauteur de 2,304 pieds. Si l'on veut ici comparer les effets, il faut ſuppoſer que p dégagé de la roue, après avoir acquis la viteſſe de 4′, s'eléve avec cette viteſſe par un mouvement uniformément retardé, & alors les effets feront comme 1612,8 . 844 à 716,8 . 16, ou comme 20,25 à 1.c.a.d. :: 81 à 4. Ainſi la diminution de l'effet eſt trois fois plus grande que dans le mouvement uniforme; & la raiſon en eſt que dans ceux-ci les viteſſes reſpectives, ſont, e & $\frac{1}{3} e$, au lieu que dans les mouvemens retardés on conſidére les quarrés de ces viteſſes ee & $\frac{1}{9} ee$.

XXVII. Concevons maintenant que cette maſſe d'eau coule horizontalement dans un tuyau dont l'ouverture ſoit de 10 pieds en quarré, & qu'elle y rencontre un ſolide cilindrique du poids de 716, 8 ℔. qui lui faſſe obſtacle; ce poids joint à celui de la maſſe d'eau qui eſt de 1612,8 ℔, formera un poids total de 2329, 6 ℔. Or la force totale de l'eau ne peut produire qu'un effet, ou une quantité de mouvement de 19353,6 (§. XXVI.) ainſi elle ne peut mouvoir les deux poids qu'avec une viteſſe de 8,3904 pieds, ce qui ſeroit un peu plus du double de l'effet que cette force produit par l'entremiſe de la roue, qui n'éléve le même poids de 716,8 ℔, qu'avec une viteſſe uniforme de 4′. En effet la quantité de mouvement produite ſera pv = 5954, 95, & la quantité de mouvement totale étoit 19353,6; ainſi celle-ci eſt à l'autre comme 3,25 à 1. ou comme 13 à 4.

XXVIII. Voyons néanmoins quel ſeroit en ce cas-ci le plus grand effet que la force mouvante pût produire, lorsqu'elle ſeroit immédiatement appliquée au poids, qu'il s'agiroit de mouvoir.

Soit la maſſe d'eau M, qui en tombant de la hauteur a, ait acquis la viteſſe de e pieds par ſeconde. La quantité de mouvement ſera donc Me. Soit le poids placé dans le tuyau horizontal $= p$. Pour trouver la viteſſe commune v, avec laquelle la force mouvante pouſſera ce poids p, on a par les loix de la communication du mouvement,

$$M + p \;.\; M :: e \;.\; v.$$

donc $v = \frac{Me}{M+p}$. Ainſi la quantité de l'effet produit ſera $pv = \frac{Mep}{M+p}$; quantité qui n'a point de *maximum*, mais qui peut toujours plus approcher de la quantité Me, plus on augmentera le poids p.

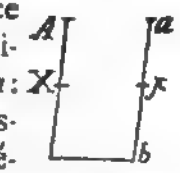
La raiſon en eſt aiſée à concevoir, puisque plus je diminuerai la viteſſe par l'augmentation du poids p, moins la quantité de mouvement de la force mouvante M ſera grande; & par conſéquent, puisque la quantité totale de mouvement Me des deux maſſes eſt invariable, plus celle de p doit augmenter.

XXIX. Mais, ſi nous concevons que la maſſe du courant M, au lieu de ſe mouvoir par un tuyau horizontal, l'éléve dans un pareil tuyau vertical, avec ſa viteſſe acquiſe e, & qu'elle rencontre au bas de ce tuyau un poids p qui lui faſſe obſtacle, comme il s'agira ici d'élever deux poids M & p, & par conſéquent d'un mouvement retardé, où le poids p continue à chaque inſtant de preſſer, il faut ſuivre d'autres principes. S'il n'y avoit point de gravitation, un corps qui auroit une certaine viteſſe continueroit à s'élever verticalement ſans rien perdre de cette viteſſe là : mais la cauſe de la gravité étant comme un poids qui preſſe conſtamment ſur ce corps, retarde à chaque inſtant ſa viteſſe.

Or

Or le poids p, qu'il s'agit d'élever, eſt une nouvelle cauſe qui ſe joint à celle de la gravité pour retarder le mouvement de M, & qui agit dans le même ſens.

Soit donc a la hauteur totale où M monteroit par ſa viteſſe e, qu'il a acquiſe en tombant d'une hauteur pareille A, lorsque M ſera parvenu en a, ſa viteſſe e continuellement retardée par la gravitation ſera abſolument éteinte. Mais, ſi dans l'inſtant que M commence à remonter, il rencontre en b un poids p à ſoulever, ce poids hâtera la diminution de la viteſſe de M, & cette viteſſe s'éteindra avant d'avoir élevé les mobiles jusqu'à a: ainſi les deux maſſes $M+p$, ne remonteront que jusqu'à une certaine hauteur x, où leur viteſſe, & par conſéquent leur mouvement ſera épuiſé. Il s'agit de déterminer cette hauteur x, les quantités M, p, e, & a, étant données :



Concevons pour cet effet que M, au lieu de tomber depuis A, ait été avant ſa chûte augmenté du poids p, de ſorte que ſa maſſe étant $M+p=P$, il n'ait commencé à tomber que du point X correſpondant à x ; il aura acquis par ſa chûte la force de remonter préciſément jusqu'en x, & le mouvement aſcendant ſe ſera fait préciſément de la même maniére, & dans le même tems, que ſi M tombé de A avoit rencontré p en b. Ainſi la force Ma produit le même effet que la force Px ; ce qui donne l'équation

$$Ma = Px, \text{ d'où l'on tire } x = \frac{Ma}{P}, \text{ ou } x = \frac{Ma}{M+p},$$

& puisque les hauteurs ſont entr'elles comme les quarrés des viteſſes, on aura :

$$a \cdot \frac{Ma}{M+p} :: ee \cdot \frac{Mee}{M+p}.$$

Or, puisqu'il s'agit ici d'un mouvement retardé, la quantité de l'effet produit ne peut pas ſe meſurer par la quantité du mouvement, mais par la hauteur, ou le quarré des viteſſes. Ainſi l'effet total que

le courant a produit au dehors eſt $px = \frac{Map}{M+p}$: cet effet eſt donc à la force mouvante, comme p à $M+p$, c. a. d. comme le poids à élever eſt à la ſomme des deux maſſes. D'où l'on voit que cet effet n'a point de *maximum*; & qu'il ſera toûjours d'autant plus grand, que le poids p le ſera; puisqu'à meſure que p augmentera, la différence entre $M+p$, & p, deviendra inſenſible. Il eſt vrai qu'à meſure que le poids p augmentera, la hauteur à laquelle il pourra être élevé deviendra plus petite, & qu'ainſi jamais l'effet produit n'égalera l'effet naturel de la force mouvante; mais il y aura pourtant du mouvement auſſi longtems qu'on ne ſuppoſera pas p infiniment grand. D'où réſulte le paradoxe que feu Mr. *Jaques Bernoulli* a ſoutenu dans une de ſes theſes: *Pulex inſultum in terram faciens eam de ſuo loco dimovere poteſt*; ou, ce qui a encore plus d'analogie avec notre cas, qu'il ne ſauroit pleuvoir ſans que la terre ſoit pouſſée hors de ſa place, s'il ne tombe en même tems une égale quantité de pluye chez nos antipodes.

COROLL.

Si $M = 1612,8$, $p = 716,8$, $a = 2,304$, l'effet naturel du courant étoit $Ma = 3715,89$, l'effet produit $\frac{Map}{M+p}$ eſt $= 1143,55$. ainſi l'effet naturel ſera à l'effet produit comme $3,25$ à 1, ou comme 13 à 4, de même que dans le mouvement horizontal; au lieu qu'en interpoſant la roue, il étoit comme 27 à 4.

XXX. J'ai dit §. XXIV. qu'on auroit tort de conclure avec Mr. *Parent*, de la perte apparente des forces des fluides, que les effets ne ſont point proportionnels aux forces, ou aux cauſes qui les produiſent, mais aux cubes des racines quarrées des forces du fluide. Voici comme Mr. *Parent* prétend le prouver.

Si au lieu de donner au fluide une viteſſe abſolue $= e$, on lui donne ſucceſſivement les diverſes viteſſes $1e$, $2e$, $3e$, $4e$, $5e$, &c. & qu'on

qu'on ſubſtitue dans la formule générale du plus grand effet $\frac{4}{27}Pe$, les termes correſpondans à ces viteſſes, $1P$, $4P$, $9P$, $16P$, $25P$, on aura ces corrélatifs.

Viteſſes,	$1e$	$2e$	$3e$	$4e$	$5e$	&c.
Forces,	P	$4P$	$9P$	$16P$	$25P$	&c.
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe.$	$\frac{32}{27}Pe.$	$\frac{108}{27}Pe.$	$\frac{256}{27}Pe.$	$\frac{500}{27}Pe.$	&c.

Donc &c.

Ce calcul eſt très juſte ſans doute, mais la comparaiſon ne l'eſt pas ; on ne ſauroit comparer une quantité de mouvement, c. a. d. le produit d'une maſſe, telle, par exemple, que $\frac{1}{3} \cdot 16P$, par ſa viteſſe $\frac{4}{3}e = \frac{256}{27}Pe$, avec une ſimple maſſe ſans viteſſe $16P$, qui ne repréſente que la ſurface de l'aube multipliée par la hauteur du courant. Il falloit prendre le produit de cette maſſe $16P$, par ſa viteſſe $4e$, & alors la force mouvante $64Pe$, correſpond à l'effet $\frac{256}{27}Pe$, comme 27 correſpond à 4.

En établiſſant la comparaiſon telle qu'elle doit être, les termes correſpondants ſeront.

Viteſſes abſolues	$1e$	$2e$	$3e$	$4e$	$5e$
Forces mouvantes,	Pe	$8Pe$	$27Pe$	$64Pe$	$125Pe$
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 8}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 27}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 64}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 125}{27}Pe.$

Où l'on verra clairement, que les effets ſont, je ne dis pas exactement proportionnels aux cauſes, car je n'ai nulle idée de la proportion entre une cauſe & ſon effet, mais que ces effets ont préciſément entr'eux la même proportion, que leurs cauſes reſpectives obſervent entr'elles.

XXXI.

XXXI. Mr. *Parent* conclut encore de ſon calcul un ſecond paradoxe, ſavoir que les efforts du fluide contre l'aube ne ſont point proportionnels non plus aux effets qu'ils produiſent, mais aux quarrés des racines cubiques de ces effets. Il le prouve ainſi :

L'effort d'un fluide dont la viteſſe abſolue eſt $= e$, contre l'aube d'une roue, ſera dans l'état le plus parfait de la machine $= \frac{4}{9} ee$. Donc, ſi l'on donne ſucceſſivement au fluide des viteſſes abſolues doubles, triples, quadruples &c. les termes correſpondans ſeront :

Viteſſes abſolues,	$1e$,	$2e$,	$3e$,	$4e$,	$5e$,
Efforts ſur l'aube,	$\frac{4}{9} ee$,	$\frac{16}{9} ee$,	$\frac{36}{9} ee$,	$\frac{64}{9} ee$,	$\frac{100}{9} ee$.
Effets produits,	$\frac{4}{27} Pe$,	$\frac{32}{27} Pe$,	$\frac{108}{27} Pe$,	$\frac{256}{27} Pe$,	$\frac{500}{27} Pe$.

Donc &c.

Mais encore ici Mr. *Parent* compare des choſes qui ſont incommenſurables ; en appellant *efforts* le quarré des viteſſes d'un fluide, il n'eſt pas étonnant que cet effort ne ſoit pas proportionnel à un effet qui eſt le produit d'une maſſe par ſa viteſſe. Il faut donc, pour que la comparaiſon puiſſe avoir lieu, donner une maſſe au fluide qui fait effort, & cette maſſe ſera le produit de la ſurface que le fluide choque par la hauteur d'où il ſera tombé pour acquérir la viteſſe donnée ; or, puisque ces hauteurs ſont entr'elles comme le quarré des viteſſes, ſi la hauteur qui a produit la viteſſe e, eſt $= a$, les hauteurs correſpondantes aux *efforts* $\frac{4}{9} ee$, $\frac{16}{9} ee$, $\frac{36}{9} ee$ &c. ſeront $\frac{4}{9} a$, $\frac{16}{9} a$, $\frac{36}{9} a$.

Poſons

Poſant donc la baſe, ou ſurface de l'aube $= 1$, on aura pour termes, correſpondants :

Viteſſes Abſolues :	e	$2e$	$3e$	$4e$	$5e$
Maſſe du fluide,	$\frac{4}{9}a.$	$\frac{16}{9}a.$	$\frac{36}{9}a.$	$\frac{64}{9}a.$	$\frac{100}{9}a.$
Vrais efforts, ou moments de mouvement,	$\frac{4}{9}ae,$	$\frac{32}{9}ae,$	$\frac{108}{9}ae.$	$\frac{256}{9}ae.$	$\frac{500}{9}ae.$
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe,$	$\frac{32}{27}Pe,$	$\frac{108}{27}Pe,$	$\frac{256}{27}Pe,$	$\frac{500}{27}Pe.$

Ce qui fait diſparoitre le prétendu paradoxe.

XXXII. Après avoir vû que la Machine étant dans l'état de perfection, la force mouvante produit préciſément la $\frac{4}{27}$ partie de ſon effet naturel, il ſemble qu'il eſt permis d'en conclure, que, puiſque la force de l'eau la feroit remonter juſqu'à la hauteur de ſa ſource, cette eau pourra élever, au moyen de la roue, à cette même hauteur un volume d'eau égal à la $\frac{4}{27}$ partie de ſa propre maſſe, & que réciproquement elle pourra élever un poids égal à ſa maſſe juſqu'à la $\frac{4}{27}$ partie de la hauteur de ſa chûte.

Mais il eſt évident d'abord que la derniére concluſion ne ſauroit être vraye, puiſque, ſi le poids eſt égal à la force mouvante, il y aura équilibre (§. VII.) & par conſéquent la roue ſera immobile.

Ce qui paroitra plus paradoxe, c'eſt que la premiere concluſion n'eſt pas vraye non plus. La raiſon en eſt évidente par notre théorie. Car l'état de perfection de la machine mue par un fluide, eſt de faire ſoutenir à ce courant les $\frac{4}{9}$ de ſon poids. Ainſi, lorsqu'il n'en élévera que les $\frac{4}{27}$, la machine ne ſera plus dans l'état le plus avantageux poſſible. Voyons quel ſera l'effet produit dans un tel cas.

Si la ſurface de l'aube eſt toujours $= fh$, la hauteur de la chûte du courant $= g$, ſa viteſſe acquiſe par cette chûte $= e$, ſa force ſera $= fgh$ pieds cubiques d'eau.

Si maintenant on lui donne à élever un poids $p = \frac{4}{27} fhg$, pieds cubiques d'eau, pour que la quantité de l'effet répondit à la $\frac{4}{27}$ partie de la force mouvante $fhge$, il faudroit que p fut élevé avec toute la viteſſe e. Or il eſt évident que cela ne ſe peut, puiſqu'il faudroit qu'en ce cas la roue eut elle-même une viteſſe $= e$. Mais ſi le courant lui avoit communiqué toute ſa viteſſe, il n'agiroit plus ſur les aubes ; ainſi il ne pourroit pas contrebalancer le poids $\frac{4}{27} fhg$, qui par conſéquent deſcendroit, bien loin de monter.

Pour déterminer préciſément quelle eſt la viteſſe de la roue lorsque la force fhg éleve un poids $= \frac{4}{27} fhg$; il n'y a qu'à conſidérer qu'alors la force du courant ſur l'aube n'eſt que $\frac{4}{27} fhg$ (§. IX) donc ſa viteſſe rélative, ou, ce qui revient au même, l'excès de ſa viteſſe totale ſur celle de l'aube eſt due à une hauteur $= \frac{4}{27} g$ (§. XXIV.)

Or par la théorie des mouvements accélérés, les hauteurs ſont entr'elles comme les quarrés des viteſſes acquiſes ; ainſi on a,

$$g \cdot ee :: \tfrac{4}{27} g \cdot \tfrac{4}{27} ee$$

& puiſque $\frac{4}{27} ee$, exprime le quarré de la viteſſe reſpective du courant, cette viteſſe elle-même ſera $= eV\frac{4}{27}$. Or la viteſſe abſolue du courant étoit $= e$. Il faut donc que l'aube lui échape avec une viteſſe propre $= e - eV\frac{4}{27}$; & ce ſera avec cette derniere viteſſe que le poids $\frac{4}{27} fhg$ ſera élevé ; par conſéquent la quantité de ſon mouvement, ou de l'effet produit, ne ſera que $= \frac{4}{27} fhge - \frac{4}{27} fhgeV\frac{4}{27}$; il s'en faudra donc de toute la valeur $\frac{4}{27} fhgeV\frac{4}{27}$, que ce poids n'ait toute la quantité de mouvement, que la perfection de la machine permet de produire.

Pour trouver exactement la hauteur x, à laquelle ce poids $\frac{4}{27} fhg$ pourroit s'élever avec cette viteſſe, $e - eV\frac{4}{27}$ il n'y a qu'à

qu'à conſidérer que dans les mouvemens retardés les hauteurs ſont en raiſon des quarrés des viteſſes acquiſes; ce qui donnera cette proportion

$$e\,e\,.\,g\,::\,(e-eV\tfrac{4}{7})^2\,.\,x$$

doù l'on tire, $x=g(1-V\frac{4}{7})^2$: or $V\frac{4}{7}$ eſt à peu près $=0,3849$, ainſi $x=g\,(0,6151)^2=0,37835g$, & par conſéquent il s'en faudra de $\frac{12433}{20000}$, c. a. d. de presque les deux tiers, que le courant ne puiſſe faire remonter la $\frac{4}{7}$ partie de ſon poids à la hauteur de ſa chûte.

XXXIII. Il eſt donc évident que, pour diſpoſer une machine de maniere qu'elle produiſe ſon plus grand effet à l'aide d'un fluide, il faut la charger d'un poids qui ſoit les $\frac{4}{9}$ de la maſſe du courant qui frappe les aubes; bien entendu que les bras des leviers, c. a. d. les rayons des roues ſur leſquels le courant & le poids agiſſent ſoient égaux; car s'ils ne l'étoient pas, il faudroit que la maſſe du courant multipliée par le levier ſur lequel il agit, fit un produit égal aux neuf-quatrièmes du produit du poids par ſa diſtance du point d'appui; & que par conſéquent cette diſtance fut diminuée à proportion que le poids augmenteroit.

XXXIV. Ainſi, ſi le poids étoit un cilindre d'eau à élever à une hauteur donnée $=g$, pour y être degorgée dans un reſervoir; la machine étant diſpoſée comme elle doit l'être pour produire le plus grand effet; la ſurface des aubes étant toujours $=fh$, & la hauteur de la chûte de l'eau $=a$, d'où elle ait acquis une viteſſe de e pieds par ſeconde: la maſſe d'eau, qui exprime la force, ſera $F=fha$.

on aura donc (§. XXXIII.) $\frac{4}{9}fha=p=\frac{4}{9}P$.

Or, p le poids à ſoutenir eſt ici le poids d'une colonne d'eau dont la baſe eſt $=B$, & la hauteur $=g$; ainſi on a $p=Bg$, on plûtot, parce que, dès qu'il y aura du mouvement, la preſſion ſera plus forte que la ſimple hauteur perpendiculaire du tuyau de conduite, nommant

la hauteur qui exprimera cette preſſion totale $= \lambda g$; on aura $p = B \lambda g$, & $B = \frac{p}{\lambda g}$.

Or le plus grand effet poſſible, eſt d'élever p avec le tiers de la viteſſe du courant (§. XXIII.) Ainſi p parcourra en une ſeconde $\frac{1}{3} e$ pieds. Il ſortira donc chaque ſeconde un volume d'eau $= \frac{1}{3} Be$ pieds cubiques, ſi au moyen de deux pompes qui aſpirent alternativement on produit un refoulement continuel. Poſant donc la quantité d'eau qui ſera dégorgée en une heure $= M$, on aura $M = 1200\, B e$; & ſubſtituant la valeur de $B = \frac{p}{\lambda g} = \frac{4}{9} \frac{f h a}{\lambda g}$, on trouve

$$M = \frac{4 \cdot 1200\, f h a e}{9 \lambda g} = \frac{1600, f h a e}{3 \lambda g}.$$

Or on ſait que l'on a toujours $a = \frac{2}{1\,2\,5} e e$, puiſque les hauteurs des chûtes ſont en raiſon du quarré des viteſſes, & que l'expérience a appris qu'un corps acquiert une viteſſe de 31,25 pieds de Rhin dans la premiere ſeconde, en tombant d'une hauteur de 15,625 pieds. Subſtituant donc $\frac{2}{1\,2\,5} e e$, à la place de a, on aura $M = \frac{1600,2}{3 \cdot 125} \frac{e^3 f h}{\lambda g} = \frac{128\ e^3 f h}{15\ \lambda g}$, ce qui eſt la formule trouvée par Mr. *Euler*, pag. 167. *in fin.* où il y a par une faute d'impreſſion $\frac{1}{1}\frac{2}{3}\frac{3}{3}$ au lieu de $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{8}{5}$, que ſon calcul donne.

COROLL. I.

Puiſque la viteſſe de l'aube doit être le tiers de la viteſſe abſolue du courant; & la periphérie de la roue dont le diametre eſt $2r$, étant $= 2 \pi r$; la roue achevera ſa révolution en $\frac{2 \pi r}{\frac{1}{3} e}$ ſecondes $= \frac{6 \pi r''}{e}$, & ſi les piſtons jouent μ fois en un tour d'axe, & que leur jeu s'acheve en t ſecondes, on aura $\mu t = \frac{6 \pi r}{e}$, & $t = \frac{6 \pi r}{\mu e}$.

co-

COROLL. 2.

Dès qu'on a la quantité d'eau dépenſée en une heure $M = \frac{128.e^3fh}{15\,\lambda g}$; il eſt aiſé de déterminer les autres conditions de la machine. Car, ſi le diametre des pompes $= a$, leur hauteur $= b$, leur nombre $= 2n$, le tems d'un jeu entier de piſton $= t$, on ſait que la quantité d'eau dépenſée eſt la même qui ſort des pompes à chaque coup de piſton ; ainſi la capacité des pompes étant $\frac{1}{4}\pi aab \,.\, 2n = \frac{1}{2}\pi naab$, il ſortira un pareil volume d'eau à chaque t ſecondes. On a donc

$$t'' \,.\, \tfrac{1}{2}\pi naab :: 3600'' \,.\, M$$

donc $M = \frac{1800\pi naab}{t} = \frac{128.e^3fh}{15.\lambda g}$; & puiſque $t = \frac{6\pi r}{\mu e}$, on a, $\frac{1800\pi naab\mu e}{6\pi r} = \frac{128.e^3fh}{15.\lambda g}$, ou $1125.naab\lambda g\mu = 32eefhr$ d'où l'on tire

1°. $aab = \frac{32eefhr}{1125\lambda\mu ng}$, comme Mr. *Euler* l'a trouvé p. 183.

2°. $\lambda = \frac{32eefhr}{1125naabg\mu}$.

XXXV. Avant Mr. *Euler*, perſonne que je ſache, n'avoit eſtimé la preſſion de l'eau que par la ſimple hauteur perpendiculaire g, bien loin d'évaluer préciſément le ſurplus exprimé par le coëfficient λ, que Mr. *Euler* a déterminé le premier à l'aide de la plus ſublime Géometrie.

Eſſayons d'y parvenir au moyen des notions métaphyſiques.

Il eſt d'abord évident que ſi un tuyau de conduite eſt rempli d'eau jusquà la hauteur perpendiculaire g, & que cette eau ſoit en repos, la preſſion au bas des tuyaux ſera en vertu des loix hydroſtatiques égale

à la hauteur perpendiculaire g, quelle que ſoit la longueur, & l'inclinaiſon du tuyau de conduite, & que cette hauteur g, multipliée par la baſe du tuyau, donnera en pieds cubiques le poids d'eau qui preſſe ſur cette baſe.

Mais, dès qu'il y a du mouvement, dès qu'il faut ſoulever cette maſſe d'eau pour la faire dégorger, la force qui ſoutenoit cette colonne ne ſuffira pas ; il faut un ſurcroit de force Φ, qui agiſſant ſur les piſtons ſouleve cette maſſe d'eau.

Or la réaction eſt toujours égale à l'action, & c'eſt le bas du tuyau qui reçoit l'impreſſion de cette réaction ; ainſi, puiſqu'il faut une force Φ pour produire l'action, la preſſion du bas du tuyau, qui étoit $g \cdot \frac{1}{4}\pi aa$, durant le repos, ſera maintenant $= g \cdot \frac{1}{4}\pi aa + \Phi$. Et comme nous ne cherchons que la hauteur p de la colonne d'eau, qui multipliée par la baſe $\frac{1}{4}\pi aa$, produiroit cette preſſion. Nous aurons cette hauteur, ou preſſion linéaire $p = g + \frac{\Phi}{\frac{1}{4}\pi aa}$.

XXXVI. Maintenant pour déterminer ce ſurcroit de force Φ, il n'y a qu'à meſurer ſon effet. Car réellement nous ne connoiſſons ce que nous nommons *forces*, ou *cauſes*, que par les effets qui en réſultent.

Or que fait la force Φ, lorſqu'il y a deux pompes qui refoulant alternativement produiſent un refoulement continuel ? C'eſt qu'agiſſant alternativement ſur chaque pompe, elle chaſſe ſucceſſivement de chacune en un tems $= \frac{1}{2}t$, un volume d'eau $= \frac{1}{4}\pi aab$, & fait entrer ce volume d'eau dans un tuyau de conduite, dont la baſe ſera $= \frac{1}{4}\pi cc$, & dont la longueur ſera $= l$.

Mais ce tuyau de conduite eſt actuellement rempli d'un volume d'eau $= \frac{1}{4}\pi ccl$; ainſi le volume d'eau $\frac{1}{4}\pi aab$, qui doit y entrer en déplacera un volume pareil, & y occupera un eſpace dont la longueur β, ſera proportionnelle à la différence des ouvertures aa, & cc, de la pompe

pompe & du tuyau. On aura par conſéquent, puisque l'eau ne ſe comprime point, $\frac{1}{4}\pi cc\beta = \frac{1}{4}\pi aab$; d'où l'on tirera $\beta = \frac{aab}{cc}$.

Ainſi, pour que la force Φ faſſe entrer l'eau de la pompe dans le tuyau montant, il faut que cette force faſſe parcourir à toute la maſſe d'eau qui eſt dans le tuyau montant, un eſpace de $\frac{aab}{cc}$ pieds dans le tems de $\frac{1}{2}t$ ſecondes.

Or, puisque pendant le refoulement la ſoûpape eſt levée, le tuyau montant & la pompe ſont cenſés ne faire qu'un ſeul tuyau, dont la maſſe d'eau, ſuivant les principes de l'hydroſtatique, doit être eſtimée par la grandeur de la baſe, qui eſt celle de la pompe $= \frac{1}{4}aa\pi$, & par toute la longueur $l + b$.

Ainſi la maſſe d'eau miſe en mouvement dans le tems $\frac{1}{2}t'$, eſt $= \frac{1}{4}\pi aa \cdot (l+b)$, ou ſi l'on néglige b, à cauſe de ſa grande disproportion à l, on aura la maſſe $= \frac{1}{4}\pi aal$ pieds cubiques.

L'effet total de la force Φ eſt donc de faire parcourir à la maſſe $\frac{1}{4}\pi aal$, un eſpace de $\frac{aab}{cc}$ pieds en $\frac{1}{2}t$ ſecondes, avec une viteſſe uniformément accélérée à commencer du repos.

Or dans les mouvemens uniformément accélérés, la quantité de l'effet s'eſtime par la maſſe & le quarré de la viteſſe ; ou, ce qui revient au même, par le produit de la maſſe & de l'eſpace, diviſé par le quarré du tems employé à le parcourir.

Donc la quantité de l'effet produit par la force Φ, ou, ce qui eſt la même choſe, la quantité de l'effort même Φ, ſera

$$\Phi = \frac{1}{4}\pi aal \cdot \frac{aab}{\frac{1}{4}cctt} = \frac{\pi a^4 bl}{cctt}.$$

Reſte

Reſte maintenant à réduire cette valeur trouvée $\frac{\pi a^4 bl}{cctt}$ à une quantité homogene.

On a les valeurs a, (& par conſéquent π,) b, l, e, exprimées en pieds de Rhin ; mais t eſt exprimé en ſecondes. Pour trouver la valeur de t en pieds, il n'y a qu'à ſe ſouvenir que les corps tombent de 15,625 pieds de Rhin dans la premiere ſeconde, & que les eſpaces ſont comme les quarrés des tems, & nous aurons dans notre cas, où il s'agit de mouvemens accélérés, cette proportion :

$1''$, donne 15,625 pieds, donc tt'' donnent $15,625\ tt$ pieds,

ce qui ſubſtitué dans la formule de $\Phi = \frac{\pi a^4 bl}{cctt}$, donnera $\Phi = \frac{\pi a^4 bl}{15,625\ cctt}$ pieds cubiques d'eau ; ou, mettant pour π ſa valeur, $\Phi = \frac{3,14159.a^4 bl}{15,625\ cctt}$, & enfin $\Phi = \frac{0,20106.a^4 bl}{cctt}$.

C. Q. F. T.

COROLL.

Que ſi l'on veut tenir compte de la maſſe d'eau $\frac{1}{4}\pi aab$, on n'a qu'à ſubſtituer dans la formule $(l + b)$ à la place de l.

XXXVII. Puisque la hauteur de la colonne d'eau qui exprime la preſſion, eſt $p = g + \frac{\Phi}{\frac{1}{4}\pi aa}$. (§. XXXV). Subſtituant la valeur trouvée de Φ, on aura $p = g + \frac{0,20106\,a^4 bl}{\frac{1}{4}\pi aa\,cctt} = g + \frac{0,20106\,aabl}{0,78539.cctt}$, ou $p = g + \frac{0,256.aabl}{cctt}$, comme Mr. *Euler* l'a trouvé. Ou

ſi

ſi l'on y fait entrer la petite maſſe d'eau $\frac{1}{4}\pi a a b$, on aura $p = g + \frac{0,256.aab(l+b)}{cctt}$.

COROLL.

Puisque $\lambda g = p$. (§. XXXIV.) on a maintenant

$\lambda g = g + \frac{0,256aabl}{cctt}$, ou $\lambda = 1 + \frac{0,256aabl}{cctt g}$.

& le poids total qui peſe ſur le bas du tuyau ſera

$= \frac{1}{4}\pi a a g + \frac{0,256.\pi a^4 b l}{4cctt}$, pieds cubiques d'eau.

EXEMPLE.

Soit $a = \frac{4}{3}$. $b = 4$, $c = \frac{3}{4}$. $l = 3000$. $g = 60$. $t = 6''$. le poids que le bas des tuyaux aura à ſupporter, ſera, (à raiſon de 70 ℔. le pied cubique d'eau,) de 32254 ℔.

RECHERCHES
SUR UN PRINCIPE FIXE, QUI SERVE A DISTINGUER LES DEVOIRS DE LA MORALE DE CEUX DU DROIT NATUREL.

PAR Mr. SULZER.

Tous ceux qui ont écrit ſur le Droit Naturel, Philoſophes ou Juriſconſultes, ont remarqué que les devoirs naturels de l'homme ſont de nature très différente. Ils ont vû que l'obligation à certains devoirs eſt ſi parfaite & ſi bien conſtatée, qu'en cas de refus, on pourroit obliger quiconque ce ſoit, même par force, à les remplir ; d'autres leur paroiſſoient d'une obligation moins parfaite, & point du tout ſujets à la contrainte. Ils voyoient que l'obſervation de ces devoirs doit être abandonnée aux ſentimens & à la bonne volonté de chacun. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on verra p. ex. que chacun eſt dans une obligation très parfaite de rendre à un autre ce qu'il a emprunté de lui, au point que le créancier peut pourſuivre en Juſtice ſon débiteur, ou même, (en ſuppoſant les hommes dans leur état naturel & hors de la ſociété civile,) lui ôter par force ce qu'il lui doit. D'un autre côté tout le monde conviendra que je ne puis pas obliger de la même façon un autre à me rendre ſervice, ni à me faire une charité, quelque beſoin que j'en puiſſe avoir, & quelque facilité que l'autre ait de le faire.

Cette différence aſſez viſible des devoirs a fait naître la diſtinction entre la Morale & le Droit Naturel. On a compris dans la Morale les devoirs d'une obligation imparfaite, qu'on nomme devoirs d'humanité, & dans le Droit Naturel ceux dont l'obligation eſt parfaite. Quoiqu'il n'y ait aucun doute, que cette diſtinction ne ſoit ſolide & réelle, on trouve les Philoſophes aſſez embarraſſés à en donner des raiſons bien claires, & aſſez générales pour être appliquées à tous les cas.

Ils

Ils ne ſe ſont jamais nettement expliqué ſur le principe qui rend cette diſtinction néceſſaire, & qui eſt aſſez général pour ſervir de régle à tous les cas.

Un homme reſpectable par ſes lumières & par ſes grandes connoiſſances dans tout ce qui regarde les loix naturelles, ou civiles, m'ayant fait remarquer, qu'il eſt d'une très grande importance pour l'établiſſement des loix, d'avoir un principe fixe, qui ſerve à diſtinguer ſolidement ces deux eſpeces de devoirs, j'ai cherché dans les livres des Philoſophes & des Jurisconſultes ce qu'ils diſent touchant ce principe ; & j'ai été ſurpris de les voir paſſer ſi legèrement ſur un point de cette importance.

La plûpart des Jurisconſultes, qui ont écrit ſur le Droit Naturel, poſent pour principe de ce Droit la régle : *Qu'il ne faut offenſer perſonne, & qu'il faut rendre à chacun ce qui lui eſt dû* (*); & ils rangent dans la claſſe des devoirs parfaits tous ceux qu'on peut déduire de cette régle fondammentale. Mais il n'eſt pas difficile de voir que cette régle, ſurtout ſa ſeconde partie, n'eſt pas ſi bien déterminée qu'elle puiſſe ſervir de principe. Le précepte *de rendre à chacun ce qui lui eſt dû*, ne renferme point le principe d'où l'on pourroit connoitre ce qui eſt dû aux autres. Ce n'eſt que par les principes du Droit Naturel même qu'on connoit cela. La régle ſuppoſe donc déjà ce qu'on en devroit conclure.

Monſieur *de Wolff* n'eſt pas allé beaucoup plus loin. Il fait comme les autres la diſtinction entre l'obligation parfaite & imparfaite, ſans nous dire préciſément ſur quoi elle eſt fondée. Sa définition du *droit parfait* ſemble à la vérité indiquer un principe, quand il dit, que le droit parfait eſt celui que nous donne la loi naturelle pour ſatisfaire à nos devoirs. Mais il eſt bien difficile d'appliquer cela à des cas particuliers ; & il paroit qu'on en pourroit inférer qu'on a quelquefois le droit de forcer un autre à nous rendre ſervice, où à nous faire des charités. D'un autre côté il y a certains droits très parfaits qu'on ne déduiroit de ce principe, que difficilement. J'ai un droit parfait ſur

 une

(*) *Neminem ladere ; ſuum cuique tribuere.*

une partie des biens de mon débiteur, quoique la loi naturelle ne m'oblige pas toujours à me faire rendre ce qu'on me doit.

C'eſt cette incertitude ſur le premier principe du Droit Naturel, qui m'a engagé d'entreprendre la recherche d'un principe vraiment fondamental, clair & déterminé, & qui par conſéquent ſoit d'une application facile à tous les cas particuliers. Après pluſieurs réfléxions, qui ne m'ont mené à rien de poſitif, j'ai vû qu'il falloit commencer par chercher l'origine & l'eſprit général des loix. Je crois avoir remarqué, que ce qui a empêché les Juriſconſultes de trouver le véritable principe du Droit naturel, eſt la fauſſe ſuppoſition qu'ils ont faite de l'état naturel des hommes. Ils commencent toujours par ſuppoſer, que naturellement les hommes vivent hors de toute ſociété, détachés l'un de l'autre, & ne ſe rencontrant que par hazard, comme les bêtes dans les forêts. Pour nous mieux faire comprendre cet état chimérique, qu'il leur a plû de nommer *état de nature*, ils ne ſuppoſent d'abord que deux hommes, vivant chacun à part dans une Iſle de l'Océan. Dans cette belle ſuppoſition, ils cherchent quels peuvent être les droits mutuels de ces ſolitaires. D'autres n'ayant pas trouvé cette ſuppoſition aſſez féconde pour en déduire tous les droits, nous repréſentent les deux premiers hommes dans un état beaucoup plus triſte. L'un nageant dans la mer, & prêt à ſuccomber ſous les vagues de cet élément impitoyable ; l'autre voguant ſur une planche qui le ſoutient, & qui paroit lui promettre d'être ſauvé. Dans cette heureuſe ſuppoſition, ils cherchent combien de droit a le premier de s'accrocher à la planche de l'autre, & combien de droit a l'autre de l'empêcher de partager avec lui ſa planche, de crainte que n'étant pas ſuffiſante à les porter tous deux, elle n'enfonçât dans la mer. Il n'eſt pas ſurprenant que de pareilles ſuppoſitions n'ayent mené à rien de certain. En effet il ſeroit inutile de rechercher les droits de gens aſſez barbares pour reſter ſéparés les uns des autres. Depuis que les hommes ont eu du bon ſens & de la raiſon, ils ſe ſont naturellement joints en petites ſociétés, & ces ſociétés ont naturellement formé des Etats & des Républiques. Je commence donc par ſuppoſer, que les hommes ne vivent

vivent que dans de grandes ſociétés, dont le but eſt de rendre chacun auſſi heureux qu'il eſt poſſible. Des ſociétés ſans ce but ne ſont que des amas de gens barbares qui ne connoiſſent, ni droits, ni loix; & auxquels on feroit connoitre en vain la différence des devoirs. Je ſuppoſe de plus que les Legislateurs de telles ſociétés, n'ayant égard qu'aux devoirs naturels, laiſſent à part toutes les loix dont un tel Etat pourroit avoir beſoin par rapport à des circonſtances particulieres, d'où réſultent les loix civiles, ignorées du Droit Naturel.

Je vois bien ce qu'on pourroit m'objecter contre cette ſuppoſition. Il a ſemblé aux Jurisconſultes que les Souverains ſont dans le cas de ces hommes détachés, hors de toute ſociété. Voulant rechercher les droits d'un Souverain à l'autre, & ſurtout les droits de la guerre, ils ont crû cette ſuppoſition abſolument néceſſaire pour leur recherche. Mais il en eſt des Souverains comme des particuliers. Dans les parties policées du monde, les Souverains ne ſont point du tout des perſonnes détachées l'une de l'autre. Quiconque ſait jetter un coup d'oeil judicieux ſur les affaires de l'Europe, verra ſans peine que tous les Souverains enſemble forment une eſpèce de République, qui a ſes loix fondamentales, quoique tacites. Aucun Souverain de l'Europe ne peut ſe regarder comme hors de liaiſon & exemt de toute obligation envers les autres. D'ailleurs, ſi un Souverain eſt ſage & politique, il ſe dictera lui-même ſes devoirs envers les autres; s'il ne l'eſt pas, il ne lui ſert de rien de connoitre ſes devoirs envers les autres Souverains; & ce ſera toujours la force qui décidera, indépendamment de toutes les déciſions des Jurisconſultes. Nous chercherions en vain les droits de ces Souverains barbares de l'Afrique & de l'Amérique.

Laiſſons donc à part tout ce qui eſt inutile, & commençons notre recherche par la ſuppoſition des Etats formés, dont le but eſt d'obtenir le plus grand bonheur poſſible. Il eſt d'abord clair que la félicité d'un peuple dépend de l'obſervation exacte de tous les devoirs de l'homme. Si tous les hommes étoient moralement bons & ſages, la ſociété n'auroit pas beſoin de loix, chacun feroit exactement tout ce qui eſt de ſon devoir, & tout iroit bien. Mais la foibleſſe des uns &

la méchanceté des autres ne permettent pas d'abandonner l'obſervation des devoirs au gré des membres qui compoſent la ſociété. Le repos & la felicité publique ſeroient trop mal aſſurés.

De là nait la néceſſité des loix, qui preſcrivent à chacun ce qu'il doit faire, & dont la ſanction oblige les foibles & les méchans à contribuer malgré eux à la félicité des autres. Maintenant on voit d'abord qu'il eſt très eſſentiel qu'un Legislateur ſache au juſte dans quels cas il peut obliger parfaitement un citoyen, & dans quel cas il ne le peut pas. Car d'un côté ce ſeroit un défaut & une foibleſſe marquée des loix d'abandonner au gré des citoyens des devoirs auxquels on peut les obliger; & de l'autre ce ſeroit un grand inconvénient de vouloir obliger un citoyen à des choſes, qui par leur nature ne ſont point ſujettes à la contrainte des loix.

De là nous pouvons tirer un principe qui ſervira à nous conduire ſûrement dans la recherche, que nous avons entrepriſe. Si le but général des loix eſt d'obliger chacun à autant qu'on peut raiſonnablement demander de lui, il s'enſuit qu'un Legislateur doit revendiquer aux loix tout devoir naturel, ſans ſe relâcher ſur aucun, & qu'il ne doit laiſſer au gré des citoyens que ce qui par ſa nature même ne peut pas être exigé par force. Car plus on laiſſe à la volonté des membres de la ſociété, plus on risque de voir mal remplir les devoirs, & plus on manque le dernier but de la ſociété civile.

Je ſerois fâché, ſi l'on penſoit que je parle de cette façon par une humeur de miſantropie; & je le ſerois d'avantage, ſi l'on croyoit que je veux ôter la liberté aux citoyens, lorsque je dis qu'un Souverain doit laiſſer à leur gré auſſi peu qu'il eſt poſſible. Qu'il me ſoit donc permis de m'expliquer en peu de mots là deſſus. J'ai déjà dit qu'on n'auroit beſoin, ni de loix, ni d'aucune contrainte civile, ſi tous les hommes étoient bien ſages. Il eſt certain qu'ils ne le ſont pas. Il faut donc abſolument les empêcher d'être méchans, & même les en empêcher autant qu'il eſt poſſible. Je crois que cette maxime n'a rien d'injuſte, ni de préjudiciable à la liberté, qui doit être l'idole d'un Philoſophe. Lors donc qu'on aſſujettit à la contrainte des loix civi-

civiles tous les devoirs de l'homme, qui par leur nature ſont ſuſceptibles de cette contrainte, on ôte par là aux méchans & aux foibles la liberté de faire du mal, & on n'ôte rien aux ſages & aux gens raiſonnables, qui font le bien indépendamment des loix. Ces loix ne les gênent jamais, parce que que par leur bonne volonté ils vont au devant des loix.

Mettons donc pour premier principe, que les loix doivent exiger tout ce qu'elles peuvent exiger, & ne ſe relâcher, que ſur les choſes, qui par leur nature ne ſont point ſujettes aux loix. Tout devoir qui eſt ſujet aux loix eſt un devoir parfait ; & le devoir imparfait eſt celui qui ne peut point être ſujet aux loix. Chaque loi doit avoir ſa ſanction, & ce qu'elle ordonne doit pouvoir être exigé par force ; non pourtant, par une force arbitraire & tirannique, dirigée par le caprice du plus fort, mais par une force que la raiſon & la bonté dirigent.

Ceci étant ſuppoſé, il eſt clair, que la force ne peut jamais être employée que dans le cas où celui qui eſt le dépoſitaire de la force peut ſavoir avec certitude, que ce qu'on demande d'un autre eſt réellement un de ſes devoirs, & qu'il a tort de vouloir s'en diſpenſer. Dans tous les autres cas, ce ſeroit agir despotiquement & ſans raiſon. D'un autre côté, dans un cas où tout le monde peut connoitre avec certitude, que tel eſt mon devoir, ce ſeroit une foibleſſe dans les loix de me laiſſer le maitre de le faire, ou de ne pas le faire.

De là nous tirons aiſément le principe que nous cherchons, & qui décidera très poſitivement ſur ce qui eſt devoir parfait ou imparfait. *De tous les devoirs de la Morale ceux qui ſont d'une certitude abſolue & d'une notoriété publique, ſont des devoirs parfaits ; & ceux dont la connoiſſance ne dépend que de mon propre jugement, ſont des devoirs imparfaits & ne ſont point ſujets aux loix.* On ne trouvera pas ce principe fort difficile dans l'application. Il eſt aiſé de voir généralement, que tout devoir fondé ſur la notion générale de l'humanité eſt du nombre de ceux dont la certitude eſt conſtante pour tous les hommes ; & il n'eſt pas difficile non plus de voir, que tout devoir qui réſulte d'un état perſonnel, de la connoiſſance des biens, des forces, & des facultés d'un

d'un particulier, ne peut être exactement connu que de lui, & qu'il ne peut par conſéquent qu'être au nombre des devoirs imparfaits.

Ce principe eſt de plus très fecond en conſéquences, qui ſont d'une grande utilité. Mais comme il ne s'agit ici que de bien établir ce principe, je ne m'arrêterai pas à ces conſequences. L'application à un cas dont on a aſſez diſputé, ſuffira pour faire connoitre la facilité de l'application du principe. Se conformer à la Religion dominante du païs où l'on vit ; eſt-ce un devoir parfait, ou imparfait ? La foi, & toute la Religion, dépend des lumières & des connoiſſances qu'on a ; perſonne ne peut juger de ce que je crois, ou de ce que je connois, que moi ſeul. Il eſt donc évident, qu'on ne peut pas m'obliger à des devoirs, qui ne peuvent réſulter que de mes lumières & de ma façon de penſer. Chacun doit donc avoir la liberté de conſcience par le droit de la Nature. Mais comme toutes les loix civiles s'écartent quelquefois des loix naturelles, c'eſt une autre queſtion ; ſi un Souverain peut établir telle ou telle loi, qui n'eſt point fondée dans le Droit Naturel ?

Après avoir trouvé un principe ſolide pour le cas que nous avons ſuppoſé, il n'eſt pas difficile de voir, que ce même principe ſubſiſte encore, quand il ne s'agit que de deux hommes, hors de toute liaiſon civile, & vivant dans l'état véritablement naturel. Dans ce cas, la queſtion eſt telle. Me ſuppoſant hors de toute ſociété civile, quel eſt le principe, qui me ſert à connoitre ce que je puis exiger d'un autre homme, même par force en cas de refus, ſans bleſſer l'equité & le Droit Naturel ? Je dis donc, qu'il eſt évident : 1. Que ce que je demande de l'autre, doit être une choſe à laquelle je ne puiſſe pas renoncer, ſans pécher contre un de mes devoirs naturels. 2. Qu'il doit être un des devoirs de l'autre de m'accorder ce que je lui demande. Dans ce cas, je puis exiger par force, qu'il me ſatisfaſſe, puiſque par là même je remplis un de mes devoirs, & j'oblige l'autre de ſatisfaire à un des ſiens. Il eſt donc évident, que ce principe revient au même que nous avons trouvé pour les ſociétés. Le devoir parfait doit toujours être tel, que celui qui veut l'exiger, ſoit en état de connoitre avec certitude, que c'eſt une des obligations naturelles de celui dont on l'exige.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* *
*

COURTE DESCRIPTION

DES PEUPLES ET DES PROVINCES SITUÉES A L'OCCIDENT DE LA MER CASPIENNE, DEPUIS ASTRACAN JUSQU'AU FLEUVE KURA, TELLES QU'ELLES SE TROUVOIENT EN 1728.

PAR MR. VOCKERODT.

Traduit de l'Allemand.

On compte non ſeulement, parmi les Peuples qui habitent les bords Occidentaux de la Mer Caſpienne, les *Coſaques*, les *Tartares*, & les *Cabirkæſes*, mais encore les Peuples du *Dageſtan*, ceux du *Lesgint*, ceux du *Tauliſtan*, les *Chattaky*, les *Carachaitaki*, les *Schirwaniens*, les *Avari*, & les *Kacheti*. Il y a auſſi quelques Juifs, des *Armeniens*, & des *Arabes*, qui s'arrêtent dans ces contrées.

Coſaques.

Ce qui ſe trouve de *Coſaques* aux environs de la Mer Caſpienne eſt diviſé en *Grebensky* & en *Tersky*. Les premiers habitent le long du fleuve *Terek*, du côté des Montagnes : ce fleuve a ſéparé jusqu'en 1722. le territoire Ruſſe d'avec celui des *Perſes* : ils ont quatre villes munies de remparts, dont la principale eſt *Kordukowa* : ils parlent Ruſſe, & ont adopté la religion Grecque. Comme ils ſe ſont reconnus de tout

tems dépendans de la *Ruſſie*, leur Chef, ou *Ataman*, a toujours été obligé de rendre compte de ſes actions au Gouverneur d'*Aſtracan*. Les *Grebensky* n'ont été originairement qu'une troupe de bandits, compoſée de *Ruſſes* & de *Coſaques*: ces brigands, pour voler avec plus de commodité & de ſureté s'étoient retirés ſur cette chaine de montagnes qui borde le fleuve *Terek*. C'eſt ce qui leur fit donner le nom qu'ils portent; car *Greben* ſignifie en *Ruſſe* une chaine de montagnes qui s'élevent en pointes. De ſemblables voiſins étoient trop incommodes pour qu'on ne cherchât pas, où à les diſperſer, ou à les contenir dans leur devoir: on leur offrit pour cet effet un pardon général, à condition qu'ils iroient s'établir dans les demeures qu'on leur aſſigneroit, qu'ils obeiroient au Chef qu'on leur donneroit, & qu'ils ſerviroient dans l'occaſion contre les *Tartares*, dont les excurſions incommodoient beaucoup. Ils accepterent ces offres, & allerent s'établir un peu au delà de ces montagnes, où ils s'étoient refugiés pour exercer leur brigandage. Ils font tous le métier de Soldat, ils ſont bien armés, & ſervent à cheval: ils recoivent à *Terky* de l'argent & des proviſions.

Les *Coſaques* ſurnommés *Tersky* habitoient autrefois la Ville de *Terky*: ils avoient un Chef qui étoit à la nomination du Gouverneur de cette Ville: on les y avoit appellés dans le tems qu'on étoit occupé à fortifier *Terky*. Ils furent tirés alors en partie des *Grebensky*, & en partie des *Jaiki* & des *Doniens*; quelques *Tartares* de *Terski*, qui avoient été baptiſés ſe joignirent à eux. Mais ces *Coſaques* n'y reſterent pas; la mauvaiſe ſituation de cette derniere Ville engagea les *Ruſſes* à la démolir, & à bâtir la forteresſe de *Suetoykreſt*, près du fleuve *Sulack*: & ce fut là qu'ils allerent s'établir avec la garniſon Ruſſe. Les *Tersky* ſervent ainſi que les *Grebensky*, & ils reçoivent des Ruſſes de l'argent & des Vivres.

Tartares.

Les *Tartares* des Contrées que nous examinons, ont auſſi différens noms qui les diſtinguent. Ceux qu'on appelle *Tersky*, habitoient autrefois

trefois les fauxbourgs de *Terky*, & quelques chétives bourgades aux environs de cette Ville. Leur Chef étoit à la nomination du Commandant de *Terky* : une partie d'entr'eux vivoit du bêtail qu'elle mettoit à l'engrais, une autre de la pêche, & la troiſième ſervoit en tems de guerre. Ces derniers tiroient de *Tersky* de l'argent & des vivres. Mais aujourd'huy la plus grande partie d'entr'eux ſe trouve établie près de *Suetoykreſt*, dans de petits bourgs, qu'elle a environnés de remparts : où elle eſt ſous la juriſdiction du Commandant de cette Fortereſſe. Ces *Tartares* tirent leur origine, en partie des anciens habitans du Païs, & en partie des *Tartares* ſurnommés *Nogaizi* : ils ſont ſous la domination des Ruſſes depuis l'établiſſement de la Fortereſſe de *Terky* : leur langue eſt celle des *Nogaizi*, leur religion celle des *Turcs*.

Les *Tartares* qu'on appelle *Nogaizi*, vivent en pleine campagne : ils habitent les plaines ſituées entre les fleuves *Sulack* & *Axay* ; quelques uns auſſi le long des Montagnes : ils s'arrêtent là où ils trouvent de bons pâturages : ils n'ont ni Maiſons ni villages ; mais ils paſſent l'été, & l'hyver qui n'y eſt, ni trop froid, ni trop long, ſous des cabanes qui peuvent être transportées, & qui le ſont auſſi ; ils vivent de leurs troupeaux, qui conſiſtent en Dromadaires, en Chameaux, en Chevaux, en Bœufs, & en Moutons. Ils ſont attachés à la religion des Turcs, & ſe ſervent d'une langue qui leur eſt particulière : autrefois ils dépendoient uniquement du *Scham-Chal* de *Tarku*, qui jouiſſoit auſſi des revenus du Païs : mais depuis 1722 ils ſe ſont ſoumis aux Ruſſes, & obéiſſent au Commandant de *Suetoykreſt*. Il y en a pourtant quelques uns qui reconnoiſſent pour leur Souverain le Sultan d'*Axay*. Les premiers ayant été impliqués, quoiqu'après y avoir été forcés, dans la révolte du *Scham-Chal* qui arriva en 1725, furent diſperſés & punis ; mais celui-ci ayant été arrêté, & la rebellion étant aſſoupie, une bonne partie d'entre eux revint dans les endroits, d'où la guerre les avoit chaſſés.

Les *Tartares* du territoire d'*Axay* ont bâti pluſieurs Villages le long du fleuve dont ils portent le nom : ils dépendent du Sultan *Mah-*

mud Axay. Ce Prince & ſes prédéceſſeurs avoient paru attachés à la *Ruſſie*, & ſembloient s'y ſoumettre depuis l'établiſſement de la Forteresſe de *Terky*, qui pouvoit les tenir en reſpect ; mais au fonds ils étoient entierement dévoués aux *Perſes*. Le Czar *Pierre* le Grand étant arrivé dans ces contrées, lors de ſon expédition de 1722, le Sultan ſe ſoumit entierement aux Ruſſes ſans perdre cependant aucun de ſes privileges, & ſans s'engager à payer aucune eſpece de tribut. Comme le Sultan *Mahmud* étoit un des plus puiſſans Princes de ces contrées, le *Scham-Chal* ſongea à ſe le donner pour ſucceſſeur, afin qu'il fut en état de défendre dans l'occaſion la liberté du Païs : cela ſe fit auſſi, & le Sultan prit dès-lors ſuivant l'uſage de ſa nation le titre de *Crim-Scham-Chal*. Quelques années après, (en 1725) le *Scham-Chal* s'étant révolté, & ayant été pris & envoyé en exil, cette dignité fut abolie, & les eſpérances du Sultan *Mahmud* s'évanouirent, quelque bien fondées qu'elles lui euſſent paru, puisqu'il eut l'ingratitude de contribuer beaucoup à la perte & à l'exil de ſon bienfaiteur. Ceux d'*Axay* ſe ſervent de la langue ordinaire des Tartares, & ils ſont de la religion des Turcs ; ils vivent de leurs troupeaux, de l'agriculture, & du coton qu'ils recueillent en abondance : ils ſont obligés de ſervir à la guerre : ils ont des armes à feu, quelques uns des arcs & des flêches : le fleuve *Axay* borne le *Dageſtan* du côté du Nord.

Il y a des Tartares dans le territoire de *Stauropol*, ſitué entre les fleuves *Sulack* & *Agrahan*, qui ſont ſous la domination des Ruſſes depuis 1722. Cette contrée où il n'y avoit autrefois ni villages ni habitans, a été appellée depuis très longtems par les Ruſſes *Stauropol* ; les Grecs doivent y avoir eu une Ville, qui a été ruinée après la décadence de leur Empire, & l'établiſſement du Mahometisme ; ce qui eſt d'autant plus croyable que cette portion de terre, qui s'étend dans la Mer Caſpienne, entre les fleuves *Agrahan* & *Sulack*, eſt encore appellée aujourd'huy par les Tartares *Chutſch*, c'eſt à dire, Croix. Le Czar *Pierre* le Grand ſe retirant de *Derbent* à *Aſtracan* faute de vivres, s'arrêta pour examiner cette contrée : il lui parut que cette presqu'isle, étoit

étoit un endroit très propre à une Place, qui pût contenir dans le devoir les Peuples du *Dageſtan*, & conſerver la communication avec *Derbent*. Ces raiſons, la bonté du terrain, & l'abondance du bois, l'engagèrent à y faire élever un Fort de ſix baſtions, qu'il nomma *Suetoykreſt*, ou Sainte Croix, & qui entre autres avantages a celui de la communication avec le fleuve *Agrahan*. Sa Majeſté Impériale fit enſuite démolier *Terky*, ſituée au Nord, & à 80 Werſtes (*) de *Suetoykreſt*, & transporter la Garniſon Ruſſe & les habitans de l'ancienne Forteresſe dans ce nouveau Fort: on bâtit auſſi le long des deux fleuves pluſieurs villages, tant pour les *Tersky* & les *Doniens*, que pour les *Czirkæſes*. Dans la forteresſe il n'y a que des Soldats, & les *Coſaques* qui ſervent à la guerre; hors de la Forteresſe il y a des Ruſſes, des *Czirkæſes*, & des *Dageſtaniens*, que le commerce y retient. La religion & la langue ſont les mêmes que celles des Ruſſes. Quelques familles des *Czirkæſes* venues du *Cabardah* s'étant établies à *Terky*, & ayant multiplié juſqu'à faire un nombre de 300. têtes, on leur aſſigna quelques places près de *Suetoykreſt*; on leur donna un Chef tiré de leur Nation, qu'ils appellent *Ell-Murſa*, ou *Knays Bekewitz*, & qui dépend du Commendant de la Forteresſe: ils ſont tous, à l'exception de ceux qui ont été baptiſés, de la religion des Turcs: ils habitent un petit village environné d'un bon rempart, & ſitué aſſez près de la Forteresſe; ils entretiennent d'aſſez grands troupeaux, & vivent de ce commerce. Ils ſont obligés de ſervir en tems de guerre; & lorſqu'on s'apperçoit que quelques Tartares recommencent à exercer leur brigandage ordinaire, ils ſont les premiers à les pourſuivre, & à leur enlever leur proye, ce qui fait leur unique ſalaire: il n'y a que leur Chef qui tire une penſion, & ce n'eſt que lorſqu'ils ont fait quelque belle action, qu'on leur donne une petite récompenſe. Ce ſont de bons Soldats qui ſervent à cheval.

Czir-

(*) *Werſt*, mille Ruſſe: on en compte 104¾ ſur un degré: *Agatſch*, mille Perſanne: on en compte 21 ſur un degré.

Czirkæſes.

Les *Czirkæſes* habitent le *Cabardah* ; la partie ſupérieure qui eſt fort montagneuſe, eſt bornée par le *Tauliſtan*, par le Païs des *Avari*, par les Montagnes de la *Georgie* nommées *Imirette*, & par les *Tartares* ſurnommés *Cubani* : la partie inférieure s'étend depuis les Montagnes de la premiere jusqu'aux fleuves *Terek* & *Syntſch*. Tout le Païs n'eſt pas fort grand, & dans huit jours il eſt facile de le parcourir d'un bout à l'autre ; la partie ſupérieure eſt remplie de défilés, elle n'a point de Villes, à peine peut-on appeller ſes habitations des Villages, puisque les habitans placent leurs cabanes où bon leur ſemble. Pour le *Cabardah* inférieur il a beaucoup de plaines, & des plaines fort étendues, des bois, & des prairies : il s'y trouve cependant peu de Villages. Entre les Montagnes du *Cabardah* ſupérieur on en trouve une d'où trois fleuves tirent leur ſource : le premier coule vers l'Occident, traverſe le païs des *Tartares*, ſurnommés *Cubani*, & ſe jette dans la Mer Noire : le ſecond eſt le fleuve *Terek*, qui ſépare le *Cabardah* ſupérieur de l'inférieur, & coulant enſuite dans la plaine va ſe jetter dans la Mer Caſpienne : le troiſième eſt le fleuve *Kuma*, qui coule d'abord entre les montagnes, & enſuite le long de ces montagnes, & après s'être conſidérablement accrû en ſe joignant à pluſieurs autres fleuves, il prend ſa courſe au travers des plaines vers la Mer Caſpienne, qu'il n'atteint cependant pas ; il ſe perd inſenſiblement après avoir formé quelques marais, couverts de joncs : là ou il ſe réunit au fleuve *Byruma*, il y a de très belles campagnes, de belles forêts, & pluſieurs ruines d'anciennes habitations, de villages, & de bourgs : on remarque entre autres celles d'une grande Ville, qui a de très belles Maiſons fort bien voûtées, & qui renferme une quantité de monumens travaillés avec beaucoup d'art, ce qui perſuade qu'autrefois cette Ville étoit conſidérable & floriſſante : on l'appelle encore aujourd'huy *Madſchar*, & comme ce nom eſt celui que les Polonois & les Turcs donnent aux Hongrois, & que les Hongrois ſe donnent à aux mêmes, il ſe pourroit fort bien que les fondateurs du Royaume de Hongrie tiraſſent leur origine

gine de là. Les *Czirkæſes* forment un ſeul Peuple, libre autrefois; car, bien qu'ils ayent toujours paru attachés aux Ruſſes, & que quelques uns de leurs Princes ſe ſoyent ſoumis avec leurs ſujets au Czar, ce qui a fait mettre à quelques Auteurs le *Cabardah* au nombre des Provinces de l'Empire de *Ruſſie*, il eſt certain, qu'ils ont toujours conſervé toutes les prérogatives de la liberté & de l'indépendance. Au milieu du ſiécle paſſé, le *Cham* de la *Tartarie Crimée* les obligea à lui promettre une eſpece de tribut annuel; il conſiſtoit dans le meilleur cheval, le plus beau ſabre, le plus bel arc, & la plus jolie fille qui ſe trouvoit dans tout le *Cabardah*: le *Cham* envoyoit tous les ans un Ambaſſadeur pour faire le choix & pour prendre le tribut; cet Ambaſſadeur devoit être bien acceuilli; auſſi lui laiſſoit-on la liberté de s'amuſer avec les femmes & les filles du Païs. Ce fut là le ſeul échec qu'on donna à leur indépendance: le mal dura juſqu'au commencement de ce ſiècle; honteux à la fin d'une pareille ſervitude, ils maſſacrerent l'Ambaſſadeur & ſa ſuite. Le *Cham* irrité envoya ſon Vizir à la tête de 30 mille hommes pour punir cette injure: les *Czirkæſes* ſe délivrerent de leurs ennemis ſans perdre de monde: ils choiſirent quelques gens affidés, qui allerent trouver les Tartares, & leur offrirent de les conduire par des chemins très courts, & très commodes juſques dans le ſein du *Cabardah*: les Tartares trop crédules ſuivirent ces guides, & ſe trouverent enfin dans des défilés, qu'on avoit eu ſoin de boucher; ils périrent miſérablement ſans qu'aucun d'entr'eux eut pû ſe ſauver. Depuis ce tems les *Czirkæſes* ont vêcu en pleine liberté: cette indépendance ne ſubſiſte pas ſeulement vis à vis de leurs voiſins, mais encore vis à vis de leurs Princes, dont le nombre eſt aſſés grand dans l'un & l'autre *Cabardah*; ils ne leur obéiſſent qu'autant & qu'auſſi longtems que cela les accommode, ils exigent que ce ne ſoit que le mérite perſonel des Princes, qui les faſſe diſtinguer de leurs ſujets. Le plus puiſſant des Princes du *Cabardah* ſupérieur étoit en 1728 *Islam Beck*, eſtimé de tous les autres à cauſe de ſon âge & de ſon mérite: dans le *Cabardah* inférieur, c'étoit *Cuſybc-Beck*, non ſeulement eſtimé par ſon Peuple, mais encore par ſes voiſins, les *Awary*, & les *Tawlinsky*.

Les ſujets vivent en camarades avec leur Prince, qui eſt obligé de les conſulter : s'il leur déplait, ils le quittent & en vont trouver un autre, ce qu'ils ont droit de faire ſans en avoir même de raiſon legitime. Ces Princes n'ont jamais rien à eux, parce qu'ils n'oſent pas refuſer ce qu'on leur demande, fut-ce même leur habit, à moins qu'ils ne veüillent s'expoſer à être abandonnés de celui qui n'a pû obtenir ce qu'il a demandé : ils n'ont d'autres revenus, que ce qu'ils tirent de leurs vaſſaux, *Georgiens* pour la plus grande partie; & cela ne conſiſte qu'en quelques agneaux, & en quelques jeunes filles. On apprend à ces jeunes filles, à coudre & à broder; on les vend enſuite aux Perſes, aux Turcs, aux Tartares, à tous ceux qui veulent les acheter, & en donner depuis 100 jusqu'à 500 Roubles, ſuivant qu'elles ſont plus ou moins belles. Les femmes du *Cabardah* ne ſont point exemtes du malheur de paſſer entre les mains du premier acheteur ; comme elles ſont aſſez jolies, les Turcs & les Perſes en achetent beaucoup, les parens les leur vendent: & les Tartares en enlevent quelquefois.

Les *Czirkaſes* ne frappent point de monnoyes ; ils ſe ſervent de celle des Perſes, des Turcs, & des Ruſſes : ils vivent ſurtout de leur bêtail, ils ont de beaux chevaux connus par la viteſſe de leur courſe : ils ſont fort habiles à faire des ſelles, & des courroyes, c'eſt une bonne partie de leur commerce avec les Tartares. Ils ſont bons Soldats, & fort adroits à tirer de l'arc, qu'ils portent ainſi que le ſabre, & la cuiraſſe. Leur plus grande étude, ou plutôt leur étude unique, eſt l'art de voler avec adreſſe, ſurtout les Tartares *Cubani*, qui ne leur cedent en rien. Entre eux ils ont un eſpece de cartel aſſez ſingulier. C'eſt que, lorsqu'une troupe vient d'enlever quelques chevaux, quelques brebis, ou autre choſe, ceux qui ont été volés peuvent la pourſuivre & l'attaquer, pourvû qu'elle n'ait pas à ſa tête un Prince ou *Myrſa*, (comme ils l'appellent,) car alors il ne leur eſt pas permis de mettre la main aux armes, mais d'un autre côté ils ſont dédommagés par la reſtitution du plaiſir de la vengance.

Dès

Dès que le fils d'un Prince a atteint l'age de douze ans, il quitte la maiſon paternelle, pour ſervir chez un autre Prince, comme *Jusderim*, ou Cavalier de Cour : c'eſt là qu'on lui apprend à voler adroitement. On commence par lui faire enlever les fruits d'un jardin voiſin ; après cela on lui demande des troupeaux de moutons, & enfin c'eſt à enlever avec adreſſe beaucoup de chevaux qu'on reconnoit, s'il a profité des leçons de ſes maitres. On ne vole cependant guère à force ouverte : on n'uſe de violence que dans des haines particulières.

Il y a 80 ans ou environ que les *Czirkæſes* étoient Chrêtiens, & attachés à l'Egliſe Grecque. Mais mal inſtruits & vivant peu avec des Chrêtiens qui le fuſſent plus qu'eux, le Mahométisme a pris la place du Chriſtianisme. Comme ils n'avoient point de livres, pas même de caractères pour écrire dans leur langue, qui paroit n'avoir aucun rapport avec les autres, le ſervice divin s'étoit fait en langue Grecque, qu'ils n'entendoient pas, & que leurs Prêtres n'entendoient guère mieux : cela joint aux liaiſons où ils ſe trouvoient avec les Tartares de la *Crimée*, qui les obligerent à apprendre le Turc, & le Tartare, explique comment le Mahométisme a détruit la Religion Chrêtienne : quelques uns ſe diſent encore Chrêtiens, mais ils n'en portent que le nom, vivant dans la plus craſſe ignorance, & n'ayant point abandonné leurs anciennes cérémonies ſuperſtitieuſes : c'eſt la ſecte des Turcs, que les Mahométans de ces contrées ont embraſſée.

Le Dageſtan.

Dans la partie ſupérieure on trouve *Tarku*, *Andre-Oſka* ou *Enderу*, *Tſchytſchin*, *Boynak*, *Uthæmiſch*, & *Kubeſchah.*

Le diſtrict de *Tarku*, quelquefois nommé ſimplement *Dageſtan*, eſt beaucoup plus conſidérable que tous les autres du même païs. Du côté du Nord il touche au fleuve *Sulak*, du côté de l'Orient à la Mer, du côté du Midi aux montagnes de *Boynak*, & du côté de l'Oc-

cident il s'étend le long des Montagnes jusqu'au Païs des *Tawlinsky*, & des *Akuſchintzy*. Ce Diſtrict renferme outre la Ville de *Tarku* pluſieurs grands & beaux villages, dont les uns ſe trouvent dans les plaines le long de la Mer, & les autres entre les Montagnes. Les habitans, nommés *Dageſtaniens*, quelquefois auſſi *Kumuky*, ſe ſervent d'une langue qui eſt un compoſé de celle des Turcs, & de celle des Tartares, en ſorte qu'ils peuvent ſe faire entendre des deux Peuples. On s'en ſert tout le long de cette côte de la Mer jusqu'à *Gilan*. Le Peuple eſt de la Religion des Turcs; il a de belles Vignes, de beaux jardins, des champs bien cultivés, & des troupeaux: on trouve ici beaucoup de Coton. Les habitans de *Tarku* commercent avec les Perſes, & les Ruſſes: ceux qui vivent dans les Montagnes, enlevent des *Georgiennes*, des *Armeniens*, & des *Czirkæſes*, & les vendent aux Tartares de la *Crimée*, & aux Tartares ſurnommés *Cubani*. Communément ils ſont de fort bons Cavaliers; ils ont des armes à feu, & des ſabres: peu d'entre eux ſe ſervent de flêches. Ils reconnoiſſoient autrefois pour leur Chef le *Scham-Chal*, ſous la protection cependant des Perſes; ils ſont depuis 1722 ſous celle des Ruſſes: le *Scham-Chal* tira les revenus du Païs jusqu'en 1725. Depuis les Ruſſes les ont laiſſés aux petits Princes du Païs, jusqu'à ce que les affaires ſoient miſes ſur un autre pied. La Ville de *Tarku* eſt ſituée à 5 Werſtes de la Mer vers l'Occident; elle eſt entourée de hautes Montagnes, qui la couvrent de tous côtés, excepté du côté de la Mer: elle eſt bâtie en partie ſur la Montagne; elle eſt d'une aſſez grande étendue, & ſelon les apparences fort ancienne: le Palais du *Scham-Chal* eſt placé ſur l'endroit le plus élévé de la Ville, qu'il domine: les ruës ſont fort irrégulières, & les maiſons bâties à l'orientale avec des toits plats: quoiqu'aſſez médiocres par l'extérieur, elles ſont fort bien diſtribuées dans l'intérieur. Ce qu'il y a de plus remarquable, ce ſont les aqueducs, qui portent l'eau partout, & au moyen desquels on a beaucoup de baſſins & de bains: on tire l'eau de quelques ſources, qui ſe trouvent ſur les montagnes; elle paſſe par le Palais du *Scham-Chal*, & s'étend de là par des canaux dans toute la Ville: il n'y a pas d'écurie, ni de Cour,

qui

qui ne ſoit arroſée. Le *Scham-Chal*, qui réſidoit autrefois à *Turku*, avoit un pouvoir fort étendu. Cette dignité doit ſon origine aux Arabes qui demeuroient à *Damasco*, autrement *Scham*, & qui envoyoient de là des Gouverneurs dans les Païs qu'ils venoient de ſoumettre : ils pouſſerent leurs conquêtes dans les premiers ſiècles du Mahométiſme jusqu'à la Mer Caſpienne. Comme *Chal* ſignifie en Arabe Prince, on voit d'où dérive le nom de *Scham-Chal*, dénomination conſervée jusques à nos jours. Le pouvoir de ce Prince ne s'étendoit pas ſeulement ſur tous les autres Princes du *Dageſtan*, mais encore ſur les *Taulintsy*, & bien au delà des Montagnes, presque jusques à *Schamachie*.

Pour contenir dans le devoir, & dans la paix, tous ces différens peuples, il étoit obligé d'avoir ſur pied une Armée aſſez conſidérable : pour l'entretenir il avoit, outre les revenus qu'il tiroit des Provinces du *Dageſtan*, une penſion annuelle de la Cour de Perſe de 4000 Tumées, ou 40000 Roubles. Le Roi de Perſe l'avoit mis du nombre des quatre grands ſoutiens de ſon Empire : dans les grandes Cérémonies il ſe trouvoit à la Cour de ce Monarque, & s'aſſeyoit à côté du Thrône, comme celui qui défendoit l'Empire contre les Ruſſes : de même que le Chan, ou Gouverneur de *Candahar*, y étoit comme le défenſeur de l'Empire contre les *Indiens*, le Prince de *Georgie* comme ſoutien de la Perſe contre les Turcs, & un quatrième Gouverneur pour les frontières du côté de l'*Arabie*. Quoique le *Scham Chal* eut beſoin de la confirmation du Roi de Perſe, il avoit cependant le droit de nommer de ſon vivant celui qui devoit lui ſucceder, & celui qu'il avoit déſigné, étoit appellé *Crim-Scham-Chal* ; les Ruſſes & les Perſes le careſſoient également, & il recevoit de part & d'autre des préſens conſidérables. Le dernier *Scham-Chal* s'appelloit *Abdulgieray* : il fit ſi bien, que, quoique le Roy de Perſe en eut confirmé un autre pour ſuccéder a ſon prédéceſſeur, il conſerva le gouvernement à l'aide des Ruſſes qui lui avoient envoyé du ſecours pour chaſſer ſon compétiteur ; il obtint à force d'intrigues la confirmation que la Cour de Perſe

paroiſſoit d'abord fort éloignée de lui accorder. Son compétiteur, ſentant bien qu'il n'étoit pas en état de faire valoir ſes droits, ſe borna à demander une petite étendue de terrein, ſituée entre *Suetoykreſt* & *Axay*, qu'on lui donna; & c'eſt ce qui le fit appeller dans la ſuite *Schubgan-Scham-Chal*. *Schubgan* ſignifie en langue Tartare un homme qui garde des troupeaux. En 1722 il ſe ſoumit aux Ruſſes, & il jouit tranquillement depuis ce tems là des revenus de ſon petit Païs; il ne paye aucune eſpece de contribution. Pour ce qui regarde *Abdulgieray*, il demanda au Czar une garde, qui lui fut accordée: on lui envoya un bas officier, douze Soldats, & un Tambour, qu'il garda à *Tarku* jusques à ſa révolte.

Pendant les derniers troubles dont la Perſe fut agitée, il fit tout ce qu'il put pour rétablir la paix: mais n'étant pas aſſez puiſſant pour donner la loi, & voyant que du côté des Perſes on ne choiſiſſoit pas les moyens les plus convenables pour rétablir la tranquillité publique, il s'adreſſa au Czar, qui entreprit enſuite la Campagne de 1722. Lorsque le Czar paſſa par le *Dageſtan*, le *Scham-Chal* alla lui prêter hommage, & ſe mit ſous ſa protection, en conſervant cependant tous les privileges & toutes les prérogatives dont il jouiſſoit. Cette liaiſon dura peu: l'établiſſement de la forteresſe de *Suetoykreſt* lui déplût beaucoup; les Turcs l'engagerent à prendre les armes, en lui promettant bien plus qu'ils n'avoient deſſein de lui tenir: il raſſembla toutes ſes forces, elles montoient à 30 mille hommes; il fut battu, & dans l'eſpérance d'appaiſer le Czar, il alla dans le Camp des Ruſſes, où il fut arrêté, & envoyé en exil. La révolte étant aſſoupie, la Ruſſie jugea à propos de ne pas rétablir cette dignité: il fut réglé que le Général qui commanderoit le corps de troupes, qui étoit dans le *Dageſtan*, exerceroit en même tems les fonctions de cette charge. La principale des femmes du *Scham-Chal* étoit une fille du Sultan *Mahmud Axay*; elle avoit beaucoup d'eſprit, & fit tous ſes efforts pour détourner ſon Mari du deſſein que les Turcs & *Suetoykreſt* lui avoient fait naître: comme il traitoit avec la plus grande cruauté les Marchands Ruſſes qui ſe trouvoient

voient à *Tarku*, elle facilita la fuite de tous ceux qu'elle put ſouſtraire à la fureur de ſon époux : mais voyant que ſes prières, & ſes conſeils n'étoient d'aucun effet, elle ſe retira dans les Montagnes, où elle mourut de chagrin, avant les malheurs du Prince rebelle.

Les petits Princes ont gagné par la chûte du *Scham-Chal* : la Cour de Ruſſie n'a rien retiré, & ne retire rien encore de ces Princes qui ont été obligés de ſe ſoumettre.

André-ofka, ou *Endery*, eſt un grand village environné de montagnes, & de forêts, & ſitué entre les fleuves *Sulack* & *Axay*, auquel il faut encore joindre quelques autres villages voiſins. Cet endroit a été bâti par quelques Ruſſes & par quelques Coſaques vagabonds, qui ſe ſont joints aux Tartares diſperſés dans ces contrées. Après que ces brigands ſe furent établis dans cet endroit, que la Nature avoit fortifié, ils ſe rendirent ſi redoutables de tous côtés, que leurs voiſins n'oſerent plus mener leurs troupeaux dans les prairies, ni paſſer les chemins qui menent d'*Aſtracan* à *Schamachie*, parce que tout le monde y étoit pillé. Ils ſe ſoutinrent dans cette indépendance jusqu'en 1722, où, malgré la ſituation avantageuſe d'*Endery*, & le déſeſpoir où le Peuple avoit été réduit, la Ville fut priſe d'aſſaut, ruinée de fonds en comble, & la plus grande partie de ſes habitans maſſacrée. Cette ville a été rétablie dans la ſuite, ce qui étoit reſté d'habitans, s'étant ſoumis aux Ruſſes, & ayant promis de ſubſtituer la culture des terres au brigandage qu'ils avoient exercé jusques alors. Ils ſe ſervent d'armes à feu & de flêches : ils ſont de la Religion des Turcs, leur Prince ou Chef s'appelle *Eidemir*, ou *Muſſul;* il jouit de tous les revenus du païs ſans payer de tribut aux Ruſſes : la langue du Païs eſt celle des Tartares.

Les habitations du *Tſchytſchin* s'étendoient autrefois presque depuis les Montagnes d'*Endery* jusqu'à la Mer. Comme les habitans enlevoient beaucoup de chevaux & de bétail aux *Coſaques* ſurnommés *Grebensky*, & à ceux qu'on appelle *Doni*, on envoya contr'eux en 1718 quel-

quelques milliers de ces *Coſaques*, & leurs habitations furent ruinées : quelques uns d'entr'eux échapés à la pourſuite des Coſaques, ont été habiter les Montagnes, & ſe ſont ſoumis aux Ruſſes en 1722. Le gouvernement de ce petit peuple eſt entre les mains de quelques habitans, qu'ils appellent *Anciens* : ils dépendoient autrefois du *Scham-Chal*, qui tiroit auſſi les revenus du Païs, qui ne conſiſtent que dans quelques moutons & autres piéces de betail. Ils vivent de leurs troupeaux ; leur langue eſt celle des Tartares, & leur Religion celle des Turcs.

Le Diſtrict de *Boynack* eſt ſitué près de la Mer entre les Montagnes de *Boynack*, près d'*Uthæmiſch* ; il renferme quelques villages. Les habitans ſont de la Religion des Turcs : ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux : leur langue eſt un mêlange de Turc, & de Tartare : leur Prince *Mehemed*, qui dépendoit autrefois du *Scham-Chal*, s'eſt ſoumis aux Ruſſes en 1722, il jouit de tous les revenus de ſon Païs. Ce Prince eſt fort foible ; il a toujours été obligé, ainſi que ſes prédéceſſeurs, de ſe conformer aux volontés du *Scham-Chal* : il fut envelopé dans la révolte de 1725, mais s'étant ſoumis auſſitôt aux Ruſſes, & leur ayant repréſenté que ce n'avoit été que pour éviter ſa perte, qu'il s'étoit joint au *Scham-Chal*, il fut rétabli.

Le Diſtrict d'*Uthæmiſch* s'étend le long de la Mer, entre *Boynack* & la Montagne d'*Usmey* ; & renferme quelques villages, parmi leſquels celui d'*Uthæmiſch* eſt le principal. Les habitans ſont de bons Cavaliers, comme tous ceux du *Dageſtan ;* ils portent le ſabre, ſe ſervent d'armes à feu, vivent de leurs troupeaux & de la culture des terres, parlent le Tartare, & ſuivent la Religion des Turcs. Quoiqu'ils ayent près de la Mer aſſez de champs, il ne peuvent cependant pas recueillir aſſez de grains pour leur ſubſiſtance : la ſéchereſſe, & les ſauterelles, les obligent de chercher au pied des Montagnes du Diſtrict d'*Usmey* des terres plus favorables à la récolte. Leur Prince, le Sultan *Mahmud Uthæmiſch*, qui dépendoit autrefois d'*Usmey*, & des Perſes, oſa attaquer toute l'Armée des Ruſſes à ſon paſſage par *Derbent ;* il avoit 16000 hommes, qu'il avoit tirés de ſon diſtrict, & de celui

celui des *Chaitaki* : il fut bientôt repouſſé, ſes troupes furent diſperſées, & ſon païs, avec le village d'*Uthæmiſch*, fut ruiné par le fer & le feu. Il a rétabli ces villages dans la ſuite, & s'eſt ſoumis aux Ruſſes, ainſi que l'*Usmey* : pour plus de ſureté, on exigea qu'il envoyât à *Derbent* ſon fils âgé d'un an & demi, comme *Amanate*, ou ôtage. Il jouit de tous les revenus de ſon païs, ſous la dépendance de l'*Usmey*, ſous le commandement duquel il eſt obligé de ſervir à la guerre.

Kubeſchah eſt un grand village, au deſſus du païs des *Chaitaki*, & à côté de celui des *Karachaitaki*, vers le Nord : il eſt ſitué entre de hautes montagnes, ſur une petite élévation : comme on n'y peut parvenir que par un défilé, cet endroit eſt regardé comme un des plus forts de toute la contrée : les habitans ſont de la Religion des Turcs, & leur langage n'a rien de commun avec celui de tous les Peuples de ce païs. Ils ſe donnent à eux-mêmes le nom de *Frænki*, nom qui en Orient eſt commun à tous les Peuples de l'Europe : ils diſent que leurs Ancêtres ſont venus s'établir dans cet endroit il y a plus de mille ans, mais ils ignorent à quelle occaſion : ils préſument qu'ayant fait le commerce par mer, l'orage les a jettés ſur ces bords, & que leurs pères n'ayant pas vû le moyen de retourner dans leur Patrie, s'y ſont établis. D'autres, curieux de rechercher l'origine de leur établiſſement, diſent que des Marchands Grecs & Genois, il y a pluſieurs ſiècles, avoient fréquenté les bords de la Mer Caſpienne, comme ceux de la Mer Noire ; qu'ayant trouvé des mines ſur ces montagnes, ils les avoient exploitées, & en avoient tiré du cuivre, de l'argent, & d'autres métaux ; qu'outre cela ils y avoient établi des fabriques, & fait de très beaux ouvrages ; que dans le deſſein de les faire valoir, ils y avoient envoyé des ouvriers qui avoient attiré pluſieurs habitans du païs pour les inſtruire ; que l'invaſion des *Arméniens*, des *Osmannes*, des habitans du *Dzingiſchan*, & du *Batty*, ayant ruiné les fabriques & les mines, les ouvriers s'étoient réunis, & avoient formé une eſpece de République. Le fait paroit d'autant plus vraiſemblable, que les habitans du païs en général ſont de très bons ouvriers ; ils font de très bonnes armes à feu, des ſabres, des cuiraſſes : ils excellent dans les ouvrages en or & en argent.

Ils ont auſſi pour leur défenſe pluſieurs Canons, qu'ils ont fondu eux-mêmes, & qui ſont de cuivre. Ils frappent de la monnoye Turque & Perſe : ils ont même réüſſi à contrefaire les Roubles de Ruſſie, qu'on prend volontiers partout parce qu'ils ſont de poids. Ils ont bien quelques champs ſur les plaines, & des prairies pour leurs troupeaux ; mais ils achetent pourtant la plus grande partie de ce qu'il leur faut de grain & de bêtail, & vivent de l'ouvrage de leurs mains qu'on admire dans tout l'Orient, & qui eſt transporté en Perſe, dans la Turquie, & dans la Tartarie Crimée. Ils ſont pour la pluspart à leur aiſe ; ce ſont de bons Soldats, qui ſe bornent à conſerver leur liberté. S'ils ſe ſont quelquefois liés avec le *Scham-Chal*, ou bien avec l'*Usmey*, ce n'a jamais été que par des Traités d'amitié, & ſans ſe ſoumettre à perſonne, pas même aux Perſes. Leur village a même été le lieu où l'*Usmey*, le *Scham-Chal*, & d'autres Princes de ces contrées, ſe ſont rendus comme à un endroit neutre, pour pacifier les troubles qui s'étoient élevés entr'eux, & remettre la paix. En tems de guerre ou de troubles pluſieurs perſonnes y portent leurs biens & leurs effets, comme dans un endroit ſûr : le Chan de *Surchai* y porta tout ce qu'il poſſedoit, ce qui étoit fort conſidérable, & qui avoit été amaſſé dans le tems de la révolte, & par le pillage de *Schamachie*, d'*Ardebil*, & d'autres endroits. Pendant cette révolte, le *Bey Daud* jetta les yeux ſur cet endroit, à cauſe des richeſſes qui y étoient, il forma le deſſein de le ſurprendre : mais les habitans allerent au devant de lui, & borderent de canons les defilés qu'il avoit à paſſer ; il fut ſi maltraité dans cette expédition, qu'il fut obligé de rechercher leur amitié, & de ſe la concilier par des préſents. Tous les ans ils éliſent douze Anciens, qui jugent de toutes les quérelles, & à qui tout le monde eſt obligé d'obéir : comme ils ſont tous égaux, perſonne n'eſt exclus du Gouvernement. En 1725 leurs Anciens ſe ſoumirent aux Ruſſes ; mais cela s'eſt fait ſans que leur liberté & leur païs en ayent ſouffert, ou en ſouffrent le moins du monde.

Le bas *Digeſtan* comprend cinq diſtricts & ſix gros villages : les diſtricts ſont, 1) *Alty Parah*, près du fleuve *Samura*, du côté du Sud,

il

il eſt borné à l'Orient par *Cubak*, à l'Occident par *Ruthul*, au Midi par la haute Montagne de *Schalbrus*.

2. *Ruthul*, près du fleuve *Samura*, du côté du Sud, un peu plus vers l'Occident, où il confine à *Achty ;* à l'Orient il eſt borné par *Alty Parah*, & au Midi par les Montagnes nommées *Schattgory*.

3. *Achty*, près du fleuve *Samura*, encore plus vers l'Occident que les deux autres, où il confine au diſtrict de *Tokus Parah ;* il eſt borné au Midi par les Montagnes de *Schat*, & à l'Orient par *Ruthul*.

4. *Miſchgenſcha* eſt ſitué au Nord du fleuve *Samura*, près d'une haute Montagne nommée *Gattun-Küll*, vis à vis d'*Achty*, dont il eſt ſéparé par le fleuve *Samura*.

5. *Tokus-Parah* eſt ſitué entre les Montagnes de *Schalbrus*, & de *Schatt :* les Montagnes l'environnent du côté du Midi, & du côté de l'Occident.

Tous ces diſtricts renferment quelques villages, ſitués entre les montagnes, les uns raſſemblés, les autres diſperſés dans des plaines arides : on ne peut y arriver que par des ſentiers pierreux & fort étroits ; ils ſont bordés de rochers, & de montagnes couvertes de neige l'été & l'hyver : mais en revanche les chemins qui conduiſent d'un diſtrict à l'autre ſont ſpacieux & commodes ; les habitans les ont faits afin de pouvoir ſe ſecourir mutuellement. Les habitans parlent la langue de ceux du *Lesgint*, qui n'a rien de commun avec les autres langues du Païs : ils ſont tous de la Religion Mahometane, & tous de la Secte des Turcs, excepté ceux de *Miſchgenſcha* qui ſuivent la Secte d'*Aly*. Ce peuple eſt presque ſauvage, adonné tout entier au pillage : il a quelque peu de bêtail, mais presque point de champs ; il eſt obligé de troquer à *Cubah* ſon bêtail contre du bled : c'eſt là la raiſon qui lui fait ménager le diſtrict de *Cubah*, qui eſt à l'abri de ſes excurſions, dans la crainte qu'on ne lui ôte la liberté d'y venir acheter du froment & du ris. Chaque village a bien ſon *Ancien*, qui ſe joint à ceux des autres diſtricts ; mais on ne leur obéit qu'autant qu'on veut, chacun étant ſon maitre.

De ces cinq diſtricts il n'y a que celui d'*Alti-Parah* qui ait été laiſſé aux Ruſſes, lorsqu'on eſt convenu des limites, qui devoient ſéparer leur domaine de celui des Turcs : les quatre autres ſont ſous la domination du Grand Seigneur : perſonne cependant ne s'eſt encore mis en poſſeſſion de ce qui lui eſt échu en partage, tout eſt reſté dans l'état où il étoit, & y reſtera ſans doute bien longtems, car ces peuples ne veulent point entendre parler d'un ſemblable partage; ils prétendent être libres, & ne dépendre de qui que ce ſoit, & croyent avoir poſſedé cette liberté depuis un tems immémorial. Comme ils ſe ſoutiennent mutuellement, & qu'il eſt difficile de parvenir jusques à eux, qu'outre cela ils ſont pauvres, & qu'il ſeroit imprudent de s'y fier après les avoir ſoumis, il ne paroit pas que les Ruſſes, ni les Turcs, faſſent jamais de grands efforts, pour les obliger à les reconnoitre pour Souverains. Les Perſes en ont agi ainſi autrefois; il les ont bien comptés au nombre de leurs ſujets, mais ils leur ont laiſſé toute leur liberté, & ils y ont été obligés, car le Sultan de *Derbent* n'y envoya jamais de détachement de troupes qui ne fut repouſſé vigoureuſement. C'eſt la *Georgie* qui ſouffre le plus des incurſions & des brigandages de ces Peuples, qui y vont enlever des beſtiaux, des chevaux, & des hommes : il ſe ſervent d'armes à feu & de ſabres ; ils ſont courageux, & même intrépides. Dans la derniere rebellion ils ont rendu de bons ſervices au Bey *Daud* & au Chan *Surchai*, ſans oublier pourtant leurs intérets particuliers, car ils pillerent partout à leur profit. Ils ont été attachés en quelque maniere à *Temur-Acak*, ou comme on l'appelle autrement, à *Tamerlan*, mais non point de force & par devoir: ils prétendent qu'ils ne l'ont ſuivi dans la guerre, qu'en vertu des Traités d'amitié qui ſubſiſtoient entr'eux. Ils racontent que *Tamerlan*, après avoir pillé le plat païs, & les bords de la mer, étoit entré ſubitement dans le *Dageſtan*, mais que leurs péres s'étant emparés des chemins & des défilés, avoient maſſacré presque toute ſon Armée, & que *Tamerlan* avoit eu de la peine à ſe ſauver avec quelques uns des ſiens : ils ajoutent à cela qu'irrité de cet échec, & dans le deſſein de ſe relever, il étoit entré deguiſé dans le *Dageſtan*, pour juger par lui-même par quel chemin il pourroit

pourroit y pénétrer plus facilement ; qu'il avoit paſſé la nuit chez une vieille veuve, qui ne l'ayant pas connu lui avoit préſenté ſuivant l'uſage une bouillie ; qu'ayant eu faim, il s'étoit mis à manger, & s'étoit brûlé pour n'avoir pas attendu que la bouillie eut perdu une partie de ſa chaleur; que là deſſus cette femme lui avoit dit: *tu es auſſi imprudent que Temur-Axak, qui vint au milieu du Dageſtan, & qui s'y brûla comme toi ; s'il fut reſté aux bords, il ſe ſeroit raſſaſié, & les peuples du Dageſtan auſſi :* que *Tamerlan* ſurpris de ce diſcours, avoit changé d'avis, & lié amitié avec ce Peuple, qui l'avoit beaucoup aidé dans les conquêtes qu'il avoit faites depuis. C'eſt *Tamerlan* qui leur perſuada d'embraſſer le Mahométisme, & de quitter l'Idolatrie Payenne : ils ne le firent guère qu'en apparence : leurs Prêtres ſont les plus grands voleurs.

Les ſix grands villages du bas *Dageſtan* ſont

1. *Buduch*, au deſſus de *Ruſtan* vers l'Occident, au bas des hautes Montagnes.
2. *Chanaluk*, au deſſus de *Cuba* vers l'Occident : au Nord de ce village ſont ſituées les Montagnes de *Schatt*.
3. *Kriſch*, près de *Chanaluk* entre des Montagnes.
4. *Dſchæk*, près de là auſſi, & près de *Kapulh*, plus vers l'Occident, au bas d'une haute Montagne.
5. *Ahhk*, près de *Kriſch*, plus vers l'Orient, entre des Montagnes.
6. *Kapulh*, près de *Kriſch* & de *Dſchæk*.

Entre ces villages il n'y a que *Chanaluk* qui ait un diſtrict, auquel appartiennent 2 ou 3 petits villages : ils ſont tous ſix aſſés près les uns des autres, & au Nord ainſi qu'à l'Occident ils ſont environnés de hautes montagnes : les avenues ſont fort étroites, & lorsqu'ils briſent les ponts qu'ils ont au deſſus de quelques gouffres remplis d'eau, que la neige fondue y a amaſſé, il eſt presqu'impoſſible d'y parvenir.

Les habitans ſont de la Religion des Turcs; ils ſe ſervent de la langue du *Lesgint*, quoique pluſieurs entendent ce langage mêlé de Turc, & de Tartare, ſur tout ceux de *Buduch*, d'*Alulk*, & de *Kapulk*. Leur façon de vivre eſt ſemblable à celle de tous les Peuples du *Dageſtan;* ils vivent de ce qu'ils enlevent à leurs voiſins: il arrive pourtant rarement, qu'ils volent ouvertement. Comme ils ont quelques champs dans la plaine de *Ruſtan*, qui eſt ſous la domination des Ruſſes, où ils mènent paître en hyver leurs troupeaux, qu'ils ne peuvent pas garder ſur les montagnes à cauſe de la neige, ils ſont obligés de ménager ce côté là, & de n'y pas exercer leur brigandage ordinaire.

Chaque village a ſon Ancien, qui conjointement avec les Prêtres termine les quérelles & rend la juſtice: ces peuples ne reconnoiſſent pas d'autres ſupérieurs, ils veulent être libres comme leurs voiſins. *Buduch* appartenoit autrefois à *Ruſtan*, mais il s'en eſt ſéparé, & les habitans ſe ſont réunis aux *Dageſtaniens*.

Dans la démarcation des limites, ces ſix villages ont été laiſſés au Turc, mais les habitans n'ont pas voulu ſe ſoumettre, & ils ne ſont pas encore ſoumis. Ils ſe ſoutiennent mutuellement, & vivent en bonne harmonie avec les cinq diſtricts voiſins; ils ont de la peine cependant à ſe raſſembler, parce que les montagnes de *Schatt* empêchent la communication, ou du moins la rendent très difficile. N'ayant pas comme les cinq autres diſtricts l'avantage des hautes montagnes, & des défilés étroits, ils ne ſont pas également à l'abri de perdre leur indépendance; le Chan de *Schamachie* pourroit bien avec le tems les ſoumettre. Au reſte on peut remarquer que le mot *Dageſtan* vient du mot Tartare *Dag*, par où l'on entend une montagne médiocre, & qu'il ſignifie par conſéquent un païs rempli de montagnes d'une hauteur médiocre.

Les Chaitaky, & les Karachaitaky.

Les *Chaitaky* habitent les bords de la Mer Caſpienne, depuis *Uthemiſch* jusqu'es aux frontières du *Schirwan*, dont ils ſont ſéparés par la rivière

riviére nommée *Darbach;* ils ont les *Karachaitaky* à l'Occident. Leur païs eſt grand, beau, & fertile; il renferme pluſieurs villages parmi leſquels *Baſchlo* & *Medſchilis* ſont les principaux, & en même tems la réſidence ordinaire de l'*Usmey.* La plûpart des habitans ſe ſont établis dans les plaines depuis la mer juſqu'es au bas des montagnes; ils ont de beaux champs, des vignes, des jardins, & de belles prairies: les *Akuſchintzy*, & ceux du *Tawliſtan*, y menent en hyver leurs troupeaux, que la neige empeche de paître ſur les montagnes; & l'*Usmey* tire de là des ſommes aſſez conſidérables, vû qu'on y mene plus de cent mille Moutons.

Les *Karachaitaky*, ou les *Chaitaky* noirs, habitent les Montagnes au delà des plaines dont nous venons de parler, & qui ſont pour eux à l'Orient: du côté de l'Occident leur païs eſt borné par celui des *Kumuki*, au Nord par le *Kubeſchah*, & au Midi par *Tabaſſaran*: leur diſtrict comprend pluſieurs beaux villages; *Karagaraſch* eſt le principal: le païs n'eſt pourtant pas auſſi bon que celui des *Chaitaky*, c'eſt pourquoi les habitans n'y ſont pas auſſi riches, & c'eſt ce qui les a fait ſurnommer *Kara*, c'eſt à dire noirs, ou pauvres: ils ont pourtant quelques champs dans les plaines, & quelque peu de commerce.

Les uns & les autres ſont de la Religion des Turcs; ils ont leur propre langue, qui a quelque rapport avec celle des *Kumuky*: les principaux d'entre eux parlent auſſi cette langue, qui eſt un compoſé de Tartare & de Turc: ils vivent de la culture des terres, & de leurs troupeaux: ils ſont de bons Soldats, & de bons Cavaliers; ils ſe ſervent d'armes à feu & de ſabres. Leur Prince, qu'on nomme communément *Usmey*, s'appelle à préſent *Ahmed;* il porte le titre de Chan des *Chaitaky* & *Karachaitaky*, & a toujours été le premier Prince de ces contrées après le *Scham-Chal*: les *Akuſchintzy*, une partie des *Tawlintzy*, & des habitans de *Kubeſchah*, dépendent de lui ſous certaines conditions. Auſſitôt que la femme de l'*Usmey* accouche d'un fils, on l'envoye dans le plus grand village du Païs, où toutes les femmes ſont obligées de lui donner le ſein: quand on a fait le tour,

on

on porte l'enfant dans un autre village, & ainſi de ſuite jusques à ce qu'il ait fait le tour du païs. Les habitans croyent être obligés par là à le défendre au prix de leur ſang, puisqu'il a ſucé avec eux le même lait. Le Prince qui regnoit en 1728 étoit un homme fort ruſé, & fait aux intrigues : ce fut lui qui porta le *Scham-Chal* à la révolte; il lui avoit promis du ſecours, mais comme il vit que les Turcs ne venoient pas auſſi-tôt qu'il l'avoit crû, il ne remua pas : en 1725 il ſe ſoumit aux Ruſſes, à qui il prêta homage conjointement avec ſon fils, & les Anciens du Païs : on lui laiſſa tous ſes revenus, on lui accorda même une penſion annuelle de 2000 Roubles, à condition qu'en tems de guerre il ſerviroit avec ſes ſujets.

Le Legiſtan.

Les habitans du Païs ſont appellés *Lesgih*, *Lesgintzy*, & *Kumuky* : on y remarque les Diſtricts d'*Akuſchah*, *Tabaſſaran*, *Cuba*, *Dſchahir*, & *Gulachan*, & les Nations nommées *Chaſſuh-Kumuky*, *Kuræth*, *Kuræih*, *Kumuky*, & *Schaky*.

Le Diſtrict d'*Akuſchah* eſt ſitué entre des montagnes, & ſéparé des *Tawlintzy* par une chaine de hautes montagnes, couverte de neige l'été & l'hyver. Il n'eſt pas fort grand, mais il eſt peuplé, & il a pluſieurs villages, chaque village a ſon Ancien ; ces *Anciens*, quoique ſoumis à l'*Usmey*, exigent que ce Prince les traite avec beaucoup d'égards : les habitans, qu'on appelle *Akuſchintzy*, ont leur langue propre, & ſont de la Religion des Turcs : ils ont peu de champs, mais de grands troupeaux, ſurtout de Moutons, dont la laine eſt la plus fine de tout le païs, ils en font quelques étoffes portées par le Peuple de ces contrées. Autrefois cette Nation étoit libre & ne dépendoit de perſonne : mais l'*Usmey* les ayant porté à ſe joindre à lui dans le tems qu'il ſongeoit à ſe mêler dans la révolte du *Scham-Chal*, & ſe trouvant enſuite obligé de faire hommage aux Ruſſes, & de leur donner des ôtages, il accuſa les *Akuſchintky* de ne vouloir plus le reconnoitre pour leur Souverain

verain quoiqu'il le fut véritablement ; il pria les Ruſſes de vouloir bien dans cette occaſion lui envoyer des troupes, & les obliger à ſe ſoumettre : de cette maniere il intimida ſi fort ce Peuple qu'il le contraignit de ſe mettre ſous ſa protection, de lui demander ſon interceſſion auprès des Ruſſes, & de lui donner des ôtages. Cependant, ni l'*Usmey*, ni les Ruſſes, n'en tirent aucune eſpèce d'impôt ; il ne s'eſt obligé qu'à ſervir en tems de guerre : les habitans d'*Akuſchat* ſont de bons Soldats, ils portent presque tous des cuiraſſes, & ſe ſervent de ſabres & d'armes à feu.

Tabaſſaran eſt ſitué entre les montagnes : au Nord il eſt borné par le fleuve *Derbach*, qui le ſépare du païs des *Chaitaky* & des *Karachaitaky*, à l'Occident par la Ville de *Derbent*, au Midi par le païs des *Kurœhli* dont il eſt ſéparé par une chaine de montagnes, & à l'Occident par le *Surchai*, entre lequel & *Tabaraſſan* coule le fleuve *Agulah*. Cette contrée eſt étendue ; elle comprend pluſieurs villages parmi leſquels il y en a de conſidérables. Les habitans ſont de la Religion des Turcs ; ils ont une langue qui leur eſt propre ; ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux. Ceux qui habitent près de *Derbent*, ſont plus civiliſés que les autres, qui ſont presque ſauvages, & qui ne font autre choſe que piller & ſe révolter. Les premiers ont de beaux champs, & de beaux jardins : ceux qui ſont près du païs des *Kurœhli* & des *Chaſſuh-Kumuky* ne peuvent point cultiver leurs champs à cauſe du froid & des neiges perpétuelles des montagnes, & comme ils n'ont ni bois, ni forêts, ils vivent miſérablement & presqu'en ſauvages ; ils n'ont que quelque peu de bêtail : ils ſe ſervent d'armes à feu & de flêches : la plûpart cependant ont des ſabres & des fuſils rayés : ils étoient obligés autrefois de ſervir à la guerre lorsque le Sultan de *Derbent* en avoit beſoin, & ils étoient ſoudoyés ; on s'en eſt ſervi peu à cauſe de la difficulté qu'il y avoit à les diſcipliner : on ſe voit contraint pour les contenir de ruiner quelques uns de leurs villages dès qu'ils font mine de ſe révolter. Ils ont leur Prince qu'on appelle *Machſum* : en 1728, c'étoit *Muhamed* qui l'étoit ; & un *Cadi*, appellé alors *Rustanbek* ;

tanbek ; ils étoient autrefois ſous la domination des Perſes, & leurs Chefs dépendoient du Sultan de *Derbent*. En 1725, ils prêterent hommage aux Ruſſes ; & depuis on leur a donné pour Gouverneur, ou ſurveillant, le *Naip*, ou le Commandant de *Derbent*. La dignité de *Machſum* eſt héréditaire, & le ſucceſſeur eſt toujours confirmé à *Derbent*. On demande auparavant au Peuple ſi ce Succeſſeur leur convient, & il n'y a pas un habitant qui ne donne ſa voix, prétendant tous que le païs eſt un païs libre : ils n'obéiſſent auſſi que foiblement : les revenus du *Machſum* & du *Cadi* ſont médiocres, les Ruſſes ne tirent rien, ils ſont même obligés de faire quelques préſents au Prince.

Cuba eſt borné au Nord par le fleuve *Samura*, à l'Orient par *Muſchkura*, au Midi par *Ruſtau*, & à l'Occident par le *Dageſtan*, par *Alty Parah*, & par les montagnes de *Schat*. Ce diſtrict eſt étendu, & rempli de montagnes extrêmement élevées : on voit le long des bords de pluſieurs lacs & de quelques petits fleuves, qui coulent entre ces montagnes, des villages aſſez conſidérables : le premier entre tous étoit *Cudath*, il a été détruit ; *Kallaſſahar* eſt une eſpece de Fort près du fleuve *Samura* : les habitans ont de beaux champs, & des troupeaux nombreux ; ils faiſoient de la ſoye avant la rebellion.

Gulachan eſt ſitué entre *Cuba*, les montagnes de *Schat*, & le bas *Dageſtan* : le diſtrict n'eſt pas fort grand, & n'a que quelques villages fort peu importans : les champs ſont très mauvais, parce qu'étant bordés du côté du Sud-oueſt par une chaine de montagnes fort élevées, & par des rochers eſcarpés tout couverts de neige, ils ont l'ombre depuis deux heures de l'après-midi.

Les habitans de ces deux derniers diſtricts ne ſont qu'une ſeule & même Nation ; ils ſont de la Religion des Turcs ; leur langue eſt un compoſé de Turc & de Tartare ; ils parlent auſſi la langue du *Lesgint*. Ce ſont de bons Soldats, & de bons Cavaliers ; ils ont des ſabres & des armes à feu. Ils ont été longtems ſous le Gouvernement d'un Chan, que les Perſes confirmoient, de maniere cependant que la ſucceſſion

ceſſion reſtoit toujours héréditaire. Dans la derniere révolte ces deux diſtricts ſe ſéparerent, l'un ſuivit le parti des révoltés, l'autre reſta attaché au Chan qui ne vouloit point avoir de part à la révolte: ils ſe ſont affoiblis & presque ruinés par cette diviſion: les rebelles en vinrent enfin aux dernieres extrémités: ils maſſacrerent la Chan avec ſa famille malgré les ſermens les plus formels, ils ruinerent la réſidence & le bourg de *Coudath*, & n'en firent qu'un monceau de cendres & de décombres: un Prêtre ſauva un fils du Chan âgé d'un an & demi; il le cacha dans les montagnes, & refuſa de le livrer aux ennemis, quelque conſidérable que fut la ſomme que lui offrit pour le corrompre le Bey *Daud*. Cette Province s'étant ſoumiſe aux Ruſſes en 1726, cet enfant qui n'avoit encore que 8 ans fut mis à la place de ſon Père, & accordé aux inſtances réitérées des habitans: on lui donna un *Naip* & un *Naſir* pour adminiſtrer le Gouvernement pendant ſa minorité. Après que tout eut été tranquilliſé & réglé, les habitans de *Cuba* & de *Gulachan* furent appellés pour prêter hommage aux Ruſſes, & ils s'y trouverent, l'amniſtie ayant été publiée en faveur de tous les rebelles, & de ceux qui avoient eu part au maſſacre du Chan: ils baiſèrent l'*Alcoran*; mais quelques habitans de *Cuba* attachés aux Ruſſes leur découvrirent que ce ſerment ne les lioit point aſſez, pour qu'ils puſſent ſe repoſer ſur eux, qu'il falloit encore les obliger à s'engager de conſentir, en cas qu'ils vinſſent à le rompre, à faire regarder leurs femmes comme autant de proſtituées dont il étoit permis d'abuſer: que de cette manière on les lioit de façon à être regardés comme infames, s'ils rompoient leur ſerment. Les Ruſſes ſuivirent cet avis, & les obligèrent à prêter le ſerment avec cette formule; ils s'y oppoſerent longtems, mais ils y furent contraints, & depuis ils n'ont rien fait dont les Ruſſes ayent pû ſe plaindre.

Le Chan jouït ſeul des revenus du païs: il eſt ſeulement obligé de ſervir en tems de guerre avec les habitans en état de porter les armes. Il y a ſix villages du diſtrict de *Gulachan*, qui ſont tombés en partage aux Turcs dans la derniere démarcation des limites.

Le diſtrict de *Dſchahr* eſt ſitué dans les montagnes : au Sud-oueſt, il eſt borné par le païs des *Kacheti* & par la *Georgie*, au Nord par le *Tawliſtan* ; il eſt environné de montagnes élevées ; ſon etenduë eſt conſidérable, & il a pluſieurs villages : les habitans ont une langue qui leur eſt propre, ils ſont de la Religion des Turcs, ils vivent de leurs troupeaux, & de ce qu'ils enlevent à leurs voiſins : ils ont du courage, & ſe ſervent d'armes à feu & de ſabres : quoiqu'ils ayent des *Anciens* & un *Cadi* qui jugent des quérelles qui s'élevent entre eux, ils ne reconnoiſſent point de maitres, & n'ont été ſoumis à aucune Nation voiſine. Ils ont même défendu leur liberté contre les tentatives des Turcs, à qui ils étoient échus en partage, & qui étant maitres de la *Georgie*, croyoient pouvoir les ſoumettre ; les défilés qu'il faut paſſer pour parvenir à leurs habitations, & leur courage, les ont maintenus dans leur indépendance & dans leur brigandage.

Le Chan *Surchai* les ſoutient ; ſes ſujets, les *Chaſſuh Kumuky*, perdroient trop ſi les Turcs parvenoient à ſoumettre les habitans du *Dſchahr* : car comme ceux-ci ſont de fréquentes invaſions en *Georgie* pour y enlever des hommes & des chevaux, & qu'ils ont pour cela des chemins fort commodes, les *Kumuky* qui en font autant, paſſent au travers du diſtrict de *Dſchahr*, & ſe ſervent de la même route. Les Turcs vouloient boucher ce paſſage en 1727, par une Citadelle, afin de mettre la *Georgie* en ſureté, & de dompter s'il étoit poſſible les habitans du *Dſchahr* : mais ceux-ci incités par le Chan *Surchay*, s'attroupèrent, ſurprirent les Turcs, en maſſacrèrent une centaine, chaſſèrent les autres, & détruiſirent ce qu'on avoit élevé.

Le diſtrict des *Chaſſu-Kumuky* eſt borné au Nord par le païs des *Karachaitaky*, à l'Orient par *Tabaſſaran*, à l'Occident par le diſtrict des *Kumuky*, qui ſont ſous la domination du Bey *Sutay*, & au Midi par le bas *Dageſtan* : il eſt presqu'entierement environné de montagnes couvertes toute l'année de neige. Ce diſtrict n'eſt pas fort étendu, mais il a pluſieurs villages, dont le principal eſt *Chanak*, la réſidence de leur Prince ; entre les montagnes il y a de belles & de fertiles

les plaines; les habitans ont de nombreux troupeaux, ſurtout de moutons, & ſuffiſamment de champs cultivés, quoique les bleds y meuriſſent fort tard, à cauſe du froid occaſionné par les neiges dont les montagnes ſont couvertes. Les habitans ſont de la Religion des Turcs; ils ont leur langue propre, qui n'a rien de commun avec les autres : ce ſont des brigands qui ont un Prince inſtruit comme eux dans le brigandage : autrefois ils formoient un Peuple libre, mais quelques années avant la derniere révolte des Perſes, leur Prince, le Chan *Surchai*, ſe ſoumit aux Perſes, dont il ſe déclara le vaſſal : cependant ce fut plutôt en apparence qu'en effet, car le Sultan de *Derbent* fut obligé de le déclarer *Jusbaſchi*, & de lui donner par an une penſion de 200 Roubles pour l'empêcher d'exercer ſon métier de brigandage.

Le même Chan *Surchai* ſe trouva avec le Bey *Daud* à la tête de la dernière révolte dans le *Schirwan;* il ſe fit un gros parti parmi les Nations qui habitent ces contrées, au moyen des tréſors qu'il enleva à *Schamachie*, à *Ardebil*, & en d'autres endroits: cette troupe de vagabonds le ſuit encore conſtamment.

L'Armée des Ruſſes s'étant approchée en 1722, le Chan *Surchai*, le Bey *Daud*, & d'autres rebelles, ſe mirent ſous la protection des Turcs : ce dernier ſe rendit même à Conſtantinople, ſous prétexte de veiller aux intérêts communs des révoltés : mais quand il y fut, il ne ſongea qu'aux ſiens, & il fit ſi bien qu'on le déclara Chan du *Schirwan* & de *Schamachie* : le Chan *Surchai* devoit avoir part à cette faveur, mais on ne lui en accorda aucune marque; cela l'irrita ſi fort contre *Daud*, qu'il refuſa de le reconnoitre pour Chan, & qu'il fit ſavoir aux Turcs, que, puiſqu'ils lui avoient préferé *Daud* qui n'étoit qu'un païſan d'origine, tandis qu'il étoit Prince par ſa naiſſance, il les remercioit de leur protection, qu'il comptoit auſſi n'en avoir pas beſoin, qu'il ne s'entendroit à aucun accommodement que *Daud* ne lui eut rendu toute la ſatisfaction poſſible, & qu'il n'eut fait voir à cet homme qu'il vivoit encore. Après cette déclaration, il traita le Bey en ennemi, & incommoda beaucoup les Turcs par les habitans du *Dſchahr*, & par d'autres

Peuples du *Lesgint* : il les obligea enfin à chercher les voyes de la douceur, puisqu'ils voyoient qu'ils ne le dompteroient jamais par la force ouverte : les Ruſſes en revanche cherchoient à s'aſſurer de lui, & à mettre de leur côté un homme qu'il leur importoit d'avoir pour ami. Le Chan donnoit des eſpérances aux deux partis, négocioit avec eux, & attendoit à ſe décider qu'il vît, qui ſeroit celui qui lui offriroit le plus : les Turcs lui ayant enfin offert, en 1727, la charge de Bacha avec 300 Roubles de penſion, & la propriété du diſtrict de *Caballah*, il embraſſa leur parti, ſe mit ſous leur protection, & leur prêta le ſerment de fidelité. Cela ne l'empêcha cependant pas, dès qu'il eut été mis en poſſeſſion de *Cubbalah*, de s'emparer d'*Agdaſch* malgré la Porte ; il traita *Schamachie* en païs ennemi, jusqu'à ce qu'enfin le Bacha de *Jenidſche* ſe vit obligé de le ſatisfaire en tout, de s'aſſurer du Bey, ſous prétexte de quelques infractions faites au Traité fait avec la Porte, & de déclarer *Daud* Chan de *Schamachie* : cela le ſatisfit, & il reſta depuis tranquille. Ce Chan *Surchai* n'avoit qu'une main, il avoit perdu l'autre dans ſa jeuneſſe dans une expédition de brigand : dès le bas âge il exerça ce métier avec ſes ſujets, & il amaſſa tant de biens dans le pillage du *Schirwan*, d'*Ardebil*, de *Schamachie*, & de *Karabay*, qu'il put contenir tous les habitans du *Tawliſtan*, du *Lesgint*, les *Kuræhli*, & tous les autres brigands de ces contrées, & les faire agir au premier coup d'oeil. Voici un trait qui peut faire juger de ſes richeſſes : dans l'hyver de 1725, il aſſembla 6000 hommes, les conduiſit vers *Muſchkura*, aſſiégea la petite Ville de *Dædaly*, que le frère du Bey *Daud* avoit fortifiée d'une bonne muraille : il ne put la prendre, quelques efforts qu'il fit ; il avoit fait conſtruire une machine des plus ridicules : il entretint ces 6000 hommes pendant 4 mois, il leur donnoit un *Abas*, ou 25 *Copyks* (*), par jour, & faiſoit de gros préſents à ſes Officiers.

Les revenus qu'il tire des *Chaſſu-Kumuky* ne conſiſtent que dans la dixme des grains ; & pour ce qui regarde le butin qu'on enleve, on ne lui en donne que ce qu'on veut.

Selon

(*) 15 *Copyks* font 8 gr. *Vingt-cinq* valent donc 13 gr. 4 pf. ces Soldats coûtèrent donc pendant 4 mois, 407666 Rs. 12 gr.

Selon la teneur du dernier Traité de paix que les Turcs ont fait avec les Ruſſes, une partie des païs du Chan *Surchai* eſt ſoumiſe aux derniers ; mais, comme il n'a point voulu conſentir à voir ſes poſſeſſions ſéparées, & que les Turcs n'ont pas oſé l'y contraindre, ils ont laiſſé aux Ruſſes la liberté de s'en mettre en poſſeſſion par la voye de la douceur, ou par celle des armes : ce dernier moyen étoit bien difficile, & comme il ne ſeroit pas d'ailleurs plus facile de conſerver ce qu'on lui auroit arraché, les Ruſſes ont renvoyé à d'autres tems l'exécution de ce projet, & le ſoin de faire valoir leurs prétentions. Il eſt vraiſemblable que tôt au tard les Ruſſes en viendront aux mains avec lui, & cela d'autant plus que les *Kuræhli* & les *Kuræih*, qui par le dernier Traité doivent être ſous la domination des Ruſſes, ſe tiennent fermement attachés au Chan, qui les regarde comme ſes ſujets, & qui les ſoutient dans le brigandage qu'ils exercent continuellement.

Les *Kumuky* qui ſont ſous l'empire du Bey *Sutay*, habitent dans une plaine environnée de hautes montagnes, au Nord du fleuve *Samura ;* à l'Occident ils ſont bornés par le païs des *Chaſſuh-Kumuky :* leur païs n'eſt pas conſidérable, il conſiſte en quelques villages acceſſibles par de forts petits chemins, qu'ils ont percés à travers les montagnes. Leur Prince jouït des revenus du païs, ſans être ſous la domination d'aucun autre Prince : ils ſont de la Religion des Turcs, & ont leur langue particulière. Ils ont bien quelques champs, qu'ils cultivent, mais ils vivent ſurtout de leurs troupeaux : quoique fort propres à la guerre, ils ſont fort tranquillement chez eux, n'inquietent jamais leurs voiſins, & n'en ſont point attaqués, à cauſe des défilés qu'il faut paſſer pour pénétrer dans leur diſtrict. Le Bey *Daud* & le Chan *Surchai* firent ce qu'ils purent dans la dernière révolte pour engager le Bey *Sutay* à ſe joindre à eux, mais ils n'en vinrent pas à bout : ce Prince leur répondit qu'il étoit content de ce qu'il poſſedoit, & qu'il n'envioit point ce qui appartenoit à d'autres : auſſi fut-il fort tranquille pendant tous ces troubles. Le nom de *Kumuky*, eſt commun à tous ceux du *Lesgint*, à quelques *Dageſtaniens*, & *Tawliſtaniens;* mais ceux dont nous

venons

venons de parler, ſont ceux qu'on appelle proprement ainſi ; on ne peut les diſtinguer des autres qu'en ce qu'ils ſont les ſujets du Bey *Sutay*.

Les *Kuræli* habitent près de *Tabaſſaran*, dont ils ſont ſéparés par des montagnes : leur diſtrict eſt borné à l'Orient par des montagnes & par des forêts, au Midi par le fleuve *Samura*, & à l'Occident par le païs des *Kuræih*. Ce païs qui n'eſt qu'à deux milles (4 heures de chemin) de la Mer, renferme une vingtaine de villages ſitués le long du fleuve *Samura*, & près les uns des autres.

Les *Kuræih* habitent auſſi les bords de ce fleuve, mais plus vers l'Occident : leur diſtrict confine à la haute montagne de *Gattunkul*. Il s'y trouve 10 ou 12 villages, qui ſont également ſitués le long du fleuve *Samura* les uns près des autres.

L'une & l'autre de ces deux Nations ſont de la Religion des Turcs : ils parlent & la langue du *Lesgint*, & celle qui eſt un mêlange de Tartare & de Turc. Chaque village a ſon *Aucten*, mais cela n'empêche pas que chacun ne ſoit ſon maitre, & n'agiſſe ſuivant ſon caprice : ces deux Nations ſemblent n'en faire qu'une, tant elles ſe tiennent l'une à l'autre : elles ont peu de champs à cultiver, & peu de bêtail, mais elles ſe repoſent ſur les Nations voiſines. Elles n'ont d'autre métier que celui de brigand : elles ont coutume de tomber tout à coup dans *Muſchkura*, *Tabaſſaran*, *Cuba*, & même dans *Schabran*, & d'emporter au plus vite ce qu'elles trouvent à leur portée ; ce ſont ſurtout les chevaux & les beſtiaux qu'elles enlevent avec adreſſe : les habitans des villages qui confinent à leur païs, les laiſſent paſſer volontiers, & en cachette ; ils les aident même quelquefois dans ces expéditions, afin de ne pas ſouffrir le même ſort. Ces gens ſont de bons Soldats, hardis, & capables des coups les plus déſeſpérés : il leur eſt déjà arrivé d'être chaſſés de leurs habitations, & de voir leurs villages dévaſtés, mais ils ſe ſont toujours rétablis.

Lors

Lors du dernier Traité, qui régloit les limites entre la Porte, & la Ruſſie, ces deux Nations échurent en partage aux Ruſſes ; comme on les en avertit, & qu'on exigea le ſerment de fidélité, en leur communiquant les articles de ce ſerment, par lequel ils promettoient foi & hommage à l'Empire de Ruſſie, & s'engageoient à ceſſer d'infeſter les terres de leurs voiſins par leur brigandage, il y en eut quelques uns que la crainte força de ſubir le joug, & de prêter le ſerment de fidélité, mais la plûpart le refuſèrent, & répondirent que le brigandage avoit été le ſeul champ, que leurs Péres avoient cultivé & dont ils avoient vecû ; qu'ils n'en avoient pas hérité d'autres biens, & que ce qu'ils poſſedoient n'étoit autre choſe que ce qu'ils avoient enlevé de côté & d'autre : qu'à ce compte ils ſeroient obligés de périr de faim ſous la domination des Ruſſes, qu'on pouvoit leur faire tout ce qu'on voudroit, qu'ils défendroient leur vie & leurs biens, & qu'ils aimoient mieux mourir en braves Soldats, que ſouffrir la faim. La Cour de Ruſſie n'a pas encore jugé à propos d'employer la force pour les ſoumettre, autant parce que le Chan *Surchai* les reconnoit pour ſes ſujets, Prince qu'il faut encore flatter, que parce que ces Nations ſont en liaiſon étroite avec les *Chaſſu-Kumuky*, & une partie des *Dageſtaniens*. Quand même on les forceroit à prêter hommage, on en tireroit peu de profit, & il faudra ſans doute à cauſe de cela en venir à les diſperſer & à ruiner leurs habitations.

Les *Schaki* habitent entre les montagnes de *Schat*, qui ſont fort élevées & fort eſcarpées : la plus haute eſt appellée *Schalbras*, elle eſt toujours couverte de neige ; leur diſtrict eſt compoſé de pluſieurs villages, qui ſont aſſez près les uns des autres : ils ſont auſſi de la Religion des Turcs, & parlent la langue du *Lesgint* : ils ont peu de champs, & le blé a de la peine à y venir à cauſe du grand froid ; ils ſont extrêmement pauvres, n'ayant que quelque peu de bêtail, & vivant d'un brigandage qu'ils exercent en ſecret. Ils ſont armés, & ſe ſervent de ſabres, & de fuſils rayés. Leur Prince, le Sultan *Aly*, autrefois indépendant, s'eſt ſoumis aux Turcs en 1727. Comme il

eſt hors d'état de ſe ſoutenir ſeul; il ſe tient fort attaché au Chan de *Schamachie*, qu'il ſert auſſi pour de l'argent dans le beſoin.

Le Tawliſtan.

Les habitans du *Tawliſtan* ſont partagés en deux Nations principales: les *Sontii* & les *Tawlintzi*: les *Tawliſtaniens* ſurnommés *Sontii* habitent les montagnes ſituées vers la *Georgie*: ils ont une langue qui leur eſt propre, & leur Religion eſt un amas de ſuperſtitions payennes. Parmi les uſages qui leur ſont particuliers, il en eſt un de remarquable, le voici: les Pères choiſiſſent la femme qu'ils deſtinent à leurs enfans mâles, ils la leur font épouſer la plûpart du tems dès que ces enfans ont l'âge de trois ans, ces Pères habitent avec ces femmes, les enfans qui en naiſſent ſont cenſés dans la ſuite appartenir aux fils, & leur ſont remis avec la Mere lorſqu'ils ſont parvenus à l'âge de raiſon. Ce Peuple eſt pauvre, ſimple, vivant ſeul & ſans ſe communiquer à ſes voiſins, il a quelque peu de champs cultivés, & il vit de ſes troupeaux; le païs eſt d'un accés extremèment difficile: il eſt libre, & ne dépend d'aucune puiſſance, il ne paye aucun tribut, & ſe fait gouverner par des Juges appellés *Anciens*.

Les *Tawlintzi* habitent entre de fort hautes montagnes, presque toujours couvertes de neige: (*tau* ſignifie chez les Tartares une haute montagne;) leur païs eſt borné par la *Georgie*, par le *Dageſtan*, & par le païs des *Awari*. Il eſt diviſé en un grand nombre de diſtricts, qui ſe communiquent fort peu. De leurs langues il y en a cinq de connues, qui n'ont rien de commun, & il doit y en avoir plus de vingt autres d'une nature entièrement différente; mais on ne ſauroit en déterminer au juſte le nombre, perſonne n'ayant encore fait le tour de tous ces diſtricts, & ne s'étant mis au fait de ce qui s'y paſſe. Les habitans du païs ont des champs, des troupeaux, & des vignes lorſque le terrain le permet; il y en a qui n'ont qu'un peu de bêtail, & qui ne ſavent ce que c'eſt que du pain: ces derniers ne valent guère

mieux

mieux que des ſauvages ; ils ſont de fréquentes incurſions dans la *Georgie* & dans le païs des *Czirkaſes*, où ils enlevent hommes & bêtes, qu'ils vendent aux Tartares qui viennent les trouver pour leur acheter ce qu'ils ont enlevé. Ils ont des armes à feu, & des fuſils rayés : ils ſe ſervent auſſi de l'arc, mais leur arme favorite eſt un ſabre courbé. Ils ont dans leurs diſtricts des *Anciens* qu'ils éliſent, & qui conjointement avec le *Cady*, ou le Prêtre, termine tous leurs différens : lorſque ces *Anciens* ne leur plaiſent plus, ils les congédient, & les maſſacrent quelquefois : ils ne ſont aſſujettis à aucune Puiſſance, & comme on ne trouveroit rien dans leurs montagnes, perſonne n'a ſongé à les ſoumettre. Les peuples des diſtricts voiſins du *Dageſtan* ont ſervi, il eſt vrai, le *Scham-Chal*, en partie par crainte, & en partie parce qu'il les payoit ; ils l'ont ſuivi dans la dernière révolte contre la Ruſſie, & la Porte pouvoit prétendre, lors de la démarcation des limites, que tous les habitans de cette Province lui prêtaſſent le ſerment de fidélité, mais on les a laiſſé jouïr tranquillement de leur liberté, par la raiſon qu'il ſeroit peut-être impoſſible de les contenir dans le devoir, quelques efforts qu'on fit. Ils ſe diſent Muſulmans, & ſont attachés à la Secte des Turcs, mais ils obſervent tant d'uſages & de cérémonies payennes dans leur culte, qu'ils ſont plutôt idolatres que Mahometans. Une bonne partie de ce Peuple obſerve une coutume qui fait foy de ſa barbarie : lorſqu'un étranger arrive dans une maiſon, l'hôte lui envoye une de ſes filles, pour ſerrer ſon bagage, mener ſon cheval à l'écurie, lui donner à manger, conduire le nouvel arrivé dans ſa chambre, lui préſenter ce qu'il peut ſouhaiter, & paſſer la nuit avec lui. Cela dure auſſi longtems que l'étranger reſte chez ſon hôte ; lorſqu'ils veut partir, la même fille ſelle le cheval, & plie le bagage : on ſeroit mal reçu ſi l'on s'y oppoſoit.

Les Avari.

Cette Nation habite les montagnes ſituées entre les *Czirkaſes*, le *Tauliſtan*, & la *Georgie ;* elle a une étendue de païs aſſez conſidé-

rable, qui comprend pluſieurs villages. Elle a des champs & des troupeaux : les habitans vivent en paix, & on ne peut pas les accuſer d'imiter leurs voiſins, les uns pourtant plus tranquilles que les autres : ils ſe ſervent les uns de fuſils, les autres d'arc, mais tous ont des ſabres ; ils ont une langue qui leur eſt propre, & ils ſont de la Religion des Turcs. Ils ſont gouvernés par pluſieurs petits Princes, qui ne ſont aſſujettis à perſonne. Le plus puiſſant d'entre eux, nommé *Usmey Awar*, ou *Umah Chan*, ſe préſenta en 1727 dans le Camp des Ruſſes, à la perſuaſion de l'*Usmey* des *Chaitaky* & *Karachaitaky*, & demanda à être pris ſous la protection du Czar : il prêta librement le ſerment de fidélité. Son deſſein étoit peut être de parvenir par le moyen des Ruſſes à ſoumettre les autres petits Princes de ſon païs : il ne le fit pourtant pas paroitre, il dit ſeulement que le ſuccès que les Ruſſes avoient dans ces contrées l'y engageoient, que d'ailleurs il n'étoit pas bien ſûr s'il ne pouvoit pas ſe vanter d'être Ruſſe d'origine : qu'il ſavoit qu'un de ſes prédéceſſeurs ayant été chaſſé de ſon païs dans une révolte avoit eu recours aux Ruſſes, qui l'avoient rétabli ſur le thrône ; qu'il avoit un Ecrit Ruſſe, que ce Prince chaſſé de ſon païs avoit apporté de Ruſſie, & qui avoit été ſoigneuſement conſervé par ſa famille ; qu'il ignoroit s'il étoit ſigné par l'Empereur des Ruſſes ou par quelqu'un des Princes de ſa Cour, parce qu'ignorant cette langue, il n'avoit trouvé perſonne qui la ſçut pour pouvoir lui expliquer cet Ecrit ; enfin que l'éloignement avoit ſans doute été cauſe, que la Ruſſie l'avoit comme oublié, ainſi que de ſon côté, ce même éloignement l'avoit empêché de penſer aux Ruſſes. Depuis ce tems ce Prince eſt compris parmi les vaſſaux de la Ruſſie. On a trouvé que cet Ecrit n'étoit point en langue Ruſſe, mais dans celle des Tartares, & qu'il étoit ſigné par un Prince Tartare nommé *Baty*, qui dans le XIV. Siècle vint du Zagathay fondre ſur la Ruſſie, qu'il dévaſta en partie.

Les

Les Kacheti.

Ce païs eſt ſitué au Sud-Oueſt du *Dſchahr*, & ſéparé du *Caballah* par de hautes montagnes : il eſt près de la *Georgie*, & renferme dans ſon étendue aſſez conſidérable nombre de beaux villages, parmi les quels *Karangatſch* eſt le plus grand, & en même tems la réſidence du Chan. Il s'y trouve beaucoup de champs & de troupeaux ; le païs a peu de montagnes, & près de *Kardwel*, Province de *Georgie*, il y a de très belles plaines. Les habitans ſont bien armés ; ils ſe ſervent de la langue des *Georgiens*, comme auſſi de cette langue qui eſt un mêlange de celle des Turcs, & de celle des Tartares : ils ſont Mahometans, quelques uns pourtant ſe diſent Chrêtiens. Ce païs faiſoit autrefois partie de la *Georgie ;* il en fut ſéparé lorsque dans le XV. ſiècle un Prince de *Georgie* partagea ſon païs en cinq Provinces, & en donna une à chacun de ſes fils, qui étoient pour lors Chrêtiens : ces cinq Provinces étoient, *Kardwel*, le païs des *Kacheti*, la *Mingrelie*, l'*Affchaſie*, l'*Imirette*, & *Guriel*. Depuis les trois dernieres Provinces tombèrent ſous la puiſſance des Turcs, & les deux premieres ſous celle des Perſes. Le Schah des Perſes s'empara des deux jeunes Princes, les fit conduire à *Iſphahan*, les éleva dans la Religion Mahometane, & les laiſſa jouïr de leur Province après la mort de leur père : il fut réſolu depuis que ce ne pourroit jamais être qu'un Mahometan qui fut Chan de *Kardwel*, ou du païs des *Kacheti :* on laiſſa cependant aux habitans la liberté de profeſſer la Religion qu'ils voudroient. Dans la ſuite des tems, le Chriſtianisme ſe perdit inſenſiblement dans cette derniere Province, & cela au point qu'à préſent il n'y en a même que peu qui portent le nom de Chrêtiens, quoiqu'ils ayent l'Ecriture ſainte & quelques Livres de dévotion en leur langue. On trouve bien encore dans le païs quelques Egliſes, mais les unes ſont abandonnées, & les autres ſont deſſervies par des Prêtres ignares, en ſorte que de néceſſité ces établiſſemens doivent périr entièrement. Dans la Province de *Kardwel*, ou de *Gurgiſtan*, il y a un plus grand nombre d'Egliſes & de Cloitres, & un aſſez grand nombre de Chrêtiens, mais on les contraint

ſous la domination de la Porte à embraſſer le Mahométisme: quelques uns ſont obligés de ſervir comme des Eſclaves. *Wachtar*, Chan de *Gurgiſtan*, ou Prince de *Kardwel*, embraſſa publiquement le Chriſtianisme en 1722, & ſe mit ſous la protection des Ruſſes; mais n'ayant pû en être ſoutenu, *Muhamed*, Prince des *Kacheti*, l'accuſa de rebellion auprès du Schach *Tachmaſip*, & demanda la permiſſion de le dépoſſeder, & de s'emparer de *Kardwel*: il l'obtint, & aidé des Peuples du *Lesgint*, des *Chaitaki*, & de quelques *Dageſtaniens* que l'eſpérance du pillage lui avoit attirés, il fit une invaſion dans la Province de *Kardwel* au mois de Decembre 1723. il s'empara de la Capitale nommée *Tiflis*, la fit piller, & chaſſa *Wachtan* qui ſe retira en Ruſſie. Les Turcs étant entrés l'année ſuivante en *Georgie*, *Muhamed* fut obligé de ſe ſoumettre à la Porte, de ſe contenter de ſa Province, & d'abandonner *Kardwel*, où les Turcs mirent un Bacha, dont *Muhamed* eſt obligé de ſuivre les ordres.

Schirwan.

Ce païs comprend les diſtricts de *Derbent*, *Muſchkura*, *Nieſavay*, *Schabran*, *Ruſtau*, *Scheſparah*, *Spiz-Bærmak*, *Schamachie*, *Cabbalah*, *Adgaſch*, *Baku*, *Sallian*, & *Dſchewath.*

Derbent.

La Ville, qui donne ſon nom à ce diſtrict, eſt ſituée aux bords de la Mer; ſes murailles s'étendent jusques au rivage, & elle eſt environnée de ces hautes montagnes qui bordent la mer, en ſorte qu'occupant la place qui ſe trouve entre les montagnes & la mer, elle eſt un paſſage général. La Ville eſt diviſée en quatre Quartiers ſéparés par des murailles: la haute Ville, ou le Château, eſt le plus petit, elle eſt ſituée ſur le haut d'une montagne, & commande les autres quartiers: c'eſt là qu'eſt la garniſon Ruſſienne, & elle y eſt ſeule; dans les deux quartiers du milieu ſe trouvent le *Naip*, les marchands, & les autres habitans,

tans; le dernier quartier eſt un deſert, qui n'eſt habité par perſonne. Les habitans ſe perſuadent, & croyent pouvoir le prouver par les documens de leurs Archives, qu' *Iskender*, ou *Alexandre* le Grand, eſt le fondateur de leur Ville: ils diſent même que ce Prince a non ſeulement bâti la haute Ville, mais encore la muraille qui s'étend au Nord de la Ville jusqu'à la mer, pour ſervir de défenſe contre les ſauvages qui habitoient alors une partie du païs, qui eſt ſituée au Nord de *Derbent:* le reſte de la muraille ne doit avoir été élevé que longtems après. Les pierres de ce mur ont une forme aſſez particulière, on diroit à les voir qu'ils ſont compoſés de coquilles briſées; on trouve encore de ces pierres dans quelques carrières, comme auſſi des coquilles entieres. On a de la peine à comprendre comment on a pû raſſembler aſſez de monde, & trouver aſſez d'argent, pour élever non ſeulement une ſi haute & ſi longue muraille, & les tours qui la bordent, mais encore les petites citadelles qui ſont hors des murs, le tout étant bâti de ces pierres taillées en quarré, & jointes enſemble avec de la chaux. On n'eſt pas moins étonné de voir les aqueducs, qui portent l'eau des ſources qui ſont ſur ces hautes montagnes, dans tous les quartiers de *Derbent*, tant au moyen de petits canaux, que par de grands canaux voûtés, dont on n'a encore découvert qu'une partie. Il y a pluſieurs reſervoirs dans la haute Ville, ſur terre & ſous terre; ces derniers ſont couverts de bâtimens: à l'Occident de ce premier quartier s'étend une longue muraille ornée de pluſieurs tours, & que les habitans diſent s'être étendue autrefois jusqu'à la Mer noire: aujourd'huy on la voit encore entière le long de deux bonnes milles d'Allemagne, au travers du *Tabaſſaran*, où elle paſſe ſur les montagnes; au delà on n'en trouve que des ruines, d'où les habitans de *Derbent* vont chercher des pierres pour leurs bâtiments. Aux environs de la Ville on trouve quantité de tombeaux avec des inſcriptions en Arabe, en Perſan, en Chaldéen, en Turc, & dans l'ancien langage de *Kufi*, qui eſt presque entierement inconnu de nos jours: la plûpart de ces inſcriptions ont été gâtées par le tems, & il n'y a pas moyen de les déchiffrer. Le Sultan *Amurath* s'étant emparé de cette Ville, la ruina: le dernier quartier

qui

qui étoit habité par des Grecs, fut entièrement dévaſté. Le Schach *Abas* en ayant chaſſé les Turcs, y mit une forte garniſon de *Kyſilbaſches ;* c'eſt ainſi qu'on appelle en Perſe les vieux Soldats (*). On trouve hors de la Ville de fort beaux jardins, ſurtout de très belles vignes : le raiſin y eſt excellent, mais le vin qu'on en fait eſt médiocre. Le Major *Turkul*, Hongrois de Nation, ayant été chargé depuis par Sa Majeſté Imperiale d'avoir l'oeil à la culture des vignes, & à la maniere de faire la vendange, & de preſſer le raiſin, on en tire des vins rouges & blancs qui ſont trés bons. Le territoire de cette Ville n'eſt pas fort étendu; il eſt borné au Nord par le païs des *Chaitaki*, dont il eſt ſéparé par le fleuve *Derbach*, ſitué à 15 Werſtes de *Derbent ;* ce même fleuve ſert de ce côté là de frontière au *Schirwan*, vers le Midi ce territoire s'étend jusqu'au fleuve *Samura*, à 30 Werſtes de la Ville : vers l'Occident ſon étendue, bornée par les montagnes de *Tabaſſaran*, ne paſſe pas 8 Werſtes.

Sous le Gouvernement des Perſes il y avoit toujours à *Derbent* un Gouverneur, ou Sultan, & un Commandant, ou *Naip*. Le premier étoit nommé par le Schach; il commandoit non ſeulement à *Derbent*, mais encore dans les diſtricts de *Muſchkura*, *Nieſavay*, *Schabran*, *Ruſtau*, & *Spiz-Bærmak*. On livroit au Sultan les revenus de tout le païs, qu'il employoit en partie à l'entretien des fontaines, des murailles de la Ville, & des bâtimens publics, & en partie aux gages de l'Etat civil & à la ſolde de la garniſon : il en tiroit auſſi une penſion fort conſidérable : & comme le Schach lui donnoit encore annuellement, outre ce qu'il retiroit des revenus publics, une ſomme de 50 mille Roubles, pour faire les préſens qu'il croyoit convenables, & que d'ailleurs il n'étoit point obligé de rendre compte de l'adminiſtration des finances, il eſt facile d'imaginer, que le tréſor du Schach ne gagnoit rien à cette Province. Les deux Provinces de *Cuba* & de *Tabaſſaran* étoient obligées d'armer un certain nombre de ſujets au premier ordre du Sultan, & ces ſujets de le ſuivre partout où il jugeoit à pro-

(*) Ce qui revient à nos Invalides.

à propos d'aller. Le *Naip* étoit élû par les familles les plus conſidérables de *Derbent*, qui choiſiſſoient un de leurs membres, que le Schach confirmoit enſuite. Le Sultan s'étant retiré à *Iſpahan* lors de la révolte de 1720, le *Naip Immam-culi-bey* reſta à *Derbent*, & ſe voyant comme opprimé par les rebelles, il ſe mit en 1722 ſous la protection des Ruſſes, à condition que les privilèges de la Ville, & les ſiens, ne ſouffriroient aucune altération: il fut confirmé dans ſa place de Commandant, & même déclaré Général-Major de la Milice de *Derbent*.

Les habitans ſont Mahométans de la Secte d'*Ali*, leur langue eſt un compoſé de Tartare, de Perſan, & de Turc: cependant les Lettrés, qu'ils appellent *Hodſche*, & les Prêtres, ſe ſervent du Perſan dans toute ſa pureté, que le peuple entend fort peu.

Les habitans du *Derbent* ſont presque tous Soldats, ils peuvent mettre ſur pied 2000 hommes d'Infanterie, & 1000 hommes de Cavalerie, qui ſont ſoudoiés; ils ont quelques champs, des troupeaux & des jardins: ce ſont de bons Soldats. On trouve à *Derbent* beaucoup de Marchands *Perſans*, *Arabes*, *Indiens*, & *Georgiens*. On ne tire d'autre revenu public de tout le diſtrict, que ce que rapportent les droits d'entrée & de ſortie; ce qui ne va pas au delà de 1000 Roubles par an.

Muſchkura.

Ce diſtrict eſt dans une plaine, près de la Mer, entre les fleuves *Samura* & *Bælbælæh*: ce dernier le ſépare de *Schabran*; du côté de l'Occident il confine au diſtrict de *Cuba*: on n'y trouve aucune montagne; il n'y a point de Villes, autrefois on y voyoit de grands & de beaux villages, mais il ont été détruits dans la derniere révolte, les habitans en ont été maſſacrés en partie, & le reſte conduit à *Schamachie*: quelques uns ſont revenus depuis, & ont rebâti quelques demeures. Tout le diſtrict eſt un excellent païs; il a nombre de peti-

tes rivières, où il ſe trouve de bons poiſſons, des prairies, des bois, & des champs : les bois qui ont de fort beaux chênes, ont encore des arbres fruitiers, qui portent d'excellents fruits, comme des pommiers, des pruniers, des poiriers, des noiſettiers, des coignaſſiers, &c : la vigne y croit ſans culture, & s'étend le long des arbres, ce qui fait un beau coup d'oeil. Les prairies ſont presque toujours vertes, & quoiqu'elles ſouffrent beaucoup de l'ardeur du Soleil dans les Mois de Juin & de Juillet, elles n'en paroiſſent enſuite que plus belles : aux mois de Decembre & de Janvier, qui y ſont fort doux, on a le plaiſir de voir de l'herbe fraiche & de belles fleurs : on y conduit de fort loin des troupeaux de moutons. Ce diſtrict fournit encore du froment & du ris, non ſeulement à tout le *Schirwan*, mais encore aux *Dageſtaniens*, & en général à tous ſes voiſins. L'eau qui y coule des lacs de *Cuba* fait grand bien au ris, puisqu'il faut, pour qu'il réüſſiſſe, qu'il ſoit dans l'eau depuis qu'il eſt ſemé jusqu'à ce qu'il ſoit mûr. Autrefois on y faiſoit auſſi de la ſoye ; on eſt occupé à rétablir les fabriques ruinées dans le tems des révoltes.

Dans les villages qui ſont encore peuplés, il y a un *Kaucha*, ou *Ancien*, qui gouverne les autres : pluſieurs de ces *Kauchas* ſont ſous la juriſdiction d'un *Jusbaſchi*. Autrefois le Sultan mettoit à la tête de tout le diſtrict un *Darga*, qui recevoit les contributions, & les livroit à *Derbent*. Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux. Dans les grandes chaleurs de l'Eté ils quittent leurs villages, & ſe retirent vers les montagnes, où ils paſſent 3 ou 4 mois dans de petites habitations creuſées ſous terre. Leur langue eſt un compoſé de Turc & de Tartare : ils ſont Mahométans, & de la Secte des Turcs. Autrefois ils étoient appellés *Awgani*, (ce qui eſt peut-être la même choſe que *Alwani* & *Albani*, gâté par la prononciation,) ils étoient Chrêtiens : on trouve encore quelques villages d'*Armeniens*, dont les Prêtres ſont conſacrés par un Archevêque, qui réſide dans le Cloitre de St. *Grégoire* d'*Erivan* : ils ont été chaſſés par *Tamerlan*, ſe ſont retirés vers la Perſe, & s'y ſont établis : ils habiterent d'abord ſous des tentes en pleine cam-

campagne, jusqu'à ce qu'enfin ayant choiſi *Candahar* ſur les frontieres des *Indes* pour leur demeure, ils s'y ſont établis, en conſervant leur nom & leur façon de vivre. Leurs Prêtres étant morts peu à peu, & manquant de ſujets pour les remplacer, ils ont été gagnés inſenſiblement par leurs voiſins, & ont embraſſé le Mahométisme. Ce ſont ces *Awgani*, avec le ſecours desquels *Myr-Mahmud*, fils de *Myr-Ways*, à préſent l'*Eſchref*, a fait de ſi grands progrès.

Nieſaway.

Ce diſtrict eſt ſitué près de *Muſchkura*, dans une plaine où pluſieurs ruiſſeaux vont gagner la Mer. Les champs, y ſont comme dans quelques endroits de *Schabran*, ſi gras que les habitans ſont obligés d'atteler à leur charrue 6 ou 8 bœufs, & quelquefois davantage. Il y a là quelques villages, qu'on appelle les villages de *Nieſaway*, qui ont leurs Anciens, & qui avoient autrefois pour Commandant le *Darga* de *Muſchkura ;* c'étoit là où les frégates Ruſſes abordoient avant la rebellion : ces frégates aſſez mal bâties n'y trouvoient point de port, les côtes étant remplies de ſable mouvant ; pour aborder elles attendoient que le vent du Levant les chaſſât du côté des terres, où elles repoſoient ſur le ſable, & ſe trouvoient bientôt tranquilles & aſſurées comme dans un port, au moyen du ſable que les vagues y portoient, & qui, quoiqu' agité perpétuellement, ne laiſſoit pas de tenir ces frégates comme envelopées. Lorsqu'elles devoient partir, on attendoit le vent du Couchant, qui chaſſant les vagues du côté oppoſé, écartoit par là le ſable, en ſorte qu'en levant l'ancre & en déployant les voiles, on partoit ſans peine.

Il y avoit à cet endroit un aſſez grand commerce entre la Ruſſie, la Perſe, & les *Dageſtaniens ;* les droits d'entrée & de ſortie y étoient aſſez conſidérables : ces droits appartenoient au Chan de *Schamachie*, parce que les marchandiſes venoient de là & y repaſſoient communément : il y avoit auſſi ſur les côtes pluſieurs Douanes, mais tout cela a

été ruiné par les rebelles, & le commerce y a presque été éteint. Toutes ces côtes étant depuis 1726 ſous la domination de la Cour de Ruſſie, les frégates Ruſſes ne ſont plus dans la néceſſité de venir aborder à cet endroit, elles peuvent jetter l'ancre où elles veulent: auſſi n'y viennent elles plus. Les habitans n'y vivent à préſent que de leurs champs & de leurs troupeaux, comme ceux de *Muſchkura;* la Religion & la langue ſont les mêmes que dans ce dernier diſtrict.

Schabran.

Schabran eſt ſitué près de la Mer: il eſt borné au Nord par *Nieſaway*, dont il eſt ſéparé par le fleuve *Bælbælæh ;* au Midi par les montagnes de *Spez-Bærmæk*, & à l'Occident par les montagnes de *Ruſtau* & de de *Sches parah.* Ce diſtrict a ſon nom d'un ancien bourg qui a été ruiné depuis, & qui étoit environné de pluſieurs beaux villages, qu'on eſt occupé à rétablir peu à peu : du côté des montagnes de *Ruſtau* on trouve encore les ruines d'un ancien Château nommé *Tſchara Kale.* Le diſtrict a de très beaux champs, de bons pâturages, & de grandes prairies verres toute l'année : c'eſt ce qui engage des *Uluſes* à venir avec leur *Kibitken*, (c. a. d. des familles entieres avec leurs tentes, ou leur huttes portatives,) habiter pendant l'hyver ces belles plaines: elles viennent des montagnes, & menent avec elles leurs troupeaux, en payant quelque choſe aux propriétaires : dans ces tems il eſt agréable de voir camper dans ces grandes plaines une quantité de familles, que des troupeaux nombreux environnent. Chaque village a ſon Ancien, ſous les ordres de pluſieurs *Jusbachi*, à la tête desquels on met un *Darga :* celui-ci décide de toutes les quérelles conjointement avec le *Calife*, & leve les revenus du païs qu'il livre à *Derbent.* Dans la derniere rebellion le *Darga* & les *Jusbaſchi*, qui tomberent entre les mains des rebelles, furent tous, ou maſſacrés, ou faits eſclaves.

Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux : ils recueillent beaucoup de ris, & ont quelques fabriques de ſoye : leur

langue

langue eſt un mêlange de Turc, de Tartare, & de Perſan: depuis 1727 ils reconnoiſſent la ſouveraineté de l'Empire de Ruſſie. Comme *Schamachie* tire la plus grande partie de ſes grains de *Muſchkura*, & que ces grains n'y peuvent être transportés que ſur des chameaux & des chevaux de bât, parce qu'il faut traverſer des défilés qui s'étendent depuis *Schabran* jusqu'à *Schamachie*, le Chan de ce dernier endroit, qui voyoit que *Schabran* tomberoit en partage à la Ruſſie dans la démarcation des limites, ſentit que *Schamachie* ſeroit toujours à la diſcrétion des Ruſſes; & pour obvier à cet inconvénient il tâcha de gagner la Porte, par des préſents & par des repréſentations, pour qu'on fit quelques changemens à cet égard: il n'avoit pas tort, car la démarcation trainée en longueur à cauſe de cela par les Turcs pendant près de deux ans, ne fut pas plutôt faite, que la Cour de Ruſſie défendit qu'on tranſportât ſans une permiſſion expreſſe des grains à *Schamachie*.

Ruſtau.

Ruſtau eſt ſitué dans les montagnes: au Nord il eſt borné par *Cuba*, à l'Occident par le bas *Dageſtan*, au Midi par *Schamachie*, dont il eſt ſéparé par les montagnes de *Kulladahr*, & à l'Orient par *Schabran* & *Sches-parah*. Ce diſtrict eſt fort étendu: il a pluſieurs villages diſperſés à cauſe des montagnes; *Ruſtau* eſt le plus conſidérable, il a donné ſon nom à la Province. Autrefois ces villages avoient leur Commandant, nommé *Aſſan-Kallas*; ces Commandans prirent pendant la rebellion le titre de *Jusbaſchi*, qui ne convient qu'aux militaires, mais qu'ils ont pourtant conſervé. Les habitans ſont de la Religion des Turcs, & leur langue eſt un mêlange de Turc & de Tartare: ils ont de bons champs, des troupeaux, & tout ce qui eſt néceſſaire à leur ſubſiſtance; ils ont auſſi quelques plaines entre les montagnes, ſurtout près de *Ruſtau*; ils ſont opiniâtres, bien armés, & prétendent être exempts de ſervir en tems de guerre, auſſi ſe ſont-ils oppoſés aux détachemens, qu'on envoyoit de *Derbent* pour les obliger à payer les contributions, & les ont-ils renvoyés ſouvent avec beaucoup de perte.

Dans la derniere révolte ils ſe déſunirent: une partie ſe retira plus loin dans les montagnes, & ſe joignit aux habitans du bas *Dageſtan*, l'autre qui étoit la plus forte ſuivit le Bey *Daud*. Ce Bey bâtit en 1724 le fort de *Tangæh* ſur un roc fort eſcarpé, & il fit élever une forte muraille ſur le ſeul paſſage par où ce fort eſt acceſſible. Comme on apprit à la Porte, dans le tems de la démarcation des limites, que cet endroit qui devoit néceſſairement tomber en partage aux Ruſſes, étoit imprenable, le Traité par rapport aux limites commença à ſouffrir de grandes difficultés, & les Turcs l'auroient renverſé avec plaiſir, ſi la choſe avoit été faiſable. Mais les Ruſſes s'en étant emparés en 1727, durant les pourparlers, & en ayant chaſſé la garniſon du Bey, les Turcs s'accommoderent à la fin, & les limites furent marquées de façon qu'une petite partie de ce diſtrict reſta à la Porte, la plus grande avec le village de *Ruſtau* ayant été cedée à la Ruſſie. Comme *Tangæh* eſt effectivement un endroit fort important, & qu'il eſt ſitué près d'un défilé qui n'a que trois braſſes de largeur, les deux côtés étant bordés d'un roc fort eſcarpé; on y a mis une forte garniſon, tant pour contenir les *Dageſtaniens*, que pour s'aſſurer de la fidélité des habitans.

Sches-parah.

Sches-parah eſt ſitué entre *Ruſtau* & *Schabran*, dans les montagnes au deſſus de *Muſchkura* & de *Nieſaway*: il ne renferme que 6 villages ſitués aſſez près les uns des autres: ces villages ont leur *Jusbaſchi*, & un *Caliſe*, qui comme le *Cadi* termine leurs différens. Les habitans vivent la plûpart du tems ſous des rentes, habitent les montagnes pendant l'été, & ſe retirent en hyver à *Schabran*: ils vivent de leurs troupeaux; ce ſont d'aſſez bonnes gens, qui vivent fort tranquillement; ils parlent le Turc, le Tartare, & le Perſan, mais n'écrivent qu'en cette derniere langue: ils ſont Mahométans, & de la Secte des Perſes. Le Sultan *Amurath* s'étant emparé de cette contrée eut beaucoup à ſouffrir des habitans, qui lui cauſerent de grandes pertes,

ce

ce qui porta les Turcs à agir avec eux avec la plus grande dureté ; ils les diſperſerent & en maſſacrerent une bonne partie. Le Schach *Abas* ayant chaſſé depuis les Turcs de cette Province, les habitans y ſont revenus, quoiqu'en petit nombre, & y ont rétabli leurs habitations : ils ont auſſi eu beaucoup à ſouffrir de la part des rebelles, & ſe ſont vûs dans la néceſſité de ſe cacher dans les montagnes; auſſi témoignerent-ils beaucoup de joye lorsqu'ils apprirent en 1727, qu'ils étoient échus en partage aux Ruſſes.

Spiz-Bærmæk.

Spiz-Bærmæk eſt une chaine de montagnes qui s'étend vers la Mer, étant bornée au Nord par *Schabran*, à l'Occident par les montagnes de *Dubrec*, & au Midi par une plaine qui va joindre *Baku*. Au bas de ces montagnes, à 3 Werſtes environ de la mer, on voit un roc fort élevé, qui a l'air d'une tour, & qu'on apperçoit de fort loin lorsqu'on eſt ſur la mer: au pied de ce roc eſt un *Carwanſeray*, ou *Cabaret*, bâti pour les paſſagers, on y trouve ſur les murs les noms de plus de 100 perſonnes; ce ſont des noms de Juifs, de Ruſſes, d'Allemands, de François, de Suedois, de Polonois, d'Arméniens, & d'Indiens, que le commerce, ou des ambaſſades, ont fait paſſer là. Entre ces montagnes, qui ne ſont pas fort élevées, & qu'on voit couvertes de petites prairies, on trouve quelques villages: chacun a ſon Ancien, ou ſon *Kauchah*, dont un certain nombre ſe trouve ſous un *Jusbaſchi*. Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux: comme ils ont beaucoup de pâturages, ils ont une grande quantité de moutons, & l'on y en conduit des montagnes éloignées un grand nombre d'autres ; leur langue eſt un mêlange de Turc & de Tartare, ils ſont de la Religion des Turcs, & dans la démarcation des limites, ils ont été reconnus ſujets de la Cour de Ruſſie.

Les revenus que rapportent au Souverain les diſtricts de *Derbent*, que nous venons de parcourir, conſiſtent dans les articles ſuivants.

Les

Les ſujets donnent la dixme du froment, de l'orge, du ris, &c. & la cinquième partie de ce qu'ils recueillent de ſoye : ils payent un demi rouble d'impôt pour un bœuf, & autant pour un arpent de terre : pour les places qui leur ſont aſſignées dans les prairies, où ils menent paître leurs troupeaux, ils payent à raiſon de l'étendue du terrain depuis 10 jusqu'à 50 Roubles. Quelques villages ne payent qu'un certain *quantum* pour toute l'année : d'autres qui ſont habités par des *Schcichi*, c'eſt ainſi qu'ils appellent leurs Prêtres, ſont entierement affranchis de toute eſpece d'impôts. La plus grande partie des revenus en argent eſt tirée des amendes, car c'eſt de cette maniere qu'on punit le plus grand nombre des coupables, ces amendes s'étendent depuis 5 jusques à 100 Roubles : elles ſont impoſées par le *Calife*, le *Cadi*, ou le *Darga :* cependant ces revenus ſont peu conſidérables, le païs étant ruiné.

Schamachie.

La Ville de *Schamachie*, qui donne ſon nom à ce diſtrict, n'eſt qu'à douze heures de la mer : elle eſt environnée de montagnes, & n'a que le côté du Midi, qui ſoit bordé de plaines ; les montagnes, qui ſont près de la Ville, ne ſont pas fort hautes, mais celles qui ſont plus éloignées, le ſont d'autant plus. La Ville eſt grande, & a pluſieurs belles maiſons bâties à l'orientale : autrefois elle n'avoit point de murailles, mais le Bey *Daud* s'en étant emparé, la fit environner de murs. Le commerce y fleuriſſoit autrefois ; la grande manufacture de ſoye y avoit attiré beaucoup d'argent, & les Marchands Indiens, Turcs, & Perſans, y venoient en foule : mais le dernier ſaccagement de cette Ville ayant tout ruiné, & les Provinces, qui lui fourniſſoient des grains, ayant été cédées aux Ruſſes, elle n'eſt plus qu'une ombre de ce qu'elle étoit autrefois. Son diſtrict eſt borné à l'Orient par les montagnes de *Dubrar*, au Nord par celles de *Kallandar* & de *Ruſtau*, à l'Occident par le *Caballah*, & au Midi par de grandes plaines qui s'étendent jusqu'au fleuve *Kura*. On voit aſſez près de *Schamachie* d'anciennes

ciennes ruines, qui marquent ſans doute qu'il y avoit là autrefois une Ville : à une demie lieuë de là on voit un roc s'élever au milieu des montagnes, & ſur lequel on ne peut monter que par un ſentier fort étroit ; on trouve ſur le haut de ce roc des ruines d'un ancien Château, & un puits : les habitans appellent ce Château ruiné *Kyscale*, c. a. d. Château pris par une fille, mais ils ignorent pourquoi il eſt ainſi nommé, par qui, & quand il a été bâti. Sous la domination des Perſes les habitants étoient presque tous marchands ; ils ſe ſervoient en parlant d'un mêlange de Turc, de Perſan, & de Tartare, mais en écrivant ils employoient le Perſan dans ſa pureté, ou le *Fars:* eux & leur Chan étoient Mahometans, de la Secte des Perſes, & paſſoient pour être polis & doux. Mais, après le ſac de cette belle Ville, la Secte des Turcs a pris la place de celle des Perſes, & ceux qui ont paru attachés à la derniere, ont été, ou maſſacrés, ou diſperſés, ou vendus comme eſclaves, en ſorte que, s'il en reſte encore, il faut que ce ſoit en cachette : le Bey a ſubſtitué à ces habitans une troupe de brigands, qui parlent le Tartare & le Turc, de maniere que ce païs a entierement changé de face.

Sous le Gouvernement des Perſes, il y avoit toujours un Chan à *Schamachie*, qui étoit non ſeulement Gouverneur de ce diſtrict, mais à qui les Sultans, *Naips*, *Dargas*, *Kallandohrs*, & autres Gouverneurs du *Schirwan*, étoient obligés d'obéïr, & qui faiſoit une grande figure. Il recevoit tous les revenus de ces Provinces, & ne rendoit jamais de compte ; ce qui eſt le privilège de tous les Chans de la Perſe.

Le dernier fut maſſacré en 1720, par le Bey *Daud*, dans la priſe de *Schamachie*, & les principaux de la Ville eurent le même ſort : cette Ville reſta trois ans entre les mains de *Daud :* en 1723 il fut obligé de ſe ſoumettre aux Turcs : en 1728 il fut arrêté, & on mit à ſa place le Chan *Surchai*. Ce *Daud*, ou *David*, habitant de *Muſchkura*, ayant fait un pélerinage à la Mecque, prit le ſurnom de *Hadzi*, ou pélerin, & s'étant mis à la tête d'un parti de brigands, il prit celui de Bey, & ſe fit appeller *Hadzi Daud-bey :* c'eſt un homme tout fait aux intri-

gues, & dont la phyſionomie eſt bien celle d'un tiran : voici comment il ſe détermina à la révolte, dont il a déjà été queſtion pluſieurs fois. *Myr Mahmud* s'étant révolté en 1720, entra en Perſe, & y mit tout à feu & à ſang : le Schach, qui par le dérangement de ſes finances, ne ſe trouvoit pas en état de repouſſer ce rebelle, envoya de gros préſens au *Scham Chal* & à l'*Usmey*, avec l'ordre d'aſſembler autant de troupes qu'ils pourroient, & de les mener auſſitôt à ſon ſecours : ils le firent, ils raſſemblerent toutes les troupes qui étoient ſous leurs ordres, & les envoyerent en Perſe, ſous le commandement de *Surchai*, Chan des *Chaſſu-Kumuki*. Dans le même tems, *Daud*, qui s'étoit ſauvé de *Derbent*, où il étoit en priſon à cauſe de quelques brigandages, aſſembla une troupe de mille hommes, ou plutôt de mille brigands, & ſuivit de près le Chan *Surchai*, ſous prétexte qu'il conduiſoit ce ſecours au Schach des Perſes, & qu'il cherchoit à lui donner par là une preuve de ſa fidélité : il l'atteignit encore dans le *Schirwan*, & lui repréſenta qu'ils avoient à préſent une belle occaſion de faire eux-mêmes leur fortune, ou du moins de s'enrichir : qu'ils commandoient une troupe conſidérable, avec laquelle ils pouvoient entreprendre de grandes choſes, puiſque le Schach étoit embarraſſé avec *Myr-Mahmud*, & que perſonne d'ailleurs ne pouvoit s'oppoſer à leur deſſein. Le Chan *Surchai*, qui avoit été fort lié avec lui autrefois, & qui avoit entrepris avec lui quelques uns de ces coups de main, qui avoient réuſſi, ſe laiſſa perſuader : ils publièrent l'un & l'autre, qu'ils avoient été choiſis de Dieu même, pour délivrer les véritables Croyans du joug que les Perſans leur avoient impoſé, & ſous lequel ils gémiſſoient ; ajoûtant qu'ils eſpéroient que tous les bons Muſulmans ſe joindroient à eux, & voudroient bien travailler avec eux à la liberté commune. Cela fit ſon effet, & les deux Chefs de ce parti raſſemblerent en peu de tems une grande quantité de brigands. A la tête de ces gens ils pillèrent tout le *Schirvan* & *Cuba*, s'emparerent de *Schamachie*, y firent maſſacrer tous les Muſulmans de la Secte des Perſes, & leur Chan, y trouverent de grands tréſors, & firent de cette Ville leur place d'armes & leur réſidence. Mais les troupes Ruſſiennes étant entrées en 1722

dans

dans le *Schirwan*, le Bey *Daud*, & le Chan *Surchai*, ne crurent pas pouvoir leur réſiſter, & chercherent à ſe concilier l'amitié de la Porte. En 1723, Sa Hauteſſe les prit ſous ſa protection avec tous les habitans du *Lesgint*; elle déclara le Bey *Daud* Chan du *Schirwan*, au grand regret du Chan *Surchai*, & lui donna *Schamachie* pour réſidence. Les Turcs firent d'abord beaucoup de cas de *Daud*, lui donnerent pluſieurs marques d'une ſinguliere faveur; & le Bacha *Cara Mustapha*, ſous les ordres duquel ſe trouvoient toutes les troupes, que les Turcs avoient dans le *Schirwan* & le *Karabah*, eut pour lui toutes les complaiſances poſſibles: il étoit cependant obligé de donner à la Porte un tribut aſſez conſidérable en argent & en grains, & de faire de tems à autre des préſens au Bacha & aux premiers Officiers du Sultan; s'il le négligeoit, on le lui rapelloit poliment en lui imputant quelques contraventions au Traité, ou quelques démarches contraires aux intérêts de la Porte. De cette maniere dépouillé inſenſiblement de toutes ſes richeſſes, il fut obligé de ſurcharger *Schamachie* d'impôts, & d'épuiſer ce qu'il avoit amaſſé: n'ayant plus rien, il perdit bientôt tout ſon crédit, & voyant après cela qu'il n'avoit pas grand' choſe à eſpérer de l'avenir, il jetta les yeux ſur la Ruſſie; il offrit aux Ruſſes de leur ſoumettre *Schamachie* & tout le païs où il commandoit: mais les Traités qui ſubſiſtoient entr'eux & la Porte *Ottomane*, le leur firent refuſer. Dans le même tems les Turcs cherchoient à gagner le Chan *Surchai*, qui demandoit la dépoſition du Bey *Daud:* il n'en fallut pas davantage pour faire arrêter ce dernier, ce qui arriva au Mois de May 1728: il fut conduit priſonnier avec toute ſa famille à *Jenidzche*; ſon ſucceſſeur *Surchai* peut s'attendre au même ſort, car c'eſt là la politique des Turcs.

Caballah.

Le *Caballah* eſt ſitué dans une grande plaine, à l'Occident de *Schamachie*, entre des montagnes dont il eſt presqu'environné. Ce diſtrict eſt compoſé de pluſieurs beaux villages; il étoit autrefois gouverné par un *Naip*, qui y étoit envoyé par le Chan de *Schamachie;* le ſol en eſt

excellent, les champs & les prairies ſuffiſent abondamment aux beſoins des habitans, le fruit y eſt très bon, ſurtout les chataignes, les figues, & les grenades. Autrefois on y faiſoit beaucoup de ſoye, qui étoit livrée à *Schamachie*, mais la guerre a tout ruiné. Les habitans parlent une langue, qui eſt un mêlange de Turc, de Tartare, & de Perſan : ils étoient pour la plûpart de la Secte des Perſes, avant les malheurs du *Caballah*, mais *Surchai* s'étant apperçu que les contrées ſituées près de la mer ſeroient cédées aux Ruſſes dans le Traité de paix, qu'ils alloient faire avec les Turcs, il obligea une quantité d'habitans de ces contrées, & ſurtout de *Muſchkura*, d'aller s'établir dans le *Caballah* & dans le diſtrict d'*Agdaſch*, & d'y rebâtir les habitations détruites, ce qui fut cauſe que ce diſtrict eut dans la ſuite des habitans de la Secte des Turcs : il tomba en partage aux Turcs dans la démarcation des limites. *Surchai* ayant fait mine en 1727 de ſe jetter du côté des Ruſſes, la Porte ſe vit obligé de lui ceder ce diſtrict.

Agdaſch.

Agdaſch eſt ſitué à l'Occident du *Caballah* : ce diſtrict eſt plus petit que celui de *Caballah*, ſous lequel il eſt quelquefois compris, mais ſes villages ſont auſſi beaux & auſſi grands, que ceux de cet autre diſtrict. Les habitans ont leurs Anciens ; quelques Anciens ont un *Jusbachi* à leur tête, & tous ces petits chefs dépendent du *Naip* de *Caballah* ; la Religion & la langue ſont les mêmes que celles du diſtrict voiſin : dans la démarcation des limites celui-ci eſt echû aux Turcs. Le *Caballah* ayant été cédé au Chan *Surchai*, *Agdaſch* fut pris à force ouverte, comme nous l'avons dit.

Baku.

La Ville de *Baku*, ou *Bakchu*, comme prononcent les Perſes, dont le diſtrict a le nom, eſt ſituée aux bords de la Mer ; elle n'eſt pas fort grande, mais elle eſt fortifiée, & a toujours eu un Sultan, qui dépendoit

doit du Chan de *Schamachie*, & dont relevoit un *Naip*, qui étoit Gouverneur du plat-païs. Le diſtrict eſt borné au Nord par les montagnes de *Spiz-Bærmæk*, à l'Occident par *Schamachie*, & par les montagnes, nommées *Dubrar*, au Midi par une forêt, qui s'étend jusqu'à *Sallian* & au fleuve *Kura* : il a peu d'habitans, parce que le ſol y eſt trop ferme, & que l'eau y manque; du côté des montagnes on ne trouve pas, à plus de deux journées de chemin, le plus petit ruiſſeau. Les villages ſitués de l'autre côté, vers *Schamachie* & *Sallian*, ont été ruinés dans la derniere révolte. Les habitans diſperſés commencent à ſe raſſembler, & à rétablir leurs habitations détruites & abandonnées: il n'y avoit presque dans la Ville avant la révolte que des *Kyſilbaſchi*, ou Soldats Perſans, qui devoient contenir dans leur devoir les habitans du païs. Ceux qui habitent le plat-païs vivent de leurs champs & de leurs troupeaux ; ils ont beaucoup de chameaux, qui leur ſervent à transporter des marchandiſes de *Schamachie* à *Baku*. Dans la Ville on parle le Turc, le Tartare, & le Perſan : hors de la Ville on ne parle guères que le Turc & le Tartare. La Ville fut bombardée en 1723, n'ayant pas voulu ſe rendre, & la brêche étant faite, elle capitula : les privilèges des habitans furent confirmées. Après la priſe de *Baku*, le Sultan qui y commendoit, accuſé par le plus ancien des *Jusbaſchi*, d'être en intelligence avec les rebelles, & en correſpondance avec le Bey *Daud*, fut mis aux arrêts, & envoyé en exil en Ruſſie : le *Jusbaſchi* obtint le commandement de la Ville, & on mit les *Kyſilbaſchi* ſous ſes ordres. Mais, comme on decouvrit l'année ſuivante, que ce nouveau Gouverneur tramoit avec les *Kyſilbaſchi* quelque conſpiration, qu'il vouloit ſurprendre la garniſon & la faire paſſer au fil de l'épée, & que pour cet effet il s'étoit adreſſé au Bey *Daud*, dont il attendoit un puiſſant ſecours, on ſe prépara à le faire arrêter, mais il eut le tems de ſe ſauver avec les principaux des conjurés ; les autres furent ſaiſis, quelques uns ſe juſtifièrent, & ceux qui ne purent ſe diſculper d'avoir trempé dans ce complot, furent exilés en *Siberie* : cet endroit ſe trouva dépeuplé par là, & ne garda que quelques habitans, parmi leſquels ſe trouvent quelques *Indiens* & *Arméniens*, dont le commerce

n'eſt pas fort important. La place de *Jusbaſchi* n'a point été donnée; les Juges de la Ville, & le *Naip* du plat-païs, ont été mis ſous les ordres du Commandant de la Forteresſe.

Sa Majeſté Impériale jouit à préſent de tous les revenus du païs, dont la plus grande partie ſe tire du ſel, & du *Naphte*, ou *Petroleum*. Le ſel ſe receuille des Salines ſituées aſſez près de *Baku;* on fait évaporer l'eau au Soleil, & les lacs d'où il eſt tiré en fourniſſent abondamment. Le Naphte paſſe en Perſe où l'on s'en ſert dans les lampes au lieu d'huile : on vient l'y prendre par terre & par mer, les frégates (*Kirzim* ou *Sandale*) en chargent beaucoup, en ſorte que le revenu tiré de cette eſpece de bitume monte bien à 50 mille Roubles par an : les ſources d'où on le tire, ſont à un bon demi-mille d'Allemagne de *Baku*, elles en produiſent continuellement, les unes du Naphte blanc, les autres du noir. Près de là on voit une place qui eſt toujours en feu, par la raiſon ſans doute que la terre y eſt fort bitumineuſe, & qu'il y découle continuellement du Naphte des ſources voiſines. Les habitans ſe ſervent de cet endroit pour y cuire leur chaux, ce qui leur eſt fort avantageux, le bois y étant d'une extrême rareté : on choiſit pour cela un petit eſpace de terrain, & après y avoir fait un trou on y jette les pierres, qu'on couvre enſuite avec la même terre; au bout de deux jours la chaux eſt cuite. Ceux qui travaillent là, y demeurent auſſi; lorsqu'ils ont beſoin de lumiere, ils creuſent un trou dans leur chambre d'un demi pied de profondeur, y enfoncent un petit jonc de la longeur d'un pied, au bout duquel ils mettent du feu, qui y eſt entretenu par l'exhalaiſon bitumineuſe, & qui éclaire ſans conſumer le jonc, auſſi longtems qu'on veut.

Sallian.

Ce diſtrict s'étend près de la Mer, le long des deux côtés du fleuve *Kura*, presque jusques à *Dſchewath :* il y a de côté & d'autre de beaux villages, mais ſurtout de celui du Nord. Dans le tems que la paix regnoit

regnoit dans ces contrées, ce païs floriſſoit ; pluſieurs habitans de *Schamachie* y avoient des biens conſidérables. Les villages ſont aſſez près les uns des autres, on a creuſé des canaux qui tirant l'eau du fleuve *Kura* arroſent les Campagnes : ce fleuve a pluſieurs débouchés dans la Mer ; pendant les mois de May, de Juin, & de Juillet, il enfle beaucoup, à cauſe de la fonte des neiges, & alors il couvre de ſes eaux tout le terrain qui n'eſt pas fort élevé. Mais cette inondation engraiſſe la terre, & les *Mugamtzi*, ainſi que les *Schaſſuantzi*, qui paſſent l'été de l'autre côté du fleuve, & près de la riviere nommée *Araxe*, viennent l'hyver porter dans ces contrées leur tentes, & y conduire leurs troupeaux qui trouvent de gras pâturages ; ils payent pour cela une petite ſomme aux propriétaires. C'eſt ce qui eſt cauſe que ces peuples, & ceux du *Sallian*, ont les meilleurs chevaux de tout le païs. Il ſe trouve auſſi dans ce diſtrict une pêche abondante, qui étoit autrefois affermée à 15000. Roubles. Les voyageurs qui veulent paſſer en Perſe, s'embarquent ici, & payent un droit de paſſage.

Les habitans de ce diſtrict ont de bons champs & de beaux troupeaux : ils reſſemblent un peu aux Tartares, ils ſont Mahométans, les uns de la Secte des Turcs, les autres de celle des Perſes ; ils ſe ſervent de cette langue, qui eſt un mêlange de Turc, de Tartare, & de Perſan. Il y a toujours eu un Sultan à *Sallian*, qui jouiſſoit de la moitié des revenus du païs, & qui rendoit l'autre au Chan de *Schamachie* : il avoit ſous lui un *Naip*, qui commandoit dans le plat-païs.

Baku ayant été pris, & les Ruſſes ayant fait ſommer toutes les Provinces ſituées le long des côtes de la Mer de ſe ſoumettre à leur Empire, le Sultan de *Sallian*, le Bey *Haſſan*, fut le premier à obéïr, & a prêter le ſerment de fidélité. Il demanda du ſecours contre les entrepriſes du Bey *Daud* & de ſes partiſans ; & on lui donna une Garniſon de 500 hommes, commandée par un Lieutenant Colonel, qui s'établit ſur une Iſle du fleuve *Kura*. *Haſſan* traita dabord cet Officier fort poliment ; il alloit ſouvent le voir & l'invitoit chez lui, mais au bout de quatre mois, l'ayant engagé à venir le trouver, il le fit maſſacrer avec les autres Officiers, & prit le parti du Bey *Daud*. Ce diſtrict étant

étant en ſuite tombé en partage aux Ruſſes dans la démarcation des limites, & la poſſeſſion en ayant été priſe ; *Huſſan* fut obligé de ſe ſauver, il ſe tient encore chez les *Mugamtzi.* Les Ruſſes ont bâti ici un petit fort, qui comme tout le diſtrict ſe trouve ſous les ordres du Commandant de *Baku.*

Dſchewath.

Dſchewath eſt ſitué près du fleuve *Kura*, là où le fleuve *Araxe* s'y jette : ces deux fleuves ſont fort rapides, & leur eau fort trouble : le diſtrict eſt très petit, mais les champs & les prairies ne ſauroient être meilleurs ; autrefois on y recueilloit beaucoup de ſoye, il y avoit auſſi des Manufactures, qui ont été détruites par les rebelles ; on eſt occupé à les rétablir, mais cela va bien lentement. Les habitans ſont de la Religion des Turcs, & ils ſe ſervent du Turc & du Tartare mêlés enſemble. *Dſchewath* eſt un gros bourg, qui eſt voiſin de quelques villages : ces villages ont leurs Anciens & leurs *Jusbaſchi*, qui reçoivent les revenus, qu'ils livroient autrefois au Chan de *Schamachie ;* aujourd'hui ils les envoyent à *Sallian* & à *Baku.* Le bourg a été cédé aux Ruſſes, le reſte aux Turcs : la ligne qui ſépare les deux territoires paſſe tout près du bourg.

Outre les Nations dont nous avons parlé, ils s'en trouve encore quelques autres diſperſées, ça & là : comme des *Arméniens*, des *Arabes*, & des *Juifs.*

Les Arméniens habitent pluſieurs villages des diſtricts de *Muſchkura*, de *Ruſtau*, & de *Caballah :* il y a auſſi des Marchands *Arméniens* à *Derbent*, à *Baku*, & à *Schamachie :* dans ce dernier endroit ils occupent des ruës entieres. Ils parlent non ſeulement leur langue maternelle, mais encore celle du païs où ils vivent : ils ſont attachés en partie à la Religion Catholique, & en partie à la Grecque : les premiers ont leur Prêtres avec eux, qu'ils cachent ſoigneuſement ; celui qu'ils ont a préſent, eſt un Jeſuite François, nommé le Père *Bachoud :* les autres ont des Prêtres qui leur ſont envoyés d'un Cloître Arménien près

près de *Schamachie*, ou du Couvent de *S. Grégoire* près d'Erivan : leurs livres de dévotion ſont, en partie écrits, & en partie imprimés à Veniſe. Ceux qui ſe trouvent dans les villages, vivent de leurs champs, & de leurs troupeaux ; ils ont leurs Anciens, nommés *Kauchak*, & leurs *Jusbaſchis* ; outre le tribut ordinaire ils payent encore un impôt annuel, nommé *Haradſch*. Leurs villages ont été ruinés dans la derniere révolte, & les rebelles leur ont enlevé femmes & enfans, qu'ils ont vendu comme eſclaves : ceux qui ont pû ſe ſauver dans les montagnes & s'y cacher, reviennent à préſent, ſurtout dans le territoire qui appartient aux Ruſſes, & y rebâtiſſent leurs habitations dévaſtées. A' *Schamachie* ils ont une place, où ils demeurent enſemble pour ne pas ſe mêler avec les infideles. A' préſent ils ſont obligés, par les ordres du Chan *Surchai*, de porter comme les Juifs un plaſtron jaune ſur la poitrine, afin que les Muſulmans puiſſent les diſtinguer, les éviter, & ne pas commettre le crime de les ſaluer. Il y en avoit beaucoup dans le *Caballah*, & comme ils étoient en état de donner de fortes contributions, *Daud* les y ſouffroit avec plaiſir. Le Bey ayant donné à ſon fils la place de *Naip* du *Caballah*, celui-ci les tourmenta beaucoup ; il chercha à leur faire embraſſer le Mahométisme, & pluſieurs furent circoncis par ſes ordres. *Daud* qui vit cela, leur fit ſavoir ſous main, que ce n'étoit pas par ſon ordre ni de ſon conſentement qu'on les perſécutoit, & que s'ils vouloient lui faire un gros préſent, il les rétabliroit dans la liberté, où ils avoient été auparavant de profeſſer leur Religion : les Arméniens le firent, & obtinrent ce qu'ils ſouhaitoient. Mais on les traita enſuite comme Apoſtats, & on les réduiſit à la mendicité à force de les punir de leur prétendu crime.

Les Juifs ſont auſſi répandus dans ces contrées ; il y en a dans le païs des *Chaitaki*, dans le *Schirwan*, dans *Ruſtau*, *Cuba*, &c : ils parlent la langue du païs qu'ils habitent, mais leurs Rabbins comme partout ailleurs ſavent auſſi l'Hébreu. Il y a quelques Marchands *Juifs* à *Schamachie*, mais peu : les autres vivent dans les villages de leurs troupeaux & de leurs champs ; autrefois ils avoient un commerce d'eſclaves *Georgiens* & *Arméniens*, il a été interdit depuis par ordre

de la Cour de Ruſſie. Ceux qui vivent parmi les *Chaitaki* ſont obligés de ſuivre l'*Usmey* en tems de guerre : ils payent comme les *Arméniens*, outre le tribut ordinaire un impôt qu'on nomme *Haradſch ;* on les oblige à travailler aux ouvrages les plus pénibles, & à d'autres trop bas pour y employer des Muſulmans : on ne leur laiſſe que ce dont ils ont abſolument beſoin. Si un Juif ſe trouve à cheval dans un chemin où il rencontre un Muſulman, qui n'eſt pas du plus bas étage, il eſt obligé de s'écarter, & même de deſcendre de cheval, ſi on le demande ; s'il le refuſe, le Muſulman eſt en droit de le punir, & quand il le tueroit, il n'en ſeroit pas reſponſable. Quelques uns de ces Juifs ſont de la tribu de *Juda*, d'autres de celle de *Benjamin* : la plûpart ne ſavent pas à laquelle ils appartiennent. Leurs Rabbins, fort ignorans ſur ce qui les regarde, croyent que leurs Ancêtres ont été envoyés en exil dans la Médie, & dans ces contrées, par les *Muſul Padiſchahi*, ou Rois de Ninive, & que l'oppreſſion dans laquelle ils avoient vêcu depuis dans ce païs les avoit empêchés de s'étendre : ils vivent encore ſelon leurs uſages, & ſont gouvernés par leurs Anciens.

Les Arabes qui vivent dans ces contrées, deſcendent de ceux qui conduiſoient autrefois leurs troupeaux en Perſe, & qui y ſont reſtés ; leur langue eſt un mêlange de Turc, de Tartare, & d'Arabe ; ils ſont de la Religion des Turcs : ils vivent enſemble ſous un *Juſbaſchi*, qu'ils éliſent, & auquel ils obéïſſent. Ils n'ont point de demeures fixes, mais ils paſſent leur vie ſous des tentes, & vont d'un endroit à l'autre avec leurs troupeaux. En été la chaleur les engage à chercher les montagnes, & ils s'arrêtent là où ils trouvent de l'eau : ils payent aux propriétaires de ces endroits une petite ſomme, & c'eſt ce qu'ils appellent *Geilak* ; en hyver ils habitent les plaines près de la mer, ou près de quelques fleuves, & payent également les places qu'ils occupent. Leurs huttes ſont couvertes d'une eſpece de natte faite de jonc, & ils ont des chameaux & des boeufs pour transporter ces demeures mobiles. Ce ſont de bonnes gens ; ils ſe ſervent d'armes à feu & de flêches, mais ſeulement lorſqu'il s'agit de ſe défendre.

ELOGE

ELOGE
DE Mr. CARITA.

Pierre Carita naquit à Metz, le 13. d'Octobre, 1676. Son Pere étoit un Apoticaire renommé, qui prit un ſoin tout particulier de ſon éducation, n'épargnant aucunes dépenſes pour y réüſſir. Le jeune *Carita* paſſa les premières années de ſa plus tendre jeuneſſe dans le Couvent de la Miſſion, d'où il fut transféré à celui des Jéſuites de Pont à Mouſſon. On ſçait que ces Pères excellent dans les humanités; & ce fondement, beaucoup trop négligé aujourd'hui, eſt d'une néceſſité indiſpenſable pour de bonnes études. Mr. *Carita* le poſa d'une maniere ſolide, & ſe fraya ainſi la route à des connoiſſances ſupérieures.

De retour à Metz, après s'être arrêté quelque tems chez ſon Père, il quitta la France en 1692. pour ſe retirer en Allemagne, & alla d'abord faire ſes études à Rinteln. Ses progrès dans la Médecine, dont il faiſoit ſon objet, furent proportionnés à ſon application; & il en donna des preuves inconteſtables par la manière diſtinguée dont il ſoutint ſa Thèſe Académique, qui concernoit la Rage. Le grade bien mérité de Docteur lui fut conféré immédiatement après; de ſorte qu'il ne fut plus queſtion que de mettre ſes talens en oeuvre, en entrant dans la carrière de la pratique. Mais, en cherchant à ſe procurer un établiſſement, Mr. *Carita* ſouhaitoit d'être dans un lieu où il fut encore plus à portée de profiter des lumières des autres, que de tirer parti des ſiennes. Berlin fixa ſon attention dans cette double vuë. Il y avoit de très habiles Médecins de la Nation, & grande diſette de

Médecins François dans cette Capitale auſſi bien que dans tout le Brandebourg, où s'étoient formées cependant, & groſſiſſoient alors tous les jours, des Colonies très nombreuſes de Réfugiés.

Mr. *Carita* ayant légitimé ſes droits & ſa capacité, fut reçu au nombre des Praticiens de Berlin par le College de Médecine de cette Ville, le 9. Mars 1701. & obtint en même tems la place de Médecin de la Colonie Françoiſe; fonction qu'il a exercée pendant cinquante cinq ans, & dans laquelle il a blanchi avec honneur, joignant au tréſor de ſes connoiſſances qu'il ne ceſſoit d'augmenter, celui qui attire avec raiſon le plus de confiance aux Médecins, une longue pratique, & une expérience conſommée.

L'art de guèrir embraſſe dans ſa vaſte enceinte une immenſité d'objets, auxquels il n'eſt guères poſſible de ſe livrer également, ſans courir risque d'être ſuperficiel en tout genre, au lieu d'arriver à cette univerſalité, qui en la ſuppoſant accеſſible à l'homme, eſt au moins un privilège réſervé à un très petit nombre d'hommes ſupérieurs. Mr. *Carita* convaincu de cette vérité, prit le parti le plus ſage; il fit un choix, & la Botanique en fut l'objet. Il lui conſacra tout le temps que lui laiſſoient ſes devoirs indiſpenſables, & en fit une étude très approfondie. Aux meilleurs Livres dans ce genre il joignoit la culture d'une belle collection de Plantes, tant exotiques qu'indigenes, qu'il avoit raſſemblées dans un petit jardin, où il ne manquoit guères d'aller paſſer les après-dinées. Ce ſéjour & cette occupation avoient pour lui des charmes dont le goût ne s'eſt jamais émouſſé; il auroit été inutile de lui propoſer d'autres parties de plaiſir, & l'on ſe plaignoit même quelquefois de ce qu'il donnoit de plus grandes attentions à la vie de ſes plantes qu'à celle de ſes malades. Ce n'eſt pas qu'il négligeât ceux-ci; mais, faute de bien connoitre ſes principes & ſa façon de penſer, on auroit pû l'en ſoupçonner. Lorsqu'il étoit appellé auprès d'un malade legérement attaqué, & dont l'imagination étoit plus affectée que le corps, il n'imitoit pas ces Médecins, qui à force de remèdes trouvent le moyen de changer des fantômes en réalités; mais

il

il diſoit ſon avis avec candeur, & refuſoit d'entreprendre des cures dont la Nature ſeule pouvoit faire tous les fraix. D'un autre côté, lorsque les maladies étoient déſeſpérées, & que tout ſecours ne lui paroiſſoit propre qu'à tourmenter plutôt qu'à ſoulager, il ceſſoit de preſcrire des remèdes. Cela faiſoit que jamais Médecin n'a moins parlé auprès des malades de l'objet de ſes viſites, que lui : il ſe jettoit auſſitôt ſur les lieux communs de la converſation, & parmi ces lieux communs il y en avoit ſur lesquels il ne tariſſoit point, ſurtout dans les dernières années de ſa vie, où ſa mémoire qui étoit encore excellente, le rendoit une eſpece de chronique vivante des anecdotes de ſon tems ; après quoi il ſe retiroit ſans avoir parlé de maladie, ni de remèdes. Au fonds ce ne ſeroit pas dans bien des cas la plus mauvaiſe maniere de guèrir.

En étudiant la Botanique, Mr. *Carita* n'avoit pas négligé les autres parties de la Médecine ; & perſonne n'a jamais conteſté l'etenduë de ſon ſavoir : il étoit en particulier très verſé dans la Matière médicale, connoiſſant exactement les remèdes que les trois règnes nous fourniſſent, leurs vertus, la maniere de les compoſer & de les appliquer convenablement. Il ne ſe départoit jamais de cette excellente maxime; que la quantité des remèdes ne détruit point les maladies, mais que c'eſt leur qualité : de ſorte que ſes recettes étoient de vrais modèles, où les drogues étoient en petit nombre, mais bien choiſies; recettes bien différentes de ces grimoires par lesquels un Médecin épuiſe tout à la fois les Apoticaireries, la bourſe, & le corps de ſes malades. Après avoir preſcrit de ſemblables remèdes, il en obſervoit attentivement les effets, ſuivant à la piſte les indications de la Nature; flambeau qui doit éclairer le Médecin dans toutes les maladies, mais qui peut ſeul le guider dans le labyrinthe des maladies compliquées. Cette ſimplicité dans la méthode rendoit Mr. *Carita* grand partiſan des Anciens; diſons les choſes comme elles ſont, il en étoit admirateur outré ; les Anciens avoient toujours raiſon, & les Modernes toujours tort ; le procès étoit auſſitôt vuidé ſur l'étiquette. L'enthouſiasme de Mada-

me *Dacier* n'a jamais été auſſi loin : celui de Mr. *Carita* s'étendoit aux moindres uſages de la vie : toute innovation le révoltoit : ſans examiner ſi elle étoit bonne ou mauvaiſe ; nos Pères étoient-ils des ſots ? demandoit-il, & les plus fortes batteries ne l'auroient pas délogé de là. Plein d'un feu & d'une vigueur qui ne l'ont abandonné qu'avec la vie, il étoit entier dans ſes opinions, & relançoit vivement ceux qui s'aviſoient de le contredire. Au reſte ces petits défauts étoient dans l'humeur & dans le tempérament : les qualités eſſentielles qui conſtituent l'honnête homme, le bon Citoyen, & le vray Chrêtien, faiſoient diſparoitre ces legéres taches, inſéparables de l'humanité.

Le fonds de vigueur dont nous venons de parler ſe ſoutenant encore dans Mr. *Carita*, quoiqu'octogenaire, il ſe crut en état vers la fin de l'été dernier de faire un petit voyage à Francfort ſur l'Oder, pour y voir une partie de ſa famille. En effet il s'y rendit ſans peine, & y paſſa quelque tems avec une gayeté qui lui étoit habituelle, mais qui n'avoit jamais été plus marquée. Le retour ne fut pas auſſi heureux ; ſoit par l'effet d'une diſpoſition naturelle, ou à cauſe des ſecouſſes de la voiture, Mr. *Carita* fut attaqué d'une rétention d'urine, contre laquelle tous les ſecours de ſon Art furent inutiles, & qui le conduiſit au tombeau le 16 Aout, 1756. âgé de prés de quatre-vints ans. Il avoit été aggrégé à la Société Royale des Sciences le 30 Mars, 1722. Il avoit épouſé Mlle *Burgeat*, morte avant lui, & de laquelle il n'a point eu d'enfans.

Parmi ceux qui donnent de juſtes regrets à ſa perte, perſonne n'en a plus de ſujet qu'un jeune Docteur (*) qui profitoit avec empreſſement de ſes conſeils, & qui les préféroit infiniment à l'avantage de lui ſuccéder dans ſes fonctions de Médecin de la Colonie Françoiſe. L'eſtime qu'il s'eſt acquiſe dès l'entrée de ſa carrière, nous fait eſpérer qu'il réparera dans la ſuite la perte qu'il vient de partager avec nous ; & nous devons y prendre d'autant plus d'intérêt, qu'il eſt le digne fils d'un de nos plus reſpectables Confrères.

(*) Mr. *Pelloutier.*

ELOGE

ELOGE
DE Mr. LIEBERKÜHN.

Jean Nathanaël Lieberkühn, Docteur en Médecine, Membre de l'Académie Royale, & du College ſupérieur de Médecine, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, de la Société Royale d'Angleterre, & de l'Académie Royale de Suède, nâquit à Berlin, le 5 de Septembre 1711. Son Père, Orfévre de la Cour, ſe nommoit *Jean Chriſtian Lieberkühn*, & ſa Mère, encore vivante, *Emérence Rauen*. Ces honnêtes parens, charmés du don que le Ciel leur faiſoit d'un fils, tâchèrent d'en témoigner leur reconnoiſſance par la ſeule voye qui y ſoit propre, je veux dire, en lui donnant de bonne heure une excellente éducation, & ſurtout en rempliſſant ſon cœur des principes d'une piété ſolide, qui ont été la régle de ſa conduite pendant tout le cours de ſa vie.

Une double raiſon obligeoit à former ainſi le jeune *Lieberkühn* aux vertus qu'on a trop ſouvent l'imprudence de négliger : il étoit deſtiné à la Théologie & à l'exercice du St. Miniſtère. Après lui avoir fait faire ſes premieres humanités dans ſon ſéjour natal, on l'envoya à l'âge de 15 ans à *Halle;* & il y fut placé dans cette célébre Maiſon d'Orphelins, qui tient un rang diſtingué parmi les plus beaux Etabliſſemens de ce Siècle. Il y continua ſes études avec beaucoup de ſuccès, ſurpaſſant ſes camarades par ſa douceur & ſa ſageſſe, auſſi bien que par ſon application & ſes progrès.

Il avoit alors un talent, qui indique toujours du génie ; c'eſt celui de la Poëſie : il faiſoit très bien des vers latins ; mais une ſolidité préma-

prématurée, ſi je puis m'exprimer ainſi, le préſerva du piège où tombent ſouvent ceux-même qui n'ont pas le talent, c'eſt de ſe livrer à cet amuſement, & d'en faire une occupation ſérieuſe, qui préjudicie à toutes les autres.

Trois ans s'étant ainſi écoulés, il entra au nombre des Etudians de l'Univerſité, qui étoit alors très floriſſante. Il profita des leçons de pluſieurs Profeſſeurs célébres pendant un an, au bout duquel il paſſa à *Jena*. La réputation de quelques Théologiens célébres, & en particulier de Mrs. *Walch* & *Carpovius*, l'y attiroit. Soumis aux volontés de ſon Père, le jeune *Lieberkühn* tendoit au but qu'il lui avoit preſcrit, avec cette candeur & cet amour du vrai, qui ont toujours fait la partie dominante de ſon caractère. Mais un penchant ſecret de la Nature, qui ne demandoit qu'une occaſion de ſe développer, la trouva dans les leçons de Mr. *Hamberger*, dont l'Allemagne a pendant ſi longtems admiré les connoiſſances phyſiques & mathématiques, jointes au talent peut-être plus rare encore de bien enſeigner. Un nouveau Monde s'ouvrit tout d'un coup aux yeux du Diſciple ; & il ſentit auſſitôt que c'étoit le ſien, qu'il étoit fait pour l'habiter, & qu'il ne trouveroit point ailleurs ſon véritable élément. Il ſaiſit avec rapidité toutes les théories ; mais dès-lors on voyoit en lui ce qui l'a depuis caractériſé avec tant de diſtinction, le deſir de joindre à la théorie une pratique qui y fut exactement conforme, & de pouſſer celle-ci auſſi loin qu'elle pouvoit aller. Mr. *Hamberger*, frappé d'une ſagacité dont les exemples s'offrent ſi rarement dans les Auditoires académiques, charmé de ce qu'il voyoit en *Lieberkühn*, & plus encore de ce qu'il prévoyoit, lui donna tous ſes ſoins. D'abord il ne l'avoit initié qu'à ce qu'on appelle la Phyſique, priſe dans ſa généralité, & rélativement aux beſoins d'un homme qui ſe deſtine à quelque employ, où il ne fait pas ſon unique objet de cette Science ; mais il l'exherta fortement à ſuivre une vocation auſſi marquée que l'étoit la ſienne, à entrer dans tous les détails, à ne rien laiſſer qu'il n'eut ſoigneuſement approfondi dans les différentes parties, ou branches de la Phyſique, qui font autant de Scien-

Sciences particulières, auſſi importantes que difficiles. Dès ce moment l'Etudiant, ſous un Maître qui l'aimoit tendrement, & qui a été depuis un de ſes plus intimes Amis, ſe livra tout entier à l'Anatomie, à la Phyſiologie, à la Pathologie, à la Chymie, & à toutes les études qui conduiſent à la découverte des ſecrets de la Nature, par une heureuſe application des ſecours de l'Art. La Médecine lui offroit en même tems un attrait auquel il ne pût réſiſter : les deux dernieres années de ſon ſéjour à *Jena* y furent principalement conſacrées, ſous Mrs. *Wedel*, *Techmeyer*, & d'autres Profeſſeurs habiles. Partout il s'attiroit des éloges, qui ne ſervoient qu'à l'enflammer d'une nouvelle ardeur. Ces jours, les plus beaux de ſa vie, (car qu'y a-t-il de plus délicieux que l'état d'un jeune cœur, livré tout entier à un penchant louable qui le domine, & qu'il trouve ſans ceſſe les moyens de ſatisfaire?) ces jours s'écoulèrent avec rapidité, & il atteignit à regret le terme de ſa carrière Académique. Quand on aime paſſionnément la vérité, on ſeroit de bon cœur Diſciple toute ſa vie : c'eſt presque toujours l'orgueil ou l'intérêt qui font préférer à cet état celui de Maître, ou Docteur, auſſi mal ſoutenu par ceux qui ſe hâtent d'en prendre les titres, que legèrement accordé par ceux qui les diſpenſent.

Mr. *Lieberkühn* le Père, quoique très ſatisfait de l'habileté de ſon fils, n'en demeuroit pas moins décidé dans le deſſein de le dévouer à l'Etat Eccléſiaſtique; le fils docile étouffoit de ſon côté cette inſtigation ſecrète qui le portoit ailleurs, & ſe conformant ſans le moindre indice de répugnance aux ordres qu'il reçut, il partit de *Jena* en 1733, après s'y être fait recevoir Candidat en Théologie. Il ſe rendit auprès d'un frère aîné, déjà établi en qualité de Paſteur à *Roſcow*. Il ſe mit à la prédication, à laquelle il auroit été très propre par l'étendue de ſes lumières, & par ce fonds de bonté, dont la Nature avoit mis ſur ſon viſage l'empreinte la plus marquée, en lui donnant cet air affectueux, ſi convenable à un homme chargé d'annoncer une Doctrine de grace & de ſalut. Mais tout en continuant ſes études de Théologie, & en compoſant ſes Sermons, Mr. *Lieberkühn* revenoit comme

de lui-même à ſa chère Phyſique ; n'ayant jamais aimé la diſſipation, ni les plaiſirs de la jeuneſſe, il ſe délaſſoit uniquement dans un Cabinet déjà tout rempli d'eſſais induſtrieux de Phyſique, de Méchanique, & d'Anatomie, par lesquels il préludoit en quelque ſorte aux merveilles qu'il a exécutées depuis.

Sur ces entrefaites il perdit ſon Père ; & comme il n'avoit pas encore reçu l'Ordination, il ſe vit libre de ne point gêner ſon penchant. Cependant, ſoit par déférence pour les volontés du défunt, ſoit parce qu'il ſe trouvoit comme à la porte du Miniſtère eccléſiaſtique, il y ſeroit entré ſelon toutes les apparences, ſans une occaſion remarquable, qui décida de ſon ſort. Mr. *Reinbeck*, ce reſpectable Théologien, cet homme ſi rare, dont je ne prononcerai jamais le nom ſans m'attendrir au ſouvenir de ſes vertus & de ſes bienfaits, faiſant un petit voyage à la campagne, fit une partie de ſa route avec Mr. *Lieberkühn ;* & après quelques heures de converſation, il fut auſſi ſurpris que ravi de trouver dans un jeune Candidat en Théologie, un Savant diſtingué, un Phyſicien profond, un Méchaniſte excellent. Il ne pouvoit en croire ſes oreilles, & étendant ſa curioſité à tout ce qui étoit propre à la ſatisfaire, il ſe ſépara de ſon Compagnon de voyage, pleinement convaincu qu'il poſſédoit les plus rares talens, & qu'il avoit les meilleures diſpoſitions à les conduire jusqu'au degré de perfection qui fait les grands hommes. Mr. *Reinbeck* rempli de cette idée, n'en conſerva pas un ſtérile ſouvenir ; mais ſe ſervant dans cette occaſion, comme il l'a fait en une infinité d'autres, de l'accès qu'il avoit auprès du feu Roy, & de la confiance ſi bien méritée dont ce Monarque l'honoroit, il lui parla ſi avantageuſement de Mr. *Lieberkühn* que le Roy voulut le voir. Il le fit donc appeller ; & le jeune homme, avec ſon air naturel de douceur & de modeſtie, répondit très pertinemment à toutes les queſtions que FRÉDERIC GUILLAUME, qui avoit un art tout particulier pour interroger les ſujets qu'il vouloit connoître, lui propoſa, & qui roulèrent en partie ſur la Théologie, en partie ſur la Méchanique : l'entretien finit par les aſſurances les plus gracieuſes de la bienveillance & de la protection du Souverain.

La

La réalité les ſuivit de près. Mr. *Lieberkühn* ayant, par ordre du Roy, renoncé à la Théologie, afin de ſe livrer aux Mathématiques, entant qu'elles ſont appliquées aux progrés de la Phyſique, il commença par les voyages néceſſaires pour s'inſtruire en voyant quantité d'objets intéreſſans répandus dans les divers Cabinets de l'Europe, & par la converſation des Savans déjà conſommés dans ce genre d'étude. Etant parti de Berlin en 1736, après avoir été auparavant aggrégé à la Société Royale des Sciences, dès l'année précédente, il ſe propoſoit d'aller tout droit en Hollande, mais la fievre l'arrêta à *Halle*, & l'obligea d'y reſter quelques mois. Auſſi-tôt qu'il fut rétabli, il alla revoir *Jena*, ce ſéjour où les Muſes lui avoient été propices; & ne dédaignant pas d'y fréquenter quelques Colleges, il ſe mit en même tems à conſtruire ces Inſtrumens d'Optique, de Méchanique, & de Mathématique, dans la fabrique desquels il eſt devenu un des premiers Artiſtes de ſon ſiècle. Il paſſa en 1737. à *Erford*, où Mr. *de Büchner*, déjà revêtu du titre de Préſident de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, qu'il ſoutient encor aujourd'huy ſi dignement, l'aggrégea à cet illuſtre Corps: & le ſurnom ſous lequel, ſuivant l'uſage, il fut écrit dans ſes Faſtes, ne pouvoit être mieux appliqué; c'étoit celui de *Daedale*.

Pourſuivant ſa route par *Caſſel*, *Marbourg*, *Francfort ſur le Main*, & *Mayence*, & ne laiſſant rien échaper de ce qui pouvoit ſe rapporter à ſes vuës, ſurtout en fait d'Inſtrumens de Méchanique, il arriva à *Amſterdam*, d'où bientôt après il ſe rendit à *Leyde*. L'immortel *Boerhaave* l'y attiroit, il brûloit de le voir & de l'entendre; & redevenant auſſi-tôt ce qu'il aimoit tant à être, le plus attentif de tous les Diſciples, on le vit recueillir avec une avidité inexprimable tous les Oracles de ce grand Maître. Mrs. *Albinus*, *van Swieten*, & *Gaubius*, occuperent auſſi ſon attention dont ils étoient bien dignes. La Chymie & l'Anatomie furent alors ſes principaux objets. Il avoit beſoin de les allier toutes deux enſemble pour réuſſir dans ces admirables injections, qu'il commença dès-lors à exécuter, & qu'il a pouſſées de-

puis à un point qu'on pourroit regarder comme leur plus haut période. Les Docteurs les plus conſommés virent bientôt en lui un émule qui méritoit de prendre place à leurs côtés. Ils lui en donnerent le droit en le créant lui-même Docteur en Médecine le 20 Juillet 1739. La Diſſertation qu'il ſoutint à cette occaſion étoit intitulée, *de valvula coli & proceſſu vermiformi :* & il ſe tira de la diſpute avec de très grands applaudiſſemens. D'abord il avoit eu deſſein de choiſir le Plomb pour ſujet de cette Diſſertation ; mais ſes Profeſſeurs l'obligèrent à préférer celui qu'on vient d'indiquer, parce qu'il y avoit fait des découvertes conſidérables.

Le nouveau Docteur quitta la Hollande pour paſſer en Angleterre, & arriva à *Londres*. Il ne tarda pas à s'y faire connoître, & à former des liaiſons intimes avec les Savans les plus diſtingués de cette Capitale, où les Sciences ſont cultivées avec tant de zèle & de ſuccès. Dans le deſſein d'acquérir des connoiſſances rélatives à la Médecine pratique, Mr. *Lieberkühn* fréquenta d'une manière aſſidue les Hôpitaux, & y porta ce coup d'oeil obſervateur, qu'il poſſédoit ſupérieurement. Les délaſſemens de ſon Cabinet étoient toujours ſes merveilleuſes injections Anatomiques. La Société Royale accoûtumée à voir les plus belles préparations dans ce genre, fut ſurpriſe en remarquant à quel point celles qu'il lui préſenta les ſurpaſſoit : elle reconnut que de pareils eſſais étoient de vrais coups de maître. Il avoit en particulier rempli de matière céreuſe une très petite portion d'un Inteſtin grêle, avec tant d'art, ce travail étoit tellement fini, & la vuë en avoit quelque choſe de ſi frappant, qu'il n'y eut qu'une voix ſur la rareté de ce chef-d'œuvre ; auſſi Mr. *Lieberkühn* lui-même a toujours regardé ce morceau comme le dernier effort de ſon art.

Un travail en amene un autre : les Ouvrages de l'Art ont entr'eux la même liaiſon que ceux de la Nature, qu'ils ſont deſtinés à imiter ou à découvrir. Pour ſuivre des ramifications auſſi fines que l'étoient celles auxquelles Mr. *Lieberkühn* faiſoit parvenir ſes injections, il faloit quelque choſe plus que des yeux excellens, tels que ceux dont

la Nature l'avoit doüé, & même que les Microſcopes ordinaires. Cela le fit penſer à travailler dans ce genre d'Inſtrumens; mais ne ſe contentant pas de perfectionner ceux qui étoient déjà inventés, il devint lui-même Inventeur, & cauſa un nouvel étonnement à la Société Royale, en lui faiſant voir un Microſcope avec un miroir à réfléxion; ouvrage qui avoit paru jusqu'alors impoſſible à tous les Opticiens & Méchaniſtes de Londres. Ce n'étoit pas aſſez pourtant au gré de notre *Dédale*; dans le deſſein qu'il avoit conçu de décrire toute la méchanique du corps humain, en y joignant une détermination exacte de ſes parties & de ſes proportions, il inventa encore le Microſcope ſolaire, qu'il deſtinoit à cet uſage. Tant de merveilles conſécutives firent des impreſſions qui ont été ineffaçables; je ne parle point ici au hazard. Un reſpectable Eccléſiaſtique, Savant lui-même très diſtingué, Mr. *Murdock*, a aſſuré pendant ſon ſéjour ici, que rien n'égaloit la réputation que Mr. *Lieberkühn* avoit laiſſée à *Londres*, & que rien auſſi n'avoit égalé le regret cauſé par ſa perte. Mais n'anticipons pas cette cataſtrophe.

Faut-il dire que la Société Royale ſe félicita d'acquerir un Aſſocié tel que Mr. *Lieberkühn?* Il y fut aggrégé avec les empreſſemens les plus flatteurs pour un homme avide de diſtinctions; mais ce n'étoit pas ſon foible, il donnoit presque dans l'extrémité oppoſée. Il aimoit les Sciences, comme le Sage aime la Vertu, pour elles-mêmes, & à cauſe des avantages que la Société en retire. *Londres* avoit pour lui des charmes, qui l'auroient engagé à n'en pas ſortir ſi-tôt; mais le terme de ſes voyages étoit limité: & il faloit encor voir *Paris*, autre Sanctuaire où les Divinités qui préſident aux Sciences & aux Arts ont toujours eu des Autels fameux. Il s'y rendit donc vers la fin de 1739. mais à peine y avoit-il paſſé ſix mois que notre auguſte Monarque, qui venoit de prendre les rênes du Gouvernement, le rappella dans ſa Patrie, où il fut de retour au mois de Juillet 1750. comblé de toute la ſatisfaction que peut cauſer un voyage tel que celui que nous venons de décrire.

Presqu'auſſi-tôt après ſon arrivée, il ſe diſtingua par d'heureuſes cures, & fit voir ce qu'on pouvoit ſe promettre de lui. *Boerhaave*, qui ne l'avoit pas perdu de vuë, & qui s'intéreſſoit tendrement pour lui, le recommanda dès-lors à Sa Majeſté l'Impératrice de Ruſſie, pour entrer à ſon ſervice en qualité de premier Médecin ; poſte ſéduiſant par toutes ſortes d'endroits : mais il n'a jamais voulu prêter l'oreille à aucune des propoſitions avantageuſes, & ſouvent réitérées, par leſquelles on a voulu le tirer de *Berlin*. Sujet reconnoiſſant, Citoyen affectionné, ſi la Parque lui avoit filé un ſiècle de vie, il l'auroit conſacré au ſervice de ſon Prince & de ſa Patrie.

Etant de l'ancienne Société Royale, il ſe trouva Membre de l'Académie à ſon renouvellement, & produiſit ſouvent, ſurtout dans les premieres années depuis cette Epoque, les principales inventions qui naiſſoient en quelque ſorte ſous ſa main, comme le Microſcope qu'il appliquoit à obſerver la circulation du ſang dans les Grenouilles, & un nouveau Pyromètre. Il n'auroit jamais quitté ſon Cabinet, ſi cela avoit dépendu de ſon choix ; mais le Public le ſouhaitoit ardemment comme Médecin : l'empreſſement des malades, auſſi bien que l'obligation naturelle de compenſer par des occupations utiles d'autres qui étoient fort diſpendieuſes, le jetterent donc dans la pratique ; & ſi elles ne l'y abſorberent pas, au moins rendirent-elles ſa vie plus laborieuſe que jamais, & tellement remplie qu'il ne pouvoit presque diſpoſer d'un ſeul de ſes inſtans. Je ne m'érigerai point en juge de ſes talens dans l'art de guérir, cet art contre lequel on a tant lancé de traits, qui s'émouſſent & tombent ſans force aux pieds des vrais Médecins, de ceux qui joignent les lumieres à l'expérience, le ſavoir à la ſageſſe. Nous en avons d'illuſtres exemples ſous nos yeux : cette Académie ſe glorifie de voir à la tête de ſes Directeurs un des plus illuſtres nourriſſons d'Eſculape ; elle en compte parmi ſes Membres, qui les uns, par une longue & honorable pratique, les autres par des enſeignemens auxquels on accourt de toutes parts, font fleurir & reſpecter leur art ſalutaire ; & pourquoi me refuſerois-je la ſatisfaction de placer ici l'expreſſion

preſſion de nos ſentimens pour eux ? Chargé du triſte devoir d'orner le tombeau des Académiciens que la mort nous enleve, qu'on m'accorde au moins la douceur de louër pendant leur vie ceux dont nous jouïſſons encore, & de faire ici des vœux publics pour leur conſervation !

Pour revenir à celui que nous regrettons, ces regrets ſont fondés ſur la voix publique, rarement trompeuſe quand elle eſt univerſelle ; ou qu'il n'y a que les murmures de l'envie qui la traverſent. Si pourtant on s'obſtinoit à la recuſer, j'en appellerois au ſuffrage de ſes Collègues ; & du ſein même de la rivalité, plus forte peut-être dans cette Profeſſion que dans toutes les autres, parce que les rivaux ſe rencontrent l'un l'autre tous les jours, & à chaque pas ; du ſein, dis-je, de cette rivalité, je me flatte qu'on entendroit ſortir le témoignage le plus honorable à notre défunt. Faut-il fonder notre jugement en ſa faveur ſur des choſes qui ſoyent à la portée de tout le monde ? Je dirai que Mr. *Lieberkühn* étoit un excellent Médecin, premièrement parce qu'il a guèri des maladies ſinguliéres & dangereuſes, & qu'il en a conduit d'autres ſupérieures à toutes les forces de l'art, auſſi loin qu'elles pouvoient aller ; mais auſſi, parce qu'il avoit tout ce qu'il faut, les connoiſſances étant préſuppoſées, pour bien traiter les malades. Il étoit d'une patience, d'une aſſiduité, d'une douceur, qui gagnoient d'abord le patient ; & c'eſt un grand point, car l'empire de l'imagination eſt extrême, dans les maladies même dont elle n'eſt pas le principe. Un bon Médecin gouverne l'ame autant & plus que le corps : il encourage, il ſoutient, il conſole, il ranime ſouvent par cette voye quelque étincelle prête à s'éteindre, & qu'un procédé dur ou bizarre auroit étouffée. On ne pouvoit pouſſer plus loin que le faiſoit Mr. *Lieberkühn*, non ſeulement l'air & le ton compâtiſſant, mais la réalité de la compaſſion. Quiconque avoit été ſon malade, devenoit néceſſairement ſon ami : s'il y a eu des exceptions, il faut que des cauſes bien extraordinaires y ayent influé. Il avoit le pronoſtic presqu'infaillible : on en a vû des exemples nombreux & ſurprenans. Trop prudent,

lors-

lorsque ce pronoſtic étoit funeſte, pour effrayer ceux qu'il regardoit, il s'en ouvroit à quelque perſonne de confiance : & cela valoit un arrêt. Il avoit auſſi des reſſources extraordinaires, des expédiens uniques, dans des maladies particulières, & dans des cas preſſans. Cela le faiſoit quelquefois paſſer pour hazardeux : mais le ſuccès le juſtifioit. Connoiſſant à fonds les forces de la Nature, & l'efficace des ſecours de l'Art, il décidoit, quoique d'ailleurs ſon ton ne fut rien moins que déciſif, d'une maniere qu'on auroit voulu rendre ſuſpecte, & que la force du préjugé, ou la malignité de la jalouſie, qualifioit du nom de charlatanerie. Je ne veux pourtant rien outrer, ni prétendre qu'il n'ait jamais donné aucune priſe ſur lui par quelques propos qu'il auroit pû peſer à une balance plus exacte : cela ſeroit au deſſus de l'humanité. Mais encore une fois les faits ne ſe détruiſent que par des faits : nous en avons aſſez pour faire ſon éloge, & il n'y en a jamais eu aſſez pour faire ſa ſatyre.

Je reviens au Philoſophe-Artiſte ; je n'en ai pas encore aſſez dit ſur ce ſujet, & j'en dirois davantage, ſi un de nos Confrères (*), qui en entrant dans ſa carrière s'étoit attaché à Mr. *Lieberkühn*, & avoit mérité ſa confiance par des qualités qui l'ont rendu infiniment ſenſible à ſa perte, n'avoit deſſein d'entretenir l'Académie dans une autre occaſion des travaux méchaniques du défunt, & d'en donner l'idée d'une manière ſyſtèmatique & complette. Je ne fais donc que glaner quelques généralités, en ſuivant un Mémoire que ce même Académicien a bien voulu me fournir pour m'aider dans la compoſition de cet Eloge.

Quoique les recherches de notre Savant s'étendiſſent à toutes les parties de la Phyſique, ſon objet principal étoit le corps humain, dont il auroit voulu porter la connoiſſance à un point fort au deſſus de tout ce qui s'eſt fait jusqu'à préſent, & dont on n'a peut-être pas même eu l'idée avant lui. Infatigablement livré à cette entrepriſe, il tenoit une conduite bien différente de celle des Savans ordinaires, & qu'on peut regarder comme la marque infaillible d'un jugement exquis. Il ne

(*) Mr. le Docteur *Reloff*.

ne ſe hâtoit point de publier ſes découvertes, il n'inondoit pas le public d'Ecrits deſtinés à l'inſtruire du moindre pas qu'il faiſoit dans ſa route, il ne démembroit point ſes travaux, pour jouïr plus vite de la gloire qu'ils pouvoient lui procurer; mais les laiſſant repoſer & mûrir, attendant pour lui-même une maturité que l'âge donne, ou du moins qu'il confirme, il ne laiſſoit rien ſortir de ſon Cabinet, afin de produire un jour ce Cabinet tout entier & dans toute ſa perfection aux yeux du Monde inſtruit & étonné par ce rare préſent. Il n'a donc rien voulu faire imprimer; & outre ſa Diſſertation inaugurale, il n'exiſte qu'une autre Diſſertation latine ſur les poils des Inteſtins, qui parut à Leyde in 4to en 1739. & la Deſcription d'un de ſes Microſcopes dans le premier Volume des Mémoires de notre Académie.

Une de ſes dernieres occupations a été de faire peindre avec les couleurs naturelles, & enſuite graver, les préparations anatomiques qu'il avoit faites avec un ſoin infini des poûmons tant de l'homme que des divers animaux: il avoit auſſi de nouvelles obſervations, & de nouvelles planches, deſtinées à enrichir ſa Diſſertation ſur les poils des inteſtins. C'étoient là des parties de ſon plan, des fragmens d'un Ouvrage dans lequel il vouloit faire entrer toutes les parties du corps humain repréſentées au naturel, & avec leurs couleurs propres. Il en ſeroit réſulté une Phyſiologie auſſi neuve que complette, qui auroit fourni, & mis ſous les yeux, la fabrique intérieure des viſceres du corps humain, & la ſtructure ſi délicate des parties qui ne s'offrent point à la ſimple vuë. Il eſt incroyable à quel point Mr. *Lieberkühn* excelloit dans tous les arts requis pour la réuſſite de cette entrepriſe, & à quel degré de perfection il avoit porté tous les moyens de ſurpaſſer ceux qui l'avoient précédé dans de ſemblables travaux. Il ne ſe ſervoit pas ſeulement pour ſes injections de la matiere cereuſe qu'on y employe ordinairement; il ſavoit remplir d'argent pur les vaiſſeaux les plus ſubtils; il détachoit avec une ſinguliere adreſſe toute la chair des viſcères injectés, & il n'en conſervoit que la partie vaſculeuſe avec les ramifications les plus imperceptibles.

S'il y eut jamais un eſprit inventif, c'eſt le ſien. Il poſſedoit non ſeulement toute la théorie des Inſtrumens de Mathématique, de Méchanique, & d'Optique, mais il s'entendoit mieux à la pratique que les plus habiles Ouvriers, il les guidoit ordinairement, & leur fourniſſoit de nouvelles ouvertures, toujours heureuſes. Il mettoit même la main à l'œuvre, & faiſoit ſeul des Machines fort compoſées, Microſcopes de diverſes ſortes, pompes pneumatiques, fuſils à vent, pyrometres, &c. qui acquéroient toujours quelque nouveau dégré d'utilité ou de commodité, à meſure qu'il s'amuſoit à les faire. Il fabriquoit entr'autres choſes dans un baſſin des lentilles de microſcope d'une ſi prodigieuſe petiteſſe, qu'il faloit un microſcope pour les voir. Dans tout cela il ne devoit rien qu'à lui-même, n'ayant jamais travaillé ſous aucun maître, & ſachant imiter tout ce qu'il voyoit dés qu'il y avoit jetté un coup d'oeil. Quantité d'habiles Ouvriers au contraire faiſoient gloire de ſuivre ſes directions : il en avoit formé à *Berlin*, où il n'y avoit rien de difficile dans l'Optique & dans la Méchanique, dont ſous ſes auſpices on ne vint à bout. Auſſi n'y a-t-il aucun de ces Artiſtes qui ne reconnoiſſe hautement ce qu'il lui doit, & pour qui ſa mort n'ait été un coup terraſſant.

On comprend bien que Mr. *Lieberkühn* doit avoir ainſi formé & laiſſé une des plus belles collections d'Inſtrumens qui ayent jamais exiſté. Elle mérite toute l'attention des Curieux capables d'en juger ; & pourroit tenir place parmi les richeſſes ſavantes des plus grands Princes, ou des plus célébres Académies. Son dernier travail a été de faire des Teleſcopes. Ils ne le cedent point à ceux de *Short* ; & ſi Mr. *Lieberkühn* avoit vêcu, il vouloit en pouſſer les dimenſions à ſix pieds, & au delà. Mais le tourbillon de la pratique ne lui permettoit pas de faire tout ce qu'il auroit voulu à cet égard : c'étoit moins des heures perduës que des momens dérobés, qu'il pouvoit conſacrer à ſes occupations favorites.

Mr. *Lieberkühn* s'unit en 1746 par les liens du mariage avec Mlle *Dorothée Hevelingen*, digne de ſon choix ; & ils ont paſſé dix

ans

ans enſemble dans la plus douce harmonie. Elle lui a ſurvécu, conſervant pour gages de cette union ſi précieuſe à ſon triſte ſouvenir un fils & une fille en bas âge.

On ſe plaint de la briévété de la vie humaine, lors même que des hommes inutiles à la Société lui ſont enlevés après avoir atteint les bornes ordinaires de cette vie. Nos plaintes, s'il étoit permis d'en faire, ſeroient beaucoup mieux fondées, en voyant ſi tôt finir une vie précieuſe par tant d'endroits au genre humain. Combien trente années au moins de plus que Mr. *Lieberkühn* pouvoit atteindre ſans arriver à la derniere vieilleſſe, n'auroient elles pas été fécondes? Et à quelle abondante moiſſon ne préparoient pas les riches prémices que nous venons d'étaler? L'Arbitre des deſtinées en a diſpoſé autrement: adorons ici, comme partout ailleurs, la ſageſſe de ſes diſpenſations. Mr. *Lieberkühn* paroiſſoit conſtitué de maniere à vivre plus longtems: ſon corps étoit même un des plus robuſtes qui ſortent des mains de la Nature; il y avoit dans tous ſes organes un degré de vigueur peu commun. Le grand travail n'avoit pas laiſſé de produire ſur lui ſon effet ordinaire; il commençoit à ſentir quelque décadence, mais il n'y avoit en cela rien que d'ordinaire à tous les hommes qui ont paſſé les années de la plus grande force, & ſurtout à ceux qui s'appliquent avec trop de contention. Malgré ces apparences favorables, il y avoit un vice caché dans la conſtitution intérieure de Mr. *Lieberkühn;* & ce vice a été le germe fatal de ſa mort. Le poûmon, ce viſcère qu'il avoit ſi ſoigneuſement étudié, en ſe devoilant tout entier à ſes recherches, ſe déroboit aux ſecours qu'il auroit pû y apporter: dès l'âge de 15 ans, le ſien avoit été attaqué, & depuis ce tems là, il s'étoit gâté de plus en plus, s'étant ſurtout fortement attaché au côté gauche, par une ſuite, à ce qu'il diſoit, de la coûtume qu'il avoit euë dans ſes premieres études, de tenir ce côté continuellement collé contre un pupitre. Il le ſentoit fort bien, & en éprouvoit ſouvent des incommodités fâcheuſes. Cependant il ſavoit ſe procurer tous les ſoulagemens dont un pareil état pouvoit être ſuſceptible. Cela auroit ſuffi pour le mener

encore aſſez loin, ſans une attaque imprévue de pleurèſie. Dans un des jours les plus vifs de l'hyver dernier, après avoir paſſé quelque tems dans le poële fort chaud d'un malade, il s'expoſa à l'air froid de la rue, & ayant été auſſi-tôt frappé, il ſentit presqu'en même tems qu'il l'étoit à mort. A peine quelques heures étoient-elles écoulées qu'accoûtumé, comme nous l'avons vû, à prévoir l'iſſue des maux, il prédit que le ſien étoit incurable. Cependant touché du zèle affectueux des plus célébres d'entre ſes Collegues, il ſe confia entièrement à leurs ſoins, & ſuivit leurs ordonnances, perſiſtant à ne s'en promettre aucun ſuccès. L'événement ne tarda pas à juſtifier ce triſte augure; il ſuccomba au bout de dix jours à la force du mal, & mourut comme il avoit vêcu, avec tous les ſentimens d'un excellent Citoyen, & d'un vray Chrêtien, le 7 Decembre, à huit heures du matin, dans ſa 46. année. Il étoit d'une taille au deſſus de la médiocre, mais il ſe voûtoit un peu. Il avoit le front large & avancé, ſous lequel étoient placés des yeux qu'on pouvoit appeller d'aigle. Il avoit fait des expériences ſingulières ſur leur force, & avoit infiniment ſurpris des perſonnes qui en doutoient, en apperçevant des objets à des diſtances, ou ſoit leur petiteſſe, ſoit leur éloignement, les rendent imperceptibles. Il aſſuroit que les Satellites de Jupiter avoient été viſibles pour lui à la ſimple vuë, tant qu'il l'avoit conſervée dans toute ſa force. Le reſte de ſes traits étoit régulier: & il en réſultoit une phyſionomie agréable, quoiqu'il eut l'air un peu rêveur, & que l'impreſſion d'une douce mélancolie regnât pour l'ordinaire ſur ſon viſage. Mais, dès qu'il parloit, & ſurtout dès qu'il prenoit ce tendre intérêt qu'il paroiſſoit toujours prendre aux perſonnes avec qui il avoit des liaiſons d'amitié, ou aux malades qui recouroient à lui, ſa phyſionomie devenoit entièrement ouverte, & on ſentoit naître de l'inclination pour lui. Elle étoit puiſſamment fortifiée par l'eſtime duë à ſa conduite qui a toujours été irréprochable. Il n'y a pas eu moins de vertus que de lumières enſévelies dans ſon Tombeau.

ELOGE

ELOGE
DE Mr. DE KEITH.

L'Illuſtre Académicien, à la mémoire duquel nous allons payer un tribut juſtement mérité, avoit pris une précaution dont nous avons ſi bien ſenti le prix en compoſant cet Eloge, que nous croyons devoir la propoſer pour modèle à tous ceux qui, après avoir mérité l'eſtime de leurs contemporains, ne dédaignent pas les ſuffrages de la poſtérité. C'eſt de jetter ſur le papier une ſuite de particularités qu'il a intitulées, *Anecdotes de ma vie*, & qui vont nous guider d'une manière plus ſure que nous n'avons coûtume de l'être. Ce n'eſt pour l'ordinaire qu'avec une peine infinie & à force de réquiſitions preſſantes, que nous obtenons des notices fort vagues de la vie des Membres que nous perdons ; il ne peut réſulter de là dans nos Eloges qu'une grande ſéchereſſe, ou de vaines généralités. Un homme ſenſé ne doit pas ſe mettre fort en peine qu'on parle de lui après ſa mort ; mais quand il ſçait qu'on doit en parler, il eſt naturel qu'il ſouhaite qu'on le faſſe avec exactitude, & qu'il forme, à l'exemple de Mr. *de Keith*, une petite collection de matériaux trop difficiles à raſſembler autrement. J'ai crû devoir profiter de cette occaſion pour inſiſter ſur un exemple dont l'imitation ſeroit utile dans les mêmes cas. Les brêches réitérées que notre Académie a eu ſujet de déplorer coup ſur coup, me font ſouhaiter en même tems que ces cas ſoient auſſi rares que la condition humaine le permet. Mais, comme ils ſont inévitables, ceux qui craindroient de ſe familiariſer avec leur idée, en déférant au conſeil que je donne, rentreroient trop dans la claſſe de ce vulgaire dont nos lumières & nos occupations doivent nous tirer. Mais pourquoi dif-

féré-je plus longtems de parler de Mr. *de Keith* ? C'eſt que mon cœur s'attendrit au ſouvenir de ſa perte, & ne ſent r'ouvrir qu'avec peine une playe qui ſera difficilement fermée.

Pierre Chriſtophle Charles de Keith nâquit le 24 Mai de l'année 1711. à *Poberau* en Poméranie. Sa famille étoit originaire d'Ecoſſe. *George de Keith*, ſon Triſayeul, avoit été Colonel au ſervice de cette Couronne, & Epoux d'une Dame de la Maiſon de *Stuart*. Il eut pour fils *Guillaume de Keith*, qui ſortit d'Ecoſſe en 1606. à l'age de 19 ans, & entra comme Capitaine de Cavalerie au ſervice de Suede, où un de ſes parens, *André de Keith*, Baron d'*Ingtewaldt*, après avoir rempli les premieres charges de l'Etat, étoit parvenu au rang éminent de Senateur. *George de Keith*, fils de *Guillaume*, fut Lieutenant dans les Gardes Suedoiſes. Il eut pour fils *Jean Chriſtophle*, qui s'établit en Poméranie, & épouſa *Eliſabeth Vigilante de Wodteke*, de la maiſon de *Sidau* : union dont notre illuſtre défunt fut le précieux fruit.

Le jeune *de Keith* reçut pendant ſon enfance dans la maiſon paternelle toute l'éducation que la ſituation de ſes parens permettoit de lui donner. Son Père le préſenta au Roi FRÉDERIC GUILLAUME, dès qu'il fut en âge de ſervir ; & ce Monarque l'attacha à ſa perſonne en qualité de Page. Il le tira de cette fonction au mois de Janvier de l'année 1730. pour le placer comme Lieutenant & Ajudant dans le Regiment de *Doſſau*, en garniſon à *Weſel*.

Un événement imprévû ne le laiſſa que quelques mois dans ce poſte. C'eſt l'orage dont nous avons parlé dans l'Eloge de Mr. *Duhan*, orage qui par ſa véhémence diſperſa tous les fidéles ſerviteurs d'un Maître, pour qui il étoit ſi doux de ſouffrir, & il a été ſi glorieux d'avoir ſouffert. Mr. *de Keith*, réduit à la néceſſité de s'expatrier, n'eut pas un inſtant à perdre pour ſe dérober au ſort rigoureux dont il étoit menacé. Il partit de *Weſel* le 6 d'Avril 1730. & ſe retira en Hollande. Mais il s'apperçut bientôt que ce n'étoit pas un aſyle ſuffiſant pour le mettre en ſureté ; de juſtes craintes l'obligerent de recourir

rir à des Pêcheurs de *Scheveling*, & de les ſolliciter à courir les risques de lui faire traverſer la Mer dans une de leurs barques. Cette entrepriſe eut un heureux ſuccès ; & Mr. *de Keith* étant arrivé le troiſième jour aux côtes d'Angleterre, débarqua dans un endroit où ſelon les apparences perſonne n'avoit jamais abordé. Il ſe rendit auſſitôt à *Londres*. La Reine ayant appris ſon arrivée, le fit appeller, l'entretint avec une extrême bonté, lui donna les marques les plus ſenſibles de cette grandeur d'ame, & de cette généroſité, qui faiſoient l'eſſence de ſon caractère, & l'aſſura de ſa protection, à laquelle elle joignit une penſion de 200 Livres Sterling, dont Mr. *de Keith* a joui jusqu'à ſon entrée au ſervice de Portugal.

Londres même ne diſſipa pas les allarmes de notre fugitif. Pour ſe tirer des inquiétudes continuelles où ſa ſituation le jettoit, il crut devoir chercher un ſéjour moins fréquenté des étrangers. Il choiſit l'Irlande, & ſe rendit à *Dublin*. Les raiſons qui l'y avoient conduit, le tinrent pendant quelques mois dans une profonde retraite. Ce tems, bien loin d'être perdu, fut très utilement employé. Mr. *de Keith* le conſacra uniquement à l'étude de la langue Angloiſe avec une application qui fut récompenſée par le plus heureux ſuccès ; car il a toujours poſſédé depuis & parlé cette langue avec une facilité qui ne permettoit pas de le diſtinguer de ceux à qui elle eſt naturelle. Un bon eſprit qui eſt une fois dans la route des connoiſſances, ne s'arrête plus, tant que les conjonctures favoriſent ſon ardeur. Porté d'inclination vers l'étude & les Sciences, Mr. *de Keith* ſe mit à fréquenter avec beaucoup d'aſſiduité les différens Collèges de l'Univerſité de la Trinité, & ſurtout ceux de Philoſophie Expérimentale, auxquels il prenoit beaucoup de plaiſir ; auſſi ſes progrès y furent-ils conſidérables. La lecture qu'il fit en même tems des excellentes traductions qu'on a en Anglois des Auteurs anciens, en particulier de ceux qu'on nomme Claſſiques, lui fit regretter bien vivement de n'avoir pas été aſſez initié dans la langue Latine pendant les premières années de ſon éducation, pour pouvoir puiſer dans les ſources & lire les Originaux. Trois années ſe paſſerent dans ces occupations inſtructives, ſans que

Mr.

Mr. *de Keith* ſortit guères de ſa chambre que pour ſe rendre dans quelqu'un des Collèges auxquels il aſſiſtoit. Son eſprit y gagna beaucoup, mais malheureuſement ce fut aux dépens de ſon corps. Ce genre de vie appliqué & ſédentaire qui ſucceda tout d'un coup à l'activité des états précédens, runna ſa ſanté ſans retour. Il fit une de ces grandes maladies, dont l'effet eſt d'affoiblir le tempérament. La Reine d'Angleterre, toujours remplie des mêmes bontés & des mêmes attentions, ayant été inſtruite de l'état de Mr. *de Keith*, le fit revenir à Londres. D'habiles Médecins qu'il conſulta, lui preſcrivirent l'uſage des bains de *Bath* & de *Briſtol*, qui achevèrent en effet de le rétablir auſſi bien qu'il pouvoit l'être.

De retour à Londres, il voulut goûter les douceurs de la ſociété dont il avoit été ſi longtems ſéqueſtré, & ſe mit à fréquenter les meilleures compagnies, donnant toujours la préférence à celle des gens de Lettres. Les liaiſons qu'il contracta avec pluſieurs Membres du Parlement, & les voyages qu'il fit dans les Provinces, le mirent à portée de prendre une connoiſſance exacte du Païs & du Gouvernement.

L'Angleterre équipoit alors une flotte de 37 vaiſſeaux de guerre ſous les ordres de l'Amiral *Norris*, pour l'employer au ſecours du Portugal, qui étoit menacé d'une guerre avec l'Eſpagne. Mr. *de Keith* prit la réſolution de ſervir dans la Marine; & pour s'en rendre capable, il demanda & obtint la permiſſion d'être volontaire ſur la Flotte. Il s'embarqua ſur le Vaiſſeau Amiral, nommé *la Britannia*, de cent pieces de canon, & de neuf cens hommes d'équipage. L'Amiral *Norris* eut pour lui des bontés de père, le traitant comme un Officier, l'ayant toujours à ſes côtés, & prenant la peine de l'inſtruire lui-même de toutes les manœuvres dans leſquelles il ne ceſſoit d'exercer ſa Flotte, pendant le cours du voyage, de ſorte que Mr. *de Keith* ſe mit entièrement au fait du ſervice de mer. Mais il eut le déplaiſir de ſe convaincre en même tems que ſon tempérament s'y refuſoit: & en effet ce ſervice demande des gens qui y ſoyent accoûtumés dès leur premiere jeuneſſe.

La

La Flotte arrivée à la Rade de *Lisbonne* y jetta l'ancre pour attendre les événemens. L'*Eſpagne* ne voulut pas s'expoſer à leur incertitude, & s'étant adoucie, fit ſucceder la voye des négociations à celle des armes. Mr. *de Keith* profita de ce tems pour voir *Lisbonne;* & au bout de quelques mois de ſéjour, il en trouva le climat ſi agréable qu'il s'adreſſa à ſon auguſte Protectrice, la Reine d'Angleterre, pour la ſupplier d'engager le Roi de *Portugal* à lui accorder une place dans ſon Armée. Il y avoit un obſtacle aſſez conſidérable à cette demande, c'étoit celui de la Religion ; mais l'état des affaires ne permettoit pas à Sa Majeſté Portugaiſe de manquer d'égards pour la recommandation de la Reine d'Angleterre. Ainſi Mr. *de Keith* fut auſſi-tôt placé en 1736. comme Capitaine de Cavalerie, & l'année ſuivante il paſſa au grade de Major dans le Régiment du Marquis *de Marinval.* Les devoirs du ſervice lui laiſſant encore un loiſir aſſez conſidérable, il en employa une partie à apprendre les langues Portugaiſe, Eſpagnole, & Italienne, qui ne lui coûtèrent pas beaucoup de peine, tant à cauſe de la diſpoſition naturelle qu'il avoit à cette étude, que par l'affinité que ces langues ont entr'elles, & avec le Latin dont Mr. *de Keith* avoit conſervé une teinture qui ne laiſſa pas de lui être d'un grand ſecours.

Au commencement de 1740. il fut nommé pour accompagner comme Aide de Camp, & Colonel de l'Armée, le Comte d'*Eryceira*, Vice-Roi des Indes, qui conduiſoit un ſecours de 2000 hommes à *Goa*, alors aſſiégé par les Indiens. Sur ces entrefaites le Roi de Pruſſe de glorieuſe mémoire vint à mourir. Faiſons ici parler Mr. *de Keith* lui-même : ſon Mémoire a le double avantage de tracer le plan d'une vie très dignemeht employée, & de dévoiler les ſentimens d'une très belle ame. Voici donc ſes propres termes. „ Sa Majeſté préſentement ré-
„ gnante eut la bonté de ſe ſouvenir de moi, & de me rappeller ; je
„ me hâtai d'aller trouver un Maître, auquel j'appartenois par ma nais-
„ ſance, & que mon cœur s'étoit choiſi, dès qu'il avoit été capable
„ de ſentiment.

Après avoir obtenu ſon congé du Roi de Portugal, Mr. *de Keith* s'embarqua ſur un Pacquebot Anglois pour *Falmouth ;* il paſſa par

dres, où il vit la Cour & quelques amis, & ſe rendit à Paris par la voye de *Douvres* & de *Calais*. Mais les ordres du Roi, & encore plus ſon propre empreſſement, ne lui permirent pas de faire un long ſéjour dans cette brillante Capitale: après en avoir parcouru rapidement les beautés, auſſi bien que celles de *Verſailles* & de quelques autres des principales Maiſons Royales, il prit la route de *Berlin*, où il arriva au commencement d'Octobre. La joye dont le pénétra la vuë de ſon Roi fut portée à ſon comble par la manière gracieuſe dont il en fut reçu. Quelque tems après Sa Majeſté le declara Lieutenant Colonel de l'Armée, & Ecuyer: & depuis ce tems-là Elle l'a honoré de pluſieurs témoignages de bienveillance.

Une des premiere liaiſons que Mr. *de Keith* fit à Berlin, fut celle de Mr. *de Maupertuis*; & elle les conduiſit bientôt à une intimité également honorable pour l'un & pour l'autre. Mr. *de Keith* trouvoit en notre digne Préſident le plus riche tréſor de ces connoiſſances dont il avoit toujours été ſi avide, joint à tous les agrémens du commerce & de l'amitié. Mr. *de Maupertuis* trouvoit en Mr. *de Keith* une de ces Ames privilégiées, qui ne peuvent que plaire davantage, à meſure qu'elles ſont mieux connuës, & avec leſquelles ſeules on peut cimenter une union indiſſoluble. C'eſt à ces diſpoſitions réciproques que nous ſommes principalement redevables de l'avantage d'avoir poſſedé Mr. *de Keith*, d'abord en qualité d'Honoraire, dès l'année 1744. & enſuite comme Curateur après la mort de Mr. *de Borcke*, auquel il ſuccéda en 1747. Je n'ay pas beſoin de retracer ici ſon attachement pour notre Compagnie, le plaiſir qu'il paroiſſoit goûter dans nos Aſſemblées, & celui que ſa préſence y cauſoit. Ces idées ſont trop récentes; & je me perſuade que, quand elles le ſeroient moins, nous les aurions conſervées.

Je trouve encore dans le Manuſcript de Mr. *de Keith* un paſſage que je ne ſaurois me réſoudre à omettre: il me touche d'autant plus vivement, que les preuves de ſa vérité m'ont affecté au delà de toute expreſſion, pendant un eſpace de tems bien court, il eſt vray, mais dont

dont le ſouvenir me ſera toujours infiniment précieux ; c'eſt celui du mois d'Août dernier, pendant lequel, (je ne ſai ſi je dois dire par une faveur, ou par une rigueur du ſort,) j'ai eu l'avantage de voir & de connoître Mr. *de Keith* plus particulièrement que je ne l'avois encore fait, dans cette agréable retraite où il paſſoit les Etés. L'idée qu'il va nous donner lui-même de ſa vie domeſtique, de ſes rélations de Père & d'Epoux, ne pouvoit être plus vraye, ni mieux exprimée. „L'an-„ née 1742, dit-il je me ſuis marié avec *Oriane Louiſe*, Baronne *de* „ *Knyphauſen*, fille ainée du feu Miniſtre d'Etat de ce nom. La Pro-„ vidence ſemble vouloir achever de me dédommager par cette heu-„ reuſe union des malheurs de ma jeuneſſe. Notre mariage eſt béni „ par deux fils qui, par les eſpérances qu'ils nous donnent, contribuent „ à nous rendre la vie douce. Nous vivons dans un état médiocre, „ ſans envier la fortune de perſonne.„ Paroles admirables, qui me paroiſſent fort au deſſus des Inſcriptions les plus faſtueuſes dont on auroit pu charger ſon Monument, & de tous les Eloges que je me ferois un plaiſir d'accumuler ici, ſi je n'en ſentois l'inutilité.

Mr. *de Keith* vivoit en effet dans une union admirable avec une Dame digne de tout ſon attachement par le rare aſſemblage des plus excellentes qualités de l'eſprit & du cœur. Il élevoit avec un ſoin tout particulier deux tendres rejettons, très propres à lui faire concevoir les plus heureuſes eſpérances, & qui dédommageront ſans doute un jour l'Etat, les Lettres, & la Société, de la perte qu'ils viennent de faire. Il aimoit les douceurs de la retraite & de la campagne ; & comme il avoit beaucoup de goût pour toutes les occupations qui ſe rapportent à ce genre de vie, le Roi lui avoit fait une double grace en lui confiant avec l'Intendance du Chateau de *Charlottenbourg* celle de ce beau Parc, qui fait un des principaux ornemens de *Berlin*, & qui depuis quelques années a reçu des embelliſſements ſi conſidérables, d'abord ſous la direction de Mr. *de Knobelsdorff*, & enſuite ſous celle de Mr. *de Keith*, dont les vuës ingénieuſes répandoient chaque jour de nouveaux charmes dans cet agréable lieu.

Lorsque Son Alteſſe Royale Madame la Princeſſe AMÉLIE eſt devenuë, il n'y a pas longtems, Abbeſſe de *Quedlimbourg*, le Roi a nommé Mr. *de Keith* pour l'accompagner à ſon inauguration ; & il s'eſt acquitté de cette commiſſion honorable avec la décence qui caractériſoit toutes ſes actions.

Dans la force de l'âge, & au milieu des commodités qui ſemblent affermir la trame de nos jours, Mr. *de Keith* ſe plaignoit à la vérité de quelques indiſpoſitions, mais qui n'étoient pas d'un ordre à faire craindre une fin prochaine. Une grande peſanteur de tête étoit le ſymptôme le plus fréquent & le plus fâcheux dont il fut incommodé. Il avoit cependant paſſé l'Eté comme à l'ordinaire à *Charlottenbourg*, & n'étoit rentré à *Berlin* qu'à la fin des beaux jours de l'Automne. Vers le milieu de Novembre il eut une attaque ſubite de paralyſie qui affecta un bras, & enſuite d'autres parties du corps, cauſant quelqu'embarras dans la langue, & un aſſoupiſſement léthargique. On comprit aiſément tout le danger d'un ſemblable état ; les ſecours de l'art furent adminiſtrés, mais ils ne produiſirent pas des effets aſſez ſenſibles, pour en attendre de déciſifs. Mr. *de Keith* ſe ſervit de toute la liberté d'eſprit que cette ſituation put lui laiſſer, pour vaquer aux devoirs de la Religion, & aux ſoins qu'exigeoit ſon extrême tendreſſe pour ſa famille. Sa fin, qui fut à tous égards telle que doit être celle d'une vie vertueuſe, arriva le 27 Decembre dernier, dans le cours de ſa 46 année.

Mr. *de Keith* étoit d'une ſtature au deſſus de la médiocre ; ſes yeux avoient quelque choſe de particulier, qui ne déplaiſoit pas pour peu qu'on y fut accoûtumé ; ſon air étoit ſérieux, & reſervé ; mais il s'ouvroit avec ſes amis, & diſoit très agréablement des choſes ſpirituelles & enſées. Il regnoit un air de franchiſe & de cordialité dans ſes manières, fort préférable à tout le brillant impoſteur d'une vaine politeſſe. La vérité étoit l'ame de ſes diſcours, & la droiture celle de ſes actions.

TABLE.

TABLE.

CLASSE
de Philoſophie Expérimentale.

Recherches *ſur la force de l'Imagination des femmes enceintes ſur le fœtus, à l'occaſion d'un Chien monſtrueux, par* M. ELLER. pag. 3

Continuation *des preuves fondées ſur des Expériences qui font voir qu'il ſe trouve de la Terre dans l'eau diſtillée la plus pure, par* M. MARGGRAF. 20

Obſervations *ſur les maladies du cœur, par* M. MECKEL. 31

Nouvelles Obſervations, *pour ſervir de ſupplément à l'hiſtoire de la Nielle des bleds, par* M. GLEDITSCH. 66

Mémoire *concernant quelques nouvelles Expériences électriques remarquables, par* M. ÆPINUS. 105

Expériences Chymiques, *concernant l'Etain, par* M. MARGGRAF. 122

Diſſertation *ſur des fleurs de l'*Aſter Montanus, *ou* Pyrenaïque, *précoce, à fleurs bleuës, & à feuilles de ſaule, empreintes ſur l'ardoiſe, par* M. LEHMANN. 127

Examen Chymique *du ſel auquel on a voulu donner le nom de* véritable ſel alcali fixe de Rhinoceros, *par* M. MARGGRAF. 145

Deſcription *d'un Quadrupède d'Amérique rapporté par* M. Linnæus *au genre des Ours, par* M. ROLOFF. 149

CLASSE de Mathématique.

Recherches plus exactes *ſur l'effet des Moulins à vent*, *par* M. EULER. pag. 165
Expériences *pour déterminer la réfraction de toutes ſortes de liqueurs transparentes*, *par* M. EULER. 235
Sur *l'Action des Scies*, *par* M. EULER. 267
Démonſtration *de la Régle de* Descartes, *pour connoitre le nombre des racines affirmatives & négatives qui peuvent ſe trouver dans les équations*, *par* M. *de* SEGNER. 292
Expoſition *de quelques Paradoxes dans le Calcul intégral*, *par* M. EULER. 300
Des *Cerfs-volants*, *par* M. EULER le fils. 322
Recherches *ſur les inconvéniens qu'on a lieu de craindre dans l'uſage du Micrometre*, *ſurtout par rapport aux Inſtrumens qu'on adapte au Quart de cercle*, *par* M. ÆPINUS. 365

CLASSE de Philoſophie Spéculative.

Examen Philoſophique *de la preuve de l'exiſtence de Dieu employée dans l'*Eſſai de Cosmologie, *par* M. *de* MAUPERTUIS. 389
Recherches Métaphyſiques *ſur les forces des fluides qui ſe perdent en Méchanique*, *& ſur le plus grand effet qu'elles peuvent produire*, *par* M. BEGUELIN. 425
Recherches *ſur un principe fixe*, *qui ſerve à diſtinguer les devoirs de la Morale de ceux du Droit Naturel*, *par* M. SULZER. 450

CLASSE
de Belles-Lettres.

Courte Deſcription *des Peuples & des Provinces ſituées à l'Occident de la Mer Caſpienne, depuis* Aſtracan *jusqu'au fleuve* Kura, telles qu'elles *ſe trouvoient en* 1728. *par* M. VOCKERODT. pag. 459

Eloge *de* M. CARITA. 515

Eloge *de* M. LIEBERKUHN. 519

Eloge *de* M. de KEITH. 533